

ФГБОУ ВО Новосибирский ГАУ

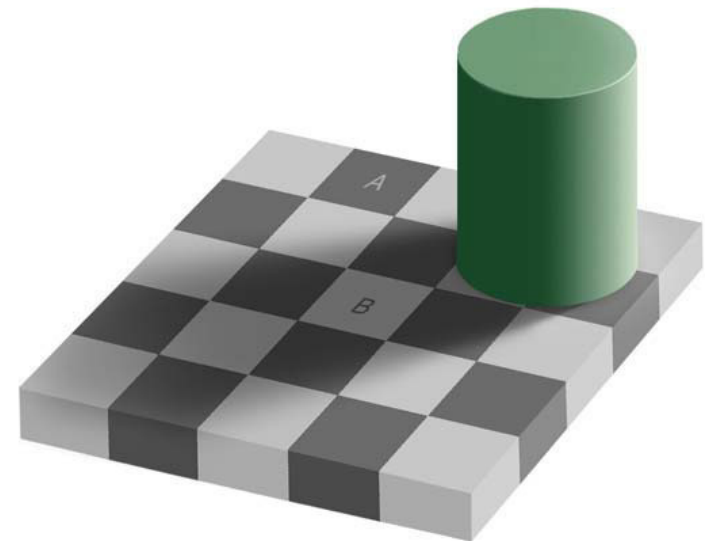
Инженерный институт

Т.В. Семенова

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

И ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА

Курс лекций



Новосибирск 2012

УДК 514.18(07)  
ББК 22.151.3-2, я7  
С 302

Кафедра теоретической и  
прикладной механики

Составители: *Т.В. Семенова;*  
*Е.В. Петрова*

Рецензент: канд. тех. наук, доц. *С.Г. Щукин*

**Начертательная геометрия и инженерная графика:** курс лекций/ Новосибир. гос. аграр. ун-т: Инженер. ин-т; сост. Т.В. Семенова, Е.В. Петрова, Новосибирск, 2012. – 152 с.

В методической разработке представлены теоретические основы курса в виде лекций по изучаемым темам, иллюстративный материал и примеры, необходимые при подготовке к практическим занятиям, а также для закрепления навыков самостоятельной работы при выполнении индивидуальных заданий контрольной работы.

Курс лекций предназначен для студентов очной и заочной форм обучения Агрономического факультета, обучающихся по инженерным направлениям подготовки (Лесное дело, Ландшафтная архитектура, Природообустройство и водопользование).

Может быть рекомендован студентам других факультетов ФГБОУ ВО Новосибирский ГАУ, обучающимся по инженерным направлениям подготовки (Продукты питания из растительного сырья, Продукты питания животного происхождения, Технология продукции и организация общественного питания, Стандартизация и метрология), изучающим соответствующие разделы и темы дисциплин Начертательная геометрия и инженерная графика, Инженерная и компьютерная графика, согласно утвержденным учебным планам и рабочим программам дисциплин.

Утвержден и рекомендован к изданию учебно-методическим советом Инженерного института (протокол от 24 января 2012 г. №1).

© Новосибирский государственный  
аграрный университет, 2012

## Предисловие

Начертательная геометрия и инженерная графика — одна из основных общетехнических дисциплин, составляющих основу инженерного образования.

Французский ученый Гаспар Монж (1746—1818), которого по праву считают творцом начертательной геометрии, так определил цели и задачи этой науки:

«Эта наука имеет две главные цели.

Первая — точное представление на чертеже, имеющем только два измерения, объектов трехмерных, которые могут быть точно заданы. С этой точки зрения — это язык, необходимый инженеру, создающему какой-либо проект, а также всем тем, кто должен руководить его осуществлением, и, наконец, мастерам, которые должны сами изготавливать различные части.

Вторая цель — выводить из точного описания тел все то, что неизбежно следует из их формы и взаимного расположения. В этом смысле — это средство искать истину; она дает бесконечные примеры перехода от неизвестного к известному; и поскольку она всегда имеет дело с предметами, которым присуща наибольшая ясность, необходимо ввести ее в план народного образования. Она пригодна не только для того, чтобы развивать интеллектуальные способности великого народа и тем самым способствовать усовершенствованию рода человеческого, но она необходима для рабочих, цель которых придавать телам определенные формы; и именно, главным образом, потому, что методы этого искусства до сих пор были мало распространены или даже совсем не пользовались вниманием, развитие промышленности шло так медленно».

Кроме этого, начертательная геометрия развивает способность абстрактно мыслить, развивает пространственные

представления — качества, совершенно необходимые инженерной практике, для решения прикладных задач.

Являясь теоретической основой инженерной графики, начертательная геометрия ставит целью:

- ознакомить изучающих ее с методами построения изображений пространственных форм на плоскости, т.е. *научить составлять чертеж*;

- развить способность мысленного воспроизведения пространственного вида изображенного на чертеже предмета, т.е. *научить читать чертеж*;

- дать знания и необходимые навыки для графического решения задач, связанных с пространственными формами, т.е. *научить графически решать задачи по начертательной геометрии*.

Инженерная графика логически развивает знания и навыки, приобретенные при изучении основ начертательной геометрии. Имеет практическое применение при выполнении студентами курсовых, дипломных проектов и для последующей профессиональной деятельности.

Таким образом, знание дисциплины «Начертательная геометрия и инженерная графика», безусловно, необходимо всем тем, кому в практической деятельности приходится обращаться к чертежам, кто имеет прямое или косвенное отношение к технике.

## ОБОЗНАЧЕНИЯ И СИМВОЛЫ

### Обозначения геометрических фигур в различных системах

	I	II	III
■ <b>Фигура</b>	$\Phi$	$\Phi$	$\Phi$
■ <b>Плоскости проекций:</b>			
- горизонтальная	$H$	$H$	$\Pi_1$
- фронтальная	$V$	$V$	$\Pi_2$
- профильная	$W$	$W$	$\Pi_3$
■ <b>Точки в пространстве</b>		$A, B, C$	
■ <b>Проекции точек:</b>			
- горизонтальная	$a, b, c$	$A', B', C'$	$A_1, B_1, C_1$
- фронтальная	$a', b', c'$	$A'', B'', C''$	$A_2, B_2, C_2$
- профильная	$a'', b'', c''$	$A''', B''', C'''$	$A_3, B_3, C_3$
■ <b>Линии</b>		<i>двумя точками</i>	
■ <b>Проекции линий</b>		<i>проекциями точек</i>	
■ <b>Плоскости</b>		$P, Q, S, \alpha, \beta, \gamma$	
■ <b>Следы плоскостей:</b>			
- горизонтальные	$P_H, Q_H, S_H$	$\alpha_H, \beta_H, \gamma_H$	$\alpha_{n1}, \beta_{n1}, \gamma_{n1}$
- фронтальные	$P_V, Q_V, S_V$	$\alpha_V, \beta_V, \gamma_V$	$\alpha_{n2}, \beta_{n2}, \gamma_{n2}$
- профильные	$P_W, Q_W, S_W$	$\alpha_W, \beta_W, \gamma_W$	$\alpha_{n3}, \beta_{n3}, \gamma_{n3}$

### Символы, обозначающие отношения между геометрическими фигурами:

- совпадение, результат действия	=
- конгруэнтность	$\cong$
- перпендикулярность	$\perp$
- объединение	$\cup$
- пересечение	$\cap$
- включает	$\supset$
- принадлежит, является элементом	$\in$
- конъюнкция предложений, союз И	$\wedge$
- квантор общности	$\forall$
- логическое следствие	$\Rightarrow$

## ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ РАЗДЕЛА «НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

### ВВЕДЕНИЕ

Возникновение начертательной геометрии относится к глубокой древности, появление ее обуславливалось потребностями строительства, а несколько позже — развитием искусств и техники.

С развитием методов построения изображений пространственных форм на плоскости связаны имена таких ученых древности, как Эсхил, Анаксагор, Демокрит, Евклид, Витрувий, Птолемей.

Значительных успехов в своем развитии начертательная геометрия достигла в эпоху Возрождения (Лоренцо Гиберти, Леон Баттиста Альберти, Пьеро делла Франческа, Леонардо да Винчи, Альбрехт Дюрер и др.).

Большой вклад в развитие начертательной геометрии внесли французский математик Ж. Дезарг, итальянский архитектор Андреа дель Поццо, голландский математик Гравезандт, английский математик Тейлор, немецкий геометр Ламберт, английский геометр Вильям Фейрич, французский инженер Фрезье и ряд других.

Практические приемы построения графических изображений с давних времен были известны и в России. Есть основания считать, что графические изображения для нужд строительства применялись в России еще в X-XI вв., а несколько позже они достигли уже известного совершенства (картины художника Рублева, чертежи Петра I, Р. Санникова, И. И. Ползунова, И. П. Кулибина, И. Е. Сафонова, архитекторов Д. В. Ухтомского, В. И. Боженова, М. Ф. Казакова, В. П. Стасова и др.).



**Гаспар Монж**

Однако творцом начертательной геометрии по праву считается французский инженер и ученый Гаспар Монж (1746—1818). В 1795 г. Гаспар Монж опубликовал свой капитальный труд «Начертательная геометрия». В данном труде он систематизировал и обобщил накопленный годами опыт геометрических построений, систематизировал метод проекций, ввел понятие «комплексный чертёж». Именно Монжа считают основателем начертательной геометрии, так как он в данном труде дал название науке и вложил в обобщенную информацию подлинно научный смысл и значение. И эта наука, удовлетворяя требованиям технического прогресса,

очень быстро завоевала признание и стала одним из основных курсов вузов.

В вузах России начертательную геометрию стали изучать с 1810 г. Первым русским профессором начертательной геометрии и крупным ученым-исследователем в этой области стал Яков Александрович Севастьянов (1796—1849).

### Тема 1.

## ПРЕДМЕТ И МЕТОД НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ. МЕТОД ПРОЕКЦИЙ. ВИДЫ ПРОЕЦИРОВАНИЯ. СВОЙСТВА ОРТОГОНАЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ. ПРОСТРАНСТВЕННАЯ МОДЕЛЬ КООРДИНАТНЫХ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ. ЭПЮР МОНЖА.

*Начертательная геометрия* – наука о методах построения изображений пространственных форм на плоскости, излагает способы графического решения задач, связанных с телами, имеющими три измерения на плоском чертеже.

*Предметы изучения* начертательной геометрии:

- изложение и обоснование способов изображения пространственных форм на плоскости;
- решение пространственных задач на плоскости во всем многообразии.

Изображения, построенные по законам, изучаемым в начертательной геометрии, дают информацию о форме изображенных предметов и их взаимном расположении в пространстве, позволяют определить их размеры, исследовать геометрические свойства.

Начертательная геометрия излагает методы точного изображения пространственных предметов на плоскости и основана на *методе проекций*.

Слово *проекция* произошло от латинского слова *projecere* - бросать тень, след. Таким образом, под проекцией предмета на плоскость подразумевается его изображение, «отброшенное» на эту плоскость с помощью проецирующих лучей.

Проекцией точки  $B$  на плоскость  $\Pi$  является точка пересечения проецирующего луча, проведенного через точку  $B$ , с плоскостью проекций  $\Pi$  (рис.1).

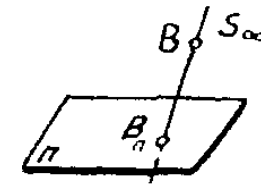


Рисунок 1 – Процесс проецирования

В зависимости от способа проведения проецирующих лучей проекции делятся на: центральные (рис. 2а) и параллельные (рис. 2б).

Центральные проекции, или перспектива, обладают наилучшей наглядностью и наиболее верно передают те зрительные впечатления, которые получает наблюдатель, рассматривая предмет в натуре. Перспектива - как фотография: передает не только общую форму предмета, но и отражает взаимное положение наблюдателя и предмета – поворот и удаление предмета относительно зрителя. Однако по перспективному изображению сложно определить истинные размеры и форму предмета (рис. 2а).

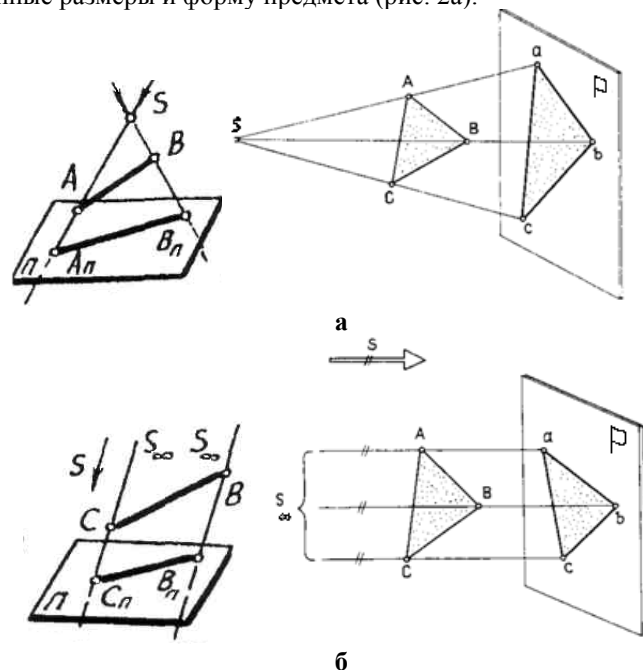


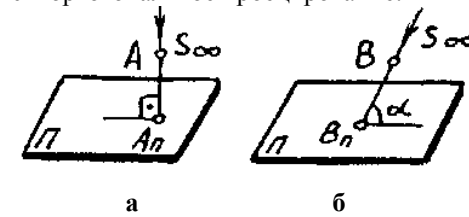
Рисунок 2 – Методы проецирования: а - центральное, б – параллельное

Параллельные проекции (аксонометрия) (рис. 2б) не отличаются такой наглядностью, как перспектива, потому что предмет рассматривается как бы издалека и только сверху или снизу. Вместе с тем аксонометрическое изображение дает представление о форме изображаемого предмета. Кроме того, по нему легко определить основные размеры предмета.

Параллельные проекции могут быть *косоугольными* (рис. 3б) и *прямоугольными* (ортогональными) (рис. 3а).

Если направление проецирования составляет с плоскостью проекций острый угол, то такая проекция называется косоугольной, если же прямой, то

прямоугольной (ортогональной). Для построения машиностроительных чертежей применяется ортогональное проецирование.

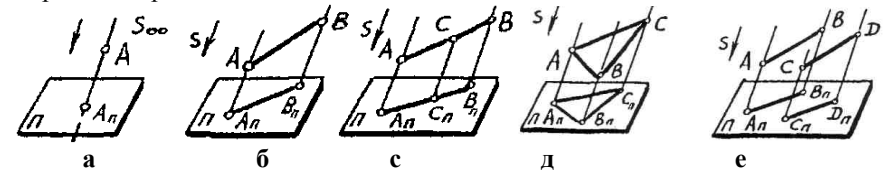


**Рисунок 3** – Виды центрального проецирования:

**а** – прямоугольная (ортогональная) проекция, **б** – косоугольная

Свойства проецирования представлены на рис. 4.

1. Проекцией точки  $A$  является  $A_n$  (рис. 4а).
2. Проекцией прямой  $AB$  является прямая  $A_nB_n$  (рис. 4б).
3. Если точка  $C$  принадлежит прямой  $AB$ , то проекция  $C_n$  принадлежит  $A_nB_n$  (рис. 4в). Кроме того, отношение отрезков прямой линии равно отношению их проекций.
4. Проекция двух параллельных прямых параллельны ( $AB \parallel CD$  и  $A_nB_n \parallel C_nD_n$ ) (рис. 4г).
5. Проекцией плоской фигуры является плоская фигура (рис. 4д).
6. Проекция параллельных прямых параллельны между собой (рис. 4е), но обратное справедливо не всегда.



**Рисунок 4** – Свойства параллельного проецирования

Проекция точки, линии или фигуры на одну плоскость проекций не определяет ее положения в пространстве. Положение в пространстве любого геометрического элемента или фигуры будет полностью определено проекциями его на две взаимно перпендикулярные плоскости проекций.

К проекционным изображениям в начертательной геометрии предъявляются следующие основные требования:

- обратимость — восстановление оригинала по его проекционным изображениям (чертежу), возможность определять форму и размеры объекта, его положение и связь с окружающей средой;
- наглядность — изображение (перспектива, аксонометрия) должно создавать пространственное представление о форме предмета и о том, как будет выглядеть предмет в реальных условиях;

- точность — графические операции, выполненные на чертеже, должны давать достаточно точные результаты;
- простота — изображение должно быть простым по построению и должно допускать однозначное описание объекта в виде последовательности графических операций.

Параллельные прямоугольные проекции на две взаимно перпендикулярные неподвижные плоскости проекций — основной метод составления технических чертежей. Этот метод впервые был описан Гаспаром Монжем в 1798 г. и называется методом Монжа (рис.5а).

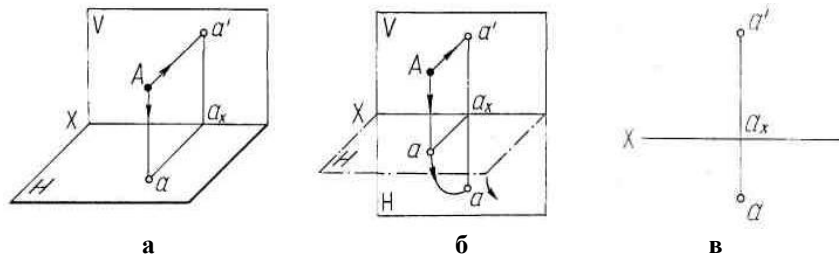


Рисунок 5 – Эпюр точки  $A$  в системе  $V/H$

Условие обратимости чертежа выполняется ортогональным проецированием объекта на две или три плоскости проекций. Плоскости проекций называют:  $H$  – горизонтальной,  $V$  – фронтальной,  $W$  – профильной (рис.6 а).

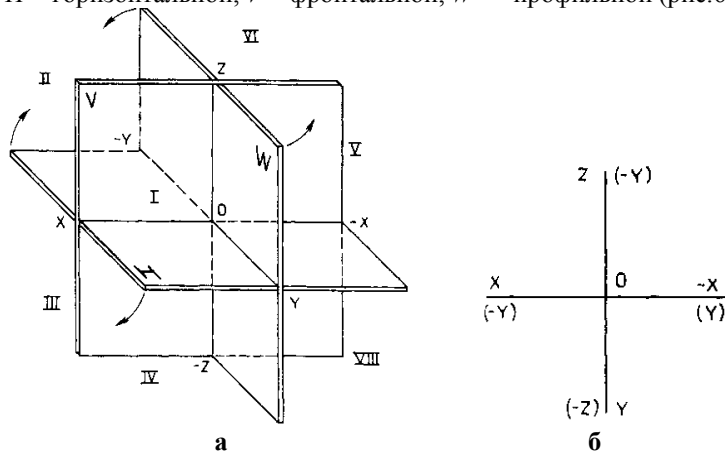


Рисунок 6 – Сущность метода ортогонального проецирования:  
а – модель октантов, б - эпюр

Плоскости проекций разделяют пространство на восемь трехгранных углов, называемых октантами, которые нумеруют в порядке, указанном на

рис. 6а. Линии пересечения плоскостей проекций называют осями проекций, или координатными осями, и обозначают:  $X$  – ось абсцисс,  $Y$  – ординат,  $Z$  – аппликат. Плоскости проекций условно приняты ограниченными и непрозрачными, после совмещения их границы не показывают (рис. 6б).

Изображение, полученное в результате поворота плоскости проекций  $H$  на угол  $90^\circ$  до совмещения с плоскостью проекций  $V$ , называется эпором (в переводе с французского – «чертеж») (рис. 5б). На рис. 5в представлен метод Монжа на примере построения эюра точки  $A$  на две взаимно перпендикулярные неподвижные плоскости проекций  $V$  и  $H$ , где  $a$  – горизонтальная проекция точки  $A$ ,  $a'$  – фронтальная проекция точки  $A$ .

## Тема 2.

### ЧЕРТЕЖИ ТОЧЕК. ЧЕРТЕЖИ ОТРЕЗКОВ ПРЯМЫХ ЛИНИЙ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ ОТРЕЗКА ПРЯМОЙ. СЛЕДЫ ПРЯМОЙ ЛИНИИ.

Ортогональной проекцией точки на плоскости проекций называют основание перпендикуляра, опущенного из данной точки на плоскость.

На рис. 7а система  $V/H$  дополнена третьей плоскостью проекций  $W$ , перпендикулярной как к плоскости проекций  $V$ , так и к плоскости проекций  $H$ . Это система  $V, H, W$ .

На рис. 7а показано построение проекций точки  $A$  в системе  $V, H, W$ , т. е. на три плоскости проекций;  $a''$  — профильная проекция точки  $A$ .

Совместив плоскости проекций  $H$  и  $W$  с плоскостью проекций  $V$  поворотом каждой из них на  $90^\circ$  в направлении, указанном стрелками, получим эпор точки  $A$  в системе  $V, H, W$  (рис. 7б).

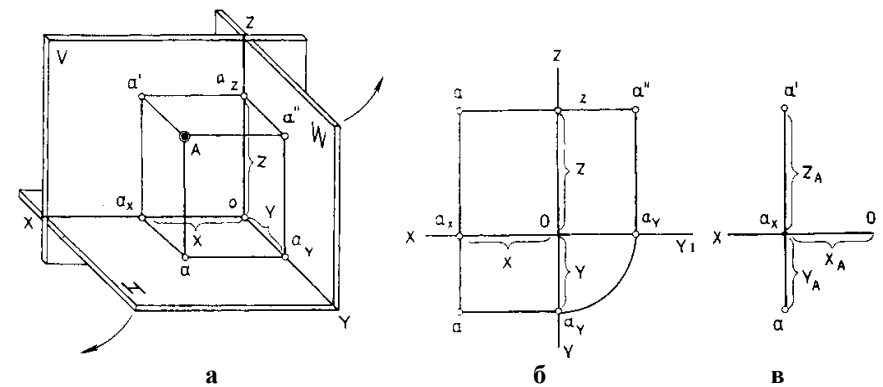


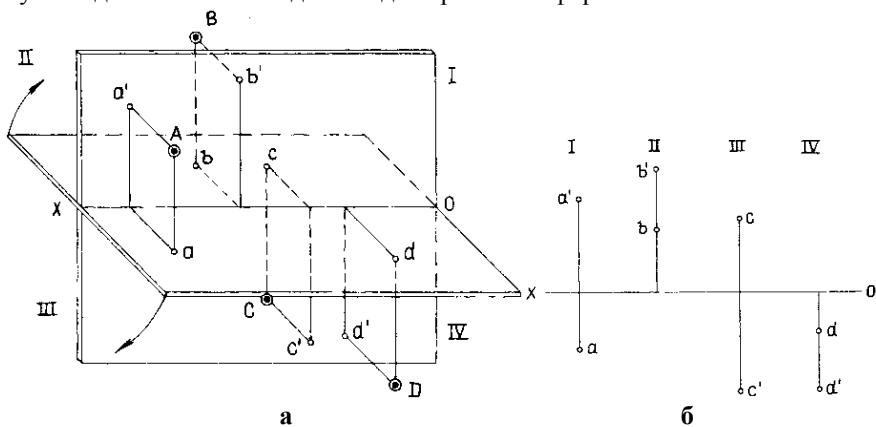
Рисунок 7 - Эпор точки  $A$  в системе  $V, H, W$

Появление на эюре оси  $Y_1$  объясняется тем, что ось  $Y$  при совмещении плоскостей проекций  $H$  и  $W$  с плоскостью  $V$  как бы раздвоилась — одна ее часть ушла вниз с плоскостью  $H$  (на эюре она обозначена буквой  $Y$ ), а вторая — вправо с плоскостью  $W$  (на эюре она обозначена буквой  $Y_1$ ).

На эюре фронтальная и профильная проекции точки лежат на одной линии связи, которая перпендикулярна к оси проекций  $Z$ , причем профильная проекция точки находится на таком же расстоянии от оси  $Z$ , как и горизонтальная от оси  $X$ .

Прямые линии, соединяющие проекции точки и перпендикулярные осям проекций, называют линиями связи (рис. 7б, в).

Поскольку две проекции точки определяют ее положение в пространстве, то по двум проекциям можно построить третью, которая оказывается необходимой в тех случаях, когда проекционный чертеж объекта сложен и требуются дополнительные данные для прочтения формы объекта.



**Рисунок 8** – Положение проекций точек в зависимости от четверти пространства, в которой расположены точки

Если профильная плоскость проекций  $W$  не используется, плоскости  $H$  и  $V$  разделяют пространство на четыре двугранных угла — четверти (рис. 8 а). Ось проекций разделяет плоскости проекций на две полуплоскости.

Положение проекций точек на эюре (рис. 8 б) зависит от того, в какой четверти пространства расположена точка. Точка  $B$  расположена во второй четверти, ее проекции на эюре находятся над осью  $X$ . Горизонтальная проекция точки  $C$ , расположенной в третьей четверти, после совмещения плоскостей окажется над осью, а фронтальная проекция — ниже оси. Обе проекции точки  $D$ , расположенной в четвертой четверти, находятся ниже оси  $X$ . Две проекции точки могут совпадать (во второй и четвертой четвертях) или

находиться на одинаковом расстоянии от оси проекций (в первой и третьей четвертях), если их координаты одинаковы.

Знаки координат в каждом из октантов указаны в табл. 1.

Точка в пространстве может быть определена не только ее проекциями, но и прямоугольными (декартовыми) координатами.

Известно, что *координаты какой-либо точки — это числа, выражающие ее расстояния от трех взаимно перпендикулярных плоскостей, называемых плоскостями координат.*

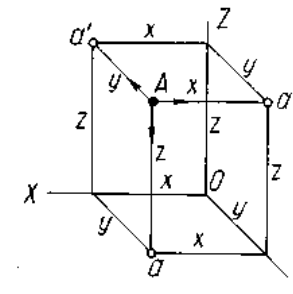
**Таблица 1** – Знаки прямоугольных координат в различных четвертях и октантах

Номер четверти или октанта	$X$	$Y$	$Z$
I	+	+	+
II	+	-	+
III	+	-	-
IV	+	+	-

На рис.9 построена в проекциях точка  $A$  по ее координатам  $x, y, z$ , где  $x$  — абсцисса;  $y$  — ордината;  $z$  — аппликата.

Приняв оси и плоскости координат за оси и плоскости проекций, легко заметить, что абсцисса точки ( $x$ ) — это расстояние ее от плоскости проекций  $W$ , ордината ( $y$ ) — расстояние от плоскости проекций  $V$  и аппликата ( $z$ ) — расстояние от плоскости проекций  $H$ .

Как видно из приведенного изображения, каждая проекция точки определяется двумя координатами: фронтальная — абсциссой  $x$  и аппlikатой  $z$ , горизонтальная — абсциссой  $x$  и ординатой  $y$ , профильная — ординатой  $y$  и аппlikатой  $z$ . Следовательно, по координатам точки может быть построен и ее эюр.



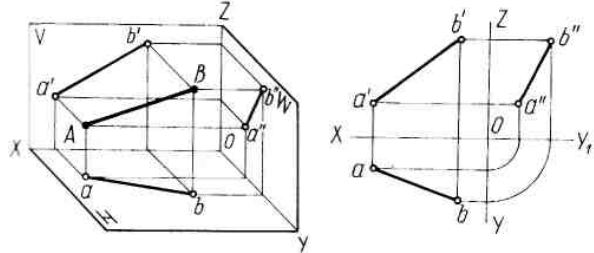
**Рисунок 9** - Построение в проекциях точки  $A$  по ее координатам  $x, y, z$

*Проекция прямой линии определяются проекциями двух точек, принадлежащих этой линии, прямая на эюре задается двумя проекциями.*

На рис.10 приведен эпюр отрезка  $AB$  в системе  $V, H, W$ . Отрезок  $AB$  не параллелен ни одной из плоскостей проекций – это *отрезок прямой общего положения*. У отрезка прямой общего положения:

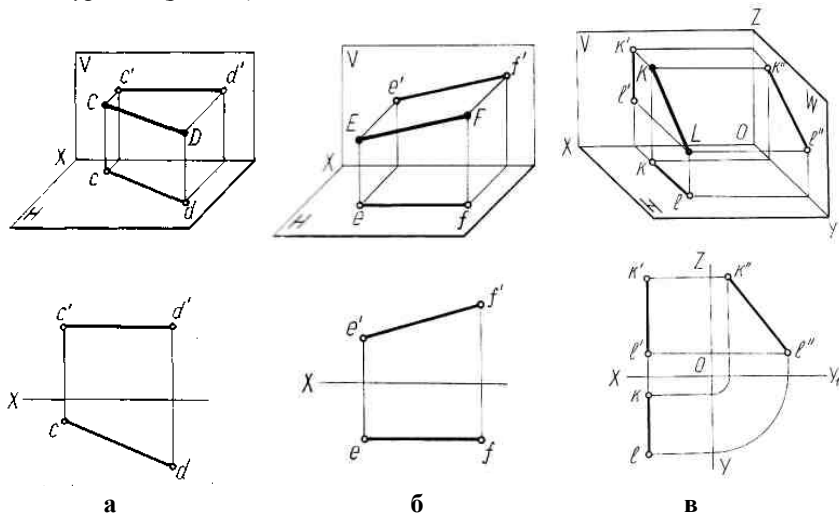
$$\begin{aligned} a'b' &< AB; \\ ab &< AB; \\ a''b'' &< AB, \end{aligned}$$

т.е. каждая его проекция меньше истинной величины самого отрезка.



**Рисунок 10** – Прямая общего положения

В отличие от прямых общего положения прямые параллельные или перпендикулярные плоскостям проекций, называются *прямыми частного положения*. Прямые, параллельные одной из плоскостей проекций, называют *линиями уровня* (рис. 11).



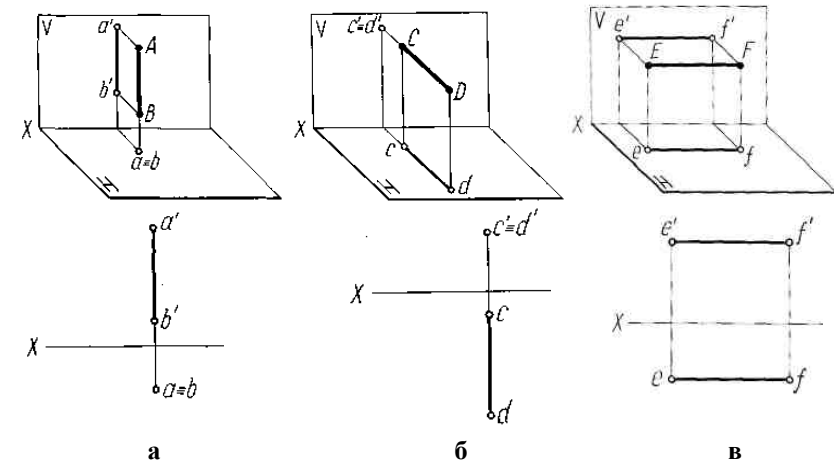
**Рисунок 11** – Модели и эпюры прямых уровня: **а** – горизонтали, **б** – фронталы, **в** - профильной прямой

Отрезок прямой  $CD$  (рис. 11а) параллелен плоскости проекций  $H$  – это *горизонтальная прямая*. У отрезка горизонтальной прямой  $cd = CD$ .

Отрезок прямой  $EF$  (рис. 11б) параллелен плоскости проекций  $V$  – это *фронтальная прямая*. У отрезка фронтальной прямой  $e'f' = EF$ .

Отрезок прямой  $KL$  (рис. 11в) параллелен плоскости проекций  $W$  – это *профильная прямая*. У отрезка профильной прямой  $k''l'' = KL$ .

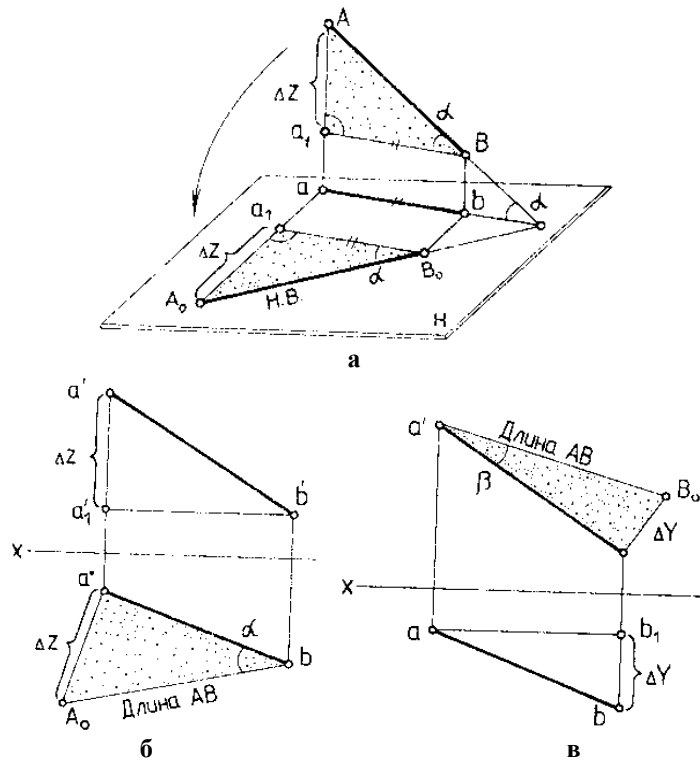
Прямые, перпендикулярные плоскостям проекций, называют *проецирующими* (рис. 12):  $AB \perp H$ ,  $CD \perp V$ ,  $EF \perp W$ ,  $AB$  — горизонтально проецирующая,  $CD$  — фронтально проецирующая,  $EF$  — профильно проецирующая прямая.



**Рисунок 12** – Модели и эпюры проецирующих прямых: **а** – горизонтально проецирующей, **б** – фронтально проецирующей, **в** – профильно проецирующей прямой

Длину отрезка прямой можно определить по двум его проекциям из прямоугольного треугольника  $abA_0$  (рис. 13 а, б), в котором одним катетом является горизонтальная проекция  $ab$  отрезка, а другим — разность координат его концов ( $\Delta z$ ), взятая из другой проекции. Гипотенуза  $A_0b$  прямоугольного треугольника есть длина отрезка. Угол  $\alpha$  в этом треугольнике определяет угол наклона прямой к плоскости  $H$ . Длину отрезка прямой можно определить аналогично, построив прямоугольный треугольник на фронтальной проекции отрезка (рис. 13б). Угол  $\beta$  в этом треугольнике определяет наклон прямой  $AB$  к плоскости  $V$ .

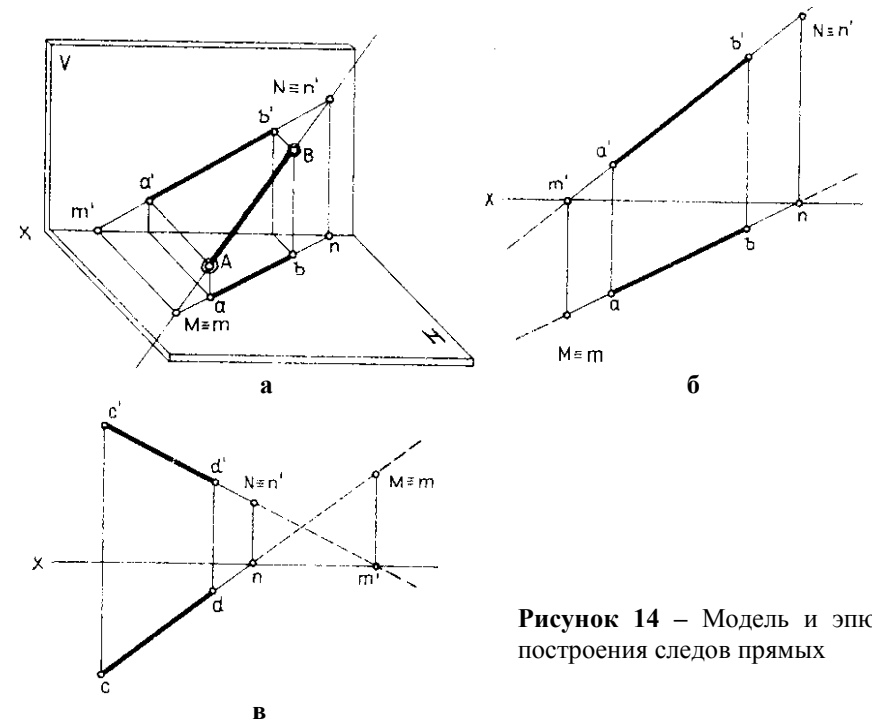
Следами прямой называются точки пересечения прямой с плоскостями проекций (рис. 14а):  $M(m;m')$  — горизонтальный след прямой;  $N(n;n')$  — фронтальный след. На рис. 14б дан эпюр прямой  $AB$ , а также горизонтальный и фронтальный следы прямой.



**Рисунок 13** – Определение длины отрезка прямой способом прямоугольного треугольника

Для определения на эюре горизонтального следа прямой необходимо продолжить ее фронтальную проекцию до пересечения с осью  $Ox$  и в этой точке восставить перпендикуляр до пересечения с горизонтальной проекцией прямой. Фронтальный след прямой определяют аналогично.

Следы прямой строятся как точки пересечения прямой со своими проекциями, поэтому каждый след совпадает со своей одноименной проекцией. Следы прямой являются точками, в которых прямая переходит из одной четверти в другую. Так, прямая  $AB$  (рис. 14 а, б) проходит через  $I$ ,  $II$  и  $IV$  четверти пространства. Прямая  $CD$  (рис. 14 в) — через  $I$ ,  $II$  и  $III$  четверти. Видимой частью прямой будет та ее часть, которая расположена в первой четверти.



**Рисунок 14** – Модель и эпюры построения следов прямых

### Тема 3. ВЗАИМНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ПРЯМЫХ. ПРОЕКЦИИ ПЛОСКОГО УГЛА.

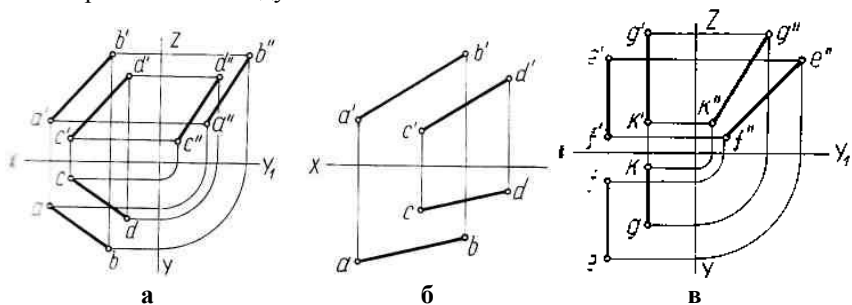
*Две прямые в пространстве могут быть параллельными, пересекаться или скрещиваться.*

*У параллельных прямых одноименные проекции на все три плоскости проекций попарно параллельны. Справедливо и обратное, т. е. если одноименные проекции двух прямых на три плоскости проекций попарно параллельны, то эти прямые параллельны между собой.*

На эпюре (рис. 15а)  $ab \parallel cd$ ,  $a'b' \parallel c'd'$ ,  $a''b'' \parallel c''d''$  — значит прямые  $AB$  и  $CD$  параллельны между собой.

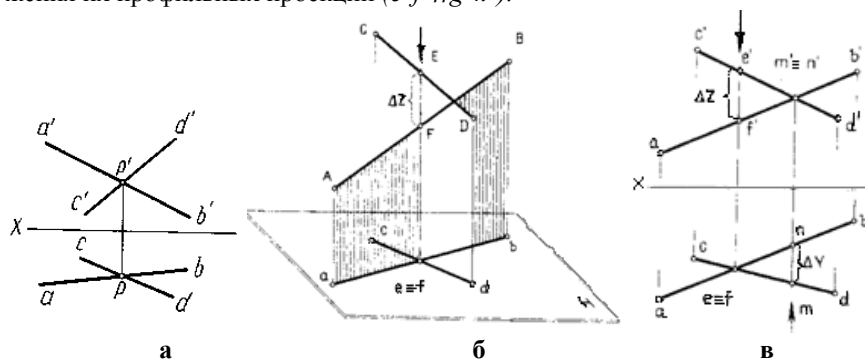
Для того чтобы сделать вывод о взаимной параллельности двух прямых общего положения, достаточно параллельности их одноименных проекций в системе —  $V/H$ , т.е. на две плоскости проекций.

У изображенных на эпюре (рис. 15б) прямых общего положения  $AB$  и  $CD$  горизонтальные и фронтальные проекции попарно параллельны — эти прямые параллельны между собой.



**Рисунок 15** – а, б - параллельные прямые, в – профильные прямые

Исключением являются горизонтальные и фронтальные проекции профильных прямых. О взаимной параллельности двух профильных прямых можно судить лишь построив их профильные проекции. Горизонтальные и фронтальные проекции профильных прямых  $EF$  и  $GK$  попарно параллельны (рис. 15в), но эти прямые не параллельны, что следует из взаимного положения их профильных проекций ( $e''f'' \parallel g''k''$ ).



**Рисунок 16** – а - пересекающиеся прямые, б – модель скрещивающихся прямых, в – эпюр скрещивающихся прямых

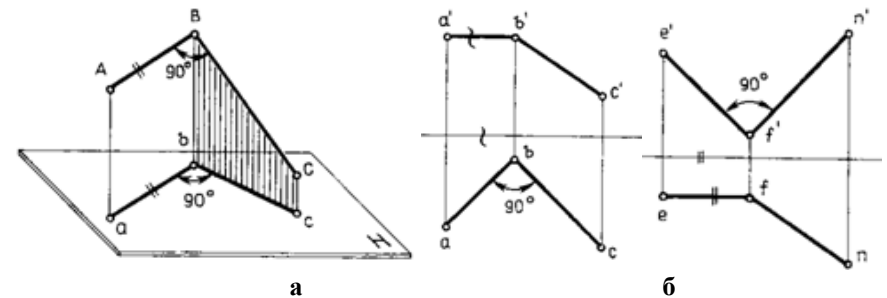
У пересекающихся прямых одноименные проекции пересекаются и точка их пересечения находится на одной линии связи. Прямые  $AB$  и  $CD$  (рис. 16а) пересекаются, т. е. имеют одну общую точку — точку  $P$ .

Прямые на рис. 16б, в — скрещиваются, т. е. не имеют ни одной общей точки. У скрещивающихся прямых точки пересечения их одноименных проекций не лежат на одной линии связи (рис. 16в). Точками пересечения одноименных проекций скрещивающихся прямых соответствуют в про-

странстве две точки: в одном случае —  $E$  и  $F$ , а в другом —  $M$  и  $N$ , расположенные на прямых. На эпюре (рис. 16, б) точке пересечения горизонтальных проекций прямых соответствуют две фронтальные проекции точек  $e'$  и  $f'$ , лежащие на горизонтальной проекции прямой. Аппликата (высота) точки  $E$  больше, следовательно, прямая  $CD$  в этом месте проходит над прямой  $AB$  и будет видимой при взгляде сверху. Две другие, совпадающие на фронтальной проекции точки  $M$  и  $N$ , имеют разные ординаты. Ордината точки  $M$  больше, следовательно, прямая  $CD$  в этом месте расположена ближе к зрителю и будет видимой при взгляде спереди.

Точки скрещивающихся прямых, лежащие попарно на проецирующих прямых, называются конкурирующими. Таким образом, рассмотрение на эпюре взаиморасположения конкурирующих точек дает возможность определить видимость скрещивающихся прямых, если они, например, являются ребрами многогранника. Видимость того или иного элемента объекта решается при этом для каждой проекции в отдельности.

Плоский угол проецируется на плоскость проекций в натуральную величину, если его стороны параллельны этой плоскости проекций. Но если проецируемый угол прямой, то для того чтобы он проецировался на плоскость проекций в натуральную величину, достаточно параллельности одной его стороны этой плоскости проекций.



**Рисунок 17** – Прямые, пересекающиеся под прямым углом:  
а- модель, б – эпюры

Изображенные на рис. 17  $\angle ABC$  и  $\angle EFN$  — прямые, так как одна из сторон  $AB$  параллельна плоскости проекций  $H$ , а сторона  $EF$  параллельна плоскости проекций  $V$ , на которые они спроецируются в виде прямого угла, т. е. в натуральную величину.

#### Тема 4.

### ПЛОСКОСТЬ. ПРЯМЫЕ И ТОЧКИ В ПЛОСКОСТИ. ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ. ПОЗИЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ. МЕТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПРОЕКЦИЙ.

Плоскость можно рассматривать как совокупность всех прямых, проходящих через некоторую неподвижную точку и пересекающих вне ее неподвижную прямую линию.

Положение плоскости может быть определено:

- тремя точками, не лежащими на одной прямой (рис. 18а);
- прямой и точкой вне ее (рис. 18б);
- двумя пересекающимися прямыми (рис. 18в);
- двумя параллельными прямыми (рис. 18г);
- любой плоской фигурой (например, треугольником — рис. 18д);
- следами плоскости (рис. 18е).

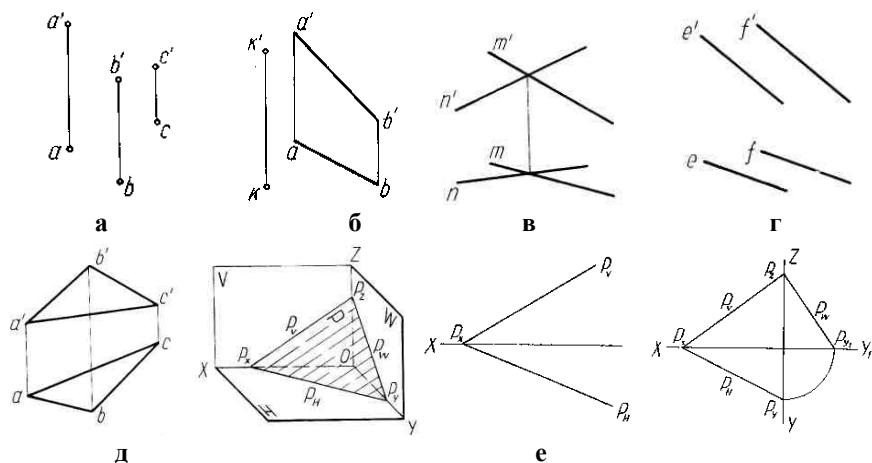


Рисунок 18 – Способы задания плоскости

Изображенная на рис. 18е плоскость  $P$  пересекает плоскость проекций по прямым линиям, обозначенным  $P_H$ ,  $P_V$  и  $P_W$  – эти прямые линии называются следами плоскости:  $P_V$  — фронтальный след,  $P_H$  — горизонтальный след,  $P_W$  — профильный след плоскости  $P$ .

Задание плоскости ее следами является по существу частным случаем задания ее двумя пересекающимися прямыми, т. е. прямыми, по вторым плоскость пересекается с плоскостями проекций.

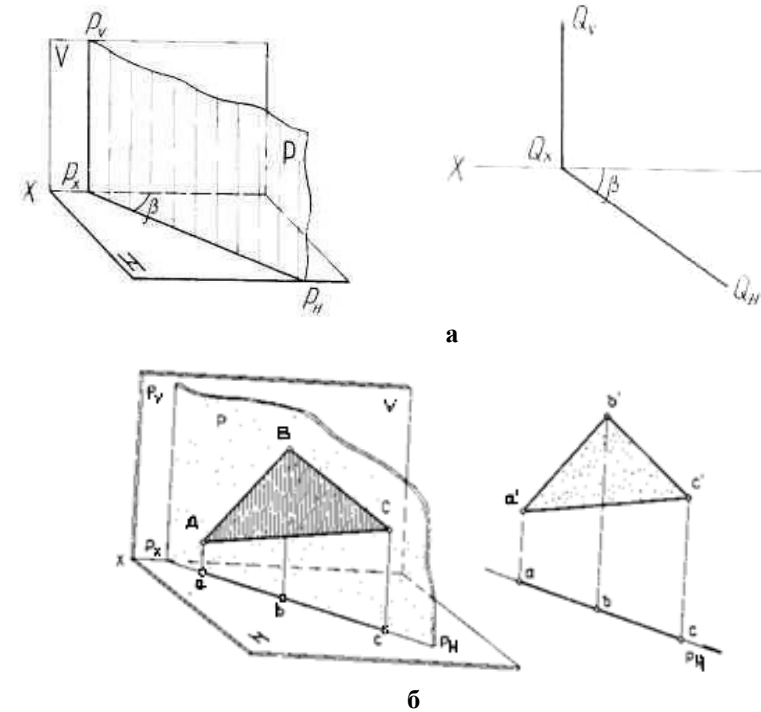
В зависимости от того, какое положение занимают плоскости относительно плоскостей проекций, можно выделить:

- плоскости общего положения – не перпендикулярные и не параллельные плоскостям проекций;
- плоскости проецирующие – перпендикулярные плоскостям проекций;
- плоскости уровня – плоскости, параллельные плоскостям проекций.

Плоскости уровня и проецирующие плоскости в отличие от плоскости общего положения называются *плоскостями частного положения*.

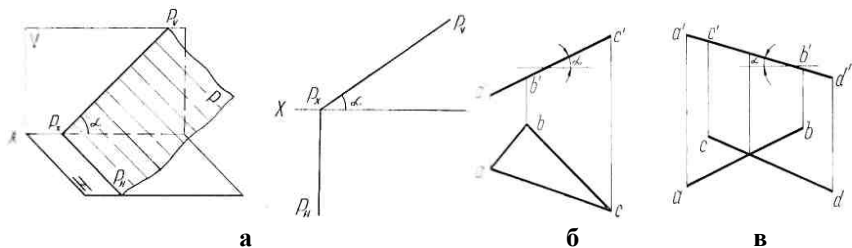
На рис.18 изображена *плоскость, которая не перпендикулярна ни к одной из плоскостей проекций – это плоскость общего положения*.

Плоскость, перпендикулярная к плоскости проекций  $H$ , называется *горизонтально проецирующей плоскостью* (рис.19).



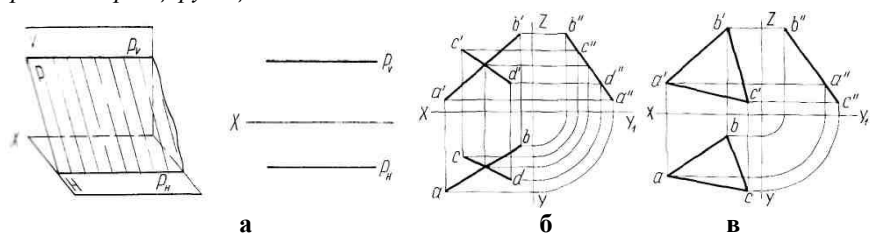
**Рисунок 19** – **а** – горизонтально проецирующая плоскость, заданная следами модель и эпюр, **б** - горизонтально проецирующая плоскость, заданная треугольником модель и эпюр

Плоскость, показанная на рис. 20, перпендикулярна к плоскости проекций  $V$ . Это *фронтально проецирующая плоскость*.



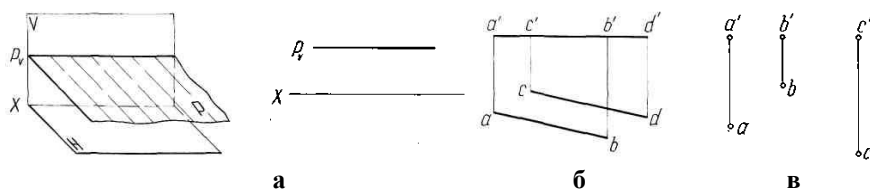
**Рисунок 20** – **а** – фронтально проецирующая плоскость заданная следами модель и эпюр, **б** – фронтально проецирующая плоскость заданная треугольником, **в** – фронтально проецирующая плоскость заданная пересекающимися прямыми

Плоскость (рис. 21), перпендикулярная к плоскости проекций  $W$  — *профильно проецирующая плоскость*.



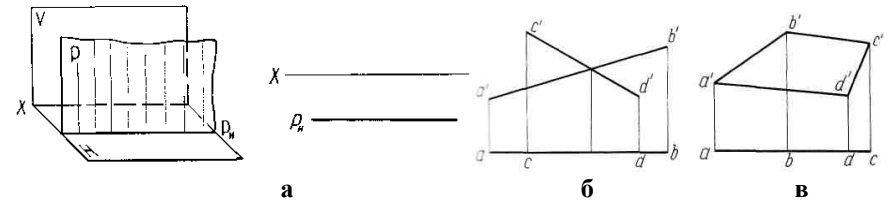
**Рисунок 21** – **а** – профильно проецирующая плоскость, заданная следами модель и эпюр, **б** – профильно проецирующая плоскость, заданная пересекающимися прямыми, **в** – фронтально проецирующая плоскость, заданная треугольником

Плоскость, изображенная на рис. 22, перпендикулярна к плоскостям проекций  $V$  и  $W$ , т. е. параллельна  $H$  - это *горизонтальная плоскость*.



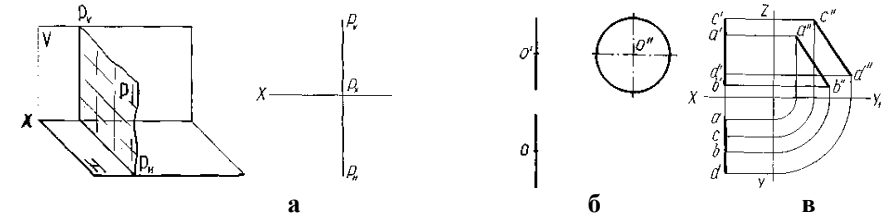
**Рисунок 22** – **а** – горизонтальная уровня плоскость, заданная следами модель и эпюр, **б** – горизонтальная уровня плоскость, заданная параллельными прямыми, **в** – горизонтальная уровня плоскость, заданная тремя точками

Плоскость (рис. 23), перпендикулярная к плоскостям проекций  $H$  и  $W$ , т. е. параллельная  $V$ , — *фронтальная*.



**Рисунок 23** – **а** – фронтальная уровня плоскость, заданная следами модель и эпюр, **б** – фронтальная уровня плоскость, заданная пересекающимися прямыми, **в** – фронтальная уровня плоскость, заданная четырехугольником

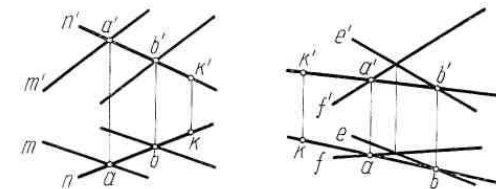
Плоскость на рис. 24 перпендикулярна к плоскостям проекций  $H$  и  $V$ , т.е. параллельна  $W$  - это *профильная плоскость*.



**Рисунок 24** – **а** – профильная уровня плоскость, заданная следами модель и эпюр, **б** – профильная уровня плоскость, заданная плоской фигурой (кругом), **в** – профильная уровня плоскость, заданная параллельными прямыми

Известно из курса геометрии, что *прямая принадлежит плоскости, если она проходит через две точки, принадлежащие плоскости, или проходит через одну точку, принадлежащую плоскости, и параллельна какой-то прямой, лежащей в данной плоскости*.

Применительно к начертательной геометрии первое из этих положений должно быть сформулировано так: *прямая принадлежит плоскости, если ее проекции проходят через одноименные проекции двух точек, принадлежащих плоскости (точки  $A$  и  $B$  на рис. 25).*



**Рисунок 25** – Примеры принадлежности прямой плоскости

*Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит прямой, лежащей в заданной плоскости. Это значит, что для построения какой-либо точки,*

принадлежащей заданной плоскости, надо построить вначале в этой плоскости прямую, а затем на ней взять точку (точка  $K$  на рис.25).

Среди множества прямых, которые могут быть проведены в плоскости, следует выделить *главные линии плоскости*: *горизонталь*, *фронталь*, *линию наибольшего ската (наклона)*.

*Горизонталь плоскости* — прямая, принадлежащая плоскости и параллельная горизонтальной плоскости проекций (рис. 26).

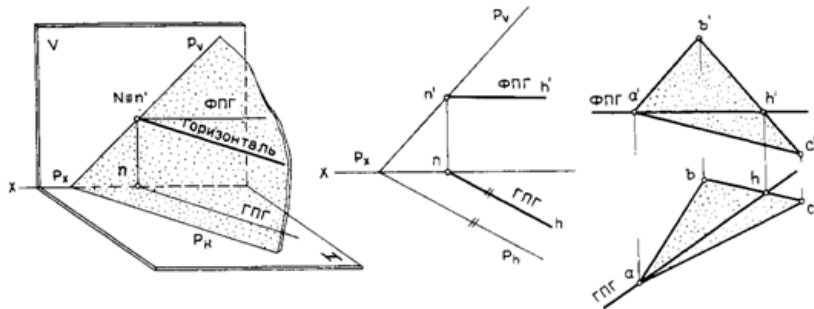


Рисунок 26 – Горизонталь плоскости модель и эпюры

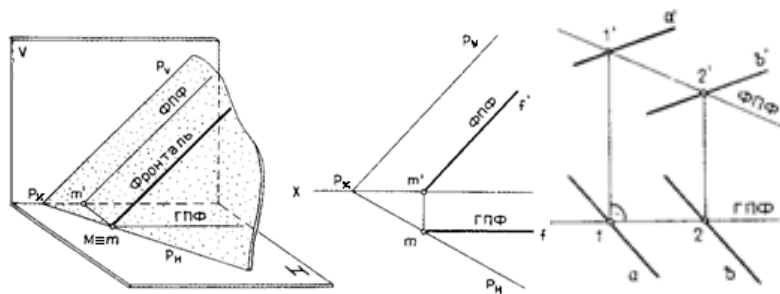
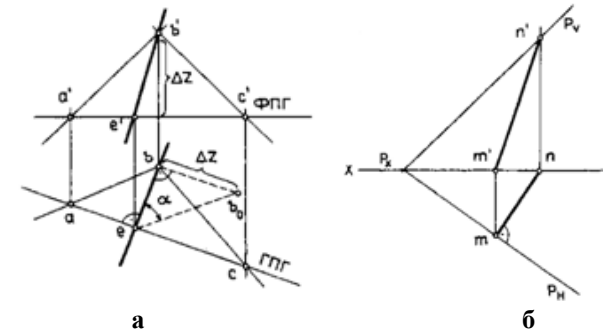


Рисунок 27 – Фронталь плоскости модель и эпюры

*Фронталь плоскости* — прямая, принадлежащая плоскости и параллельная фронтальной плоскости проекции (рис. 27).

*Линией наибольшего ската* называют лежащую в этой плоскости прямую, которая перпендикулярна произвольной горизонтали или фронтале плоскости. Линии ската  $NM$  и  $BE$  определяют угол наклона плоскости к горизонтальной плоскости проекций. Он определяется — построением на горизонтальной проекции отрезка прямой  $be$  (рис. 28а) прямоугольного треугольника, вторым катетом которого служит разность аппликат концов отрезка. Угол  $\alpha$  есть угол наклона плоскости  $ABC$  к плоскости  $H$ .

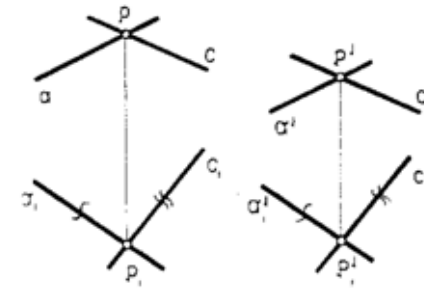
Следует отметить, что следы плоскости также являются главными линиями плоскости — горизонталью и фронталью (рис. 28б), совмещенными с плоскостями проекций. Главные линии плоскости в качестве вспомогательных прямых облегчают решение ряда задач.



**Рисунок 28** – Линия наибольшего ската плоскости

Две плоскости в пространстве могут быть параллельными или пересекающимися.

Две плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости (рис. 29). Если параллельные плоскости задаются на эюре следами, то одноименные следы этих плоскостей должны быть параллельными.



**Рисунок 29** – Взаимно параллельные плоскости

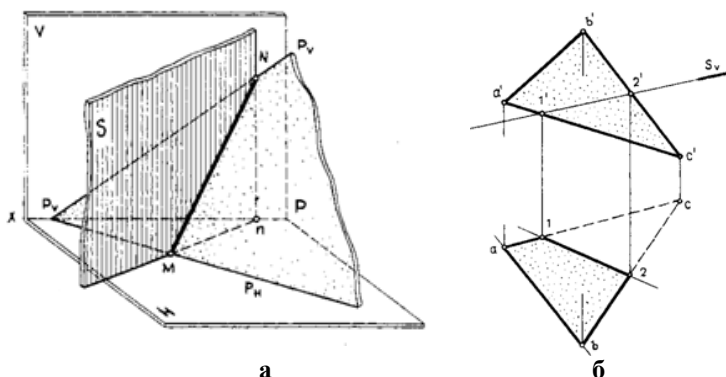
Построение линии пересечения плоскостей — одна из основных задач начертательной геометрии. Она относится к так называемым позиционным задачам.

Позиционными называют задачи на определение общих элементов различных сопрягаемых геометрических форм. К ним относятся задачи на принадлежность геометрических элементов и на пересечение геометрических объектов, например, пересечение прямой и плоскости с поверхностью, пересечение двух поверхностей и, в частности, задача на пересечение двух плоскостей.

Две плоскости пересекаются по прямой линии, поэтому для построения линии пересечения плоскостей необходимо определить две точки этой прямой.

Рассмотрим *частный случай* пересечения плоскостей, когда одна из них — проецирующая.

На рис. 30а приведены плоскость общего положения  $P$  и горизонтально проецирующая плоскость  $S$ . Двумя общими точками, принадлежащими обеим плоскостям, являются точки пересечения  $M$  и  $N$  одноименных следов этих плоскостей, которые и определяют линию пересечения.



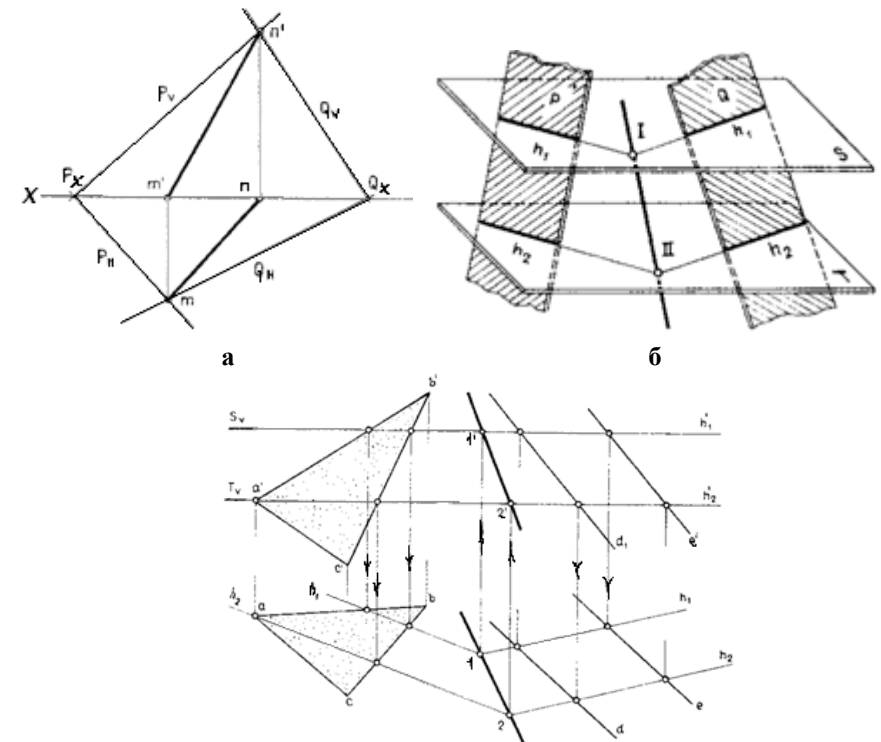
**Рисунок 30** – Пересечение плоскостей частного положения

Однако линия пересечения плоскостей может быть определена и другим образом. Если одна из пересекающихся плоскостей проецирующая, то одна из проекций линии пересечения совпадает с ее проецирующим следом. Горизонтальная проекция  $mn$  линии пересечения заданных плоскостей лежит на горизонтальном следе  $S_H$  горизонтально проецирующей плоскости  $S$ . Фронтальная проекция линии пересечения определяется линиями связи.

На рис. 30б показаны плоскость общего положения, заданная треугольником  $ABC$ , и фронтально проецирующая плоскость  $S$ . На фронтальной проекции в пересечении проецирующего следа плоскости  $S_v$  со сторонами треугольника получим две общие точки  $1'$  и  $2'$  и фронтальную проекцию линии пересечения плоскостей. Горизонтальная проекция определяется с помощью проведения линии связи.

Рассмотрим *общий случай пересечения*, когда обе плоскости — общего положения. На рис. 31а приведены две плоскости, заданные следами. Как и в предыдущем примере, общими точками плоскостей являются точки пересечения  $M$  и  $N$  одноименных следов. Соединяя одноименные проекции этих точек прямой линией, получим проекции линии пересечения плоскостей.

Если точки пересечения одноименных следов находятся вне поля чертежа, а также в тех случаях, когда плоскости заданы не следами, а другими геометрическими элементами, то для определения линии пересечения плоскостей следует использовать вспомогательные плоскости уровня (рис. 31б) — горизонтальные или фронтальные.



**Рисунок 31** – Пересечение плоскостей общего положения

*Прямая может находиться в плоскости, быть параллельной ей или пересекать плоскость.*

*Прямая параллельна плоскости, если она параллельна какой-либо прямой, принадлежащей этой плоскости. Поэтому, чтобы провести через заданную точку прямую, параллельную плоскости, надо, сначала провести в плоскости произвольную прямую, а затем провести через точку искомую прямую, параллельную прямой, принадлежащей плоскости (рис. 32).*

*Если прямая не принадлежит плоскости и не параллельна ей, то она пересекает данную плоскость. Задача на определение точки пересечения прямой линии с плоскостью является одной из основных в начертательной геометрии.*

При решении задач на пересечение прямой с плоскостью следует выделить частный случай. Если плоскость занимает проецирующее положение, то одна проекция точки пересечения определяется в пересечении проекции прямой с проецирующим следом плоскости, а другая проекция строится с помощью линии связи (рис. 33).

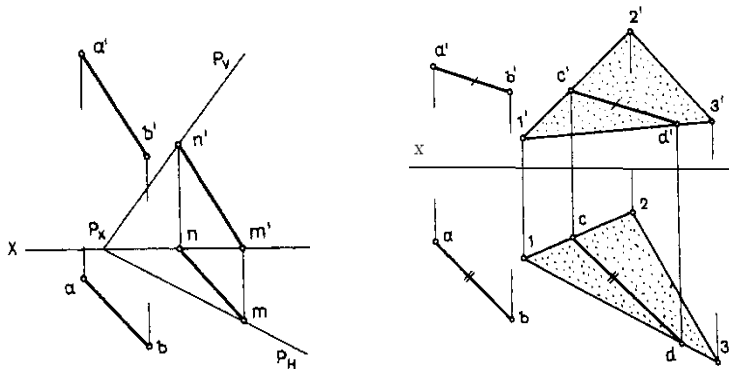


Рисунок 32 – Построение прямой параллельной плоскости

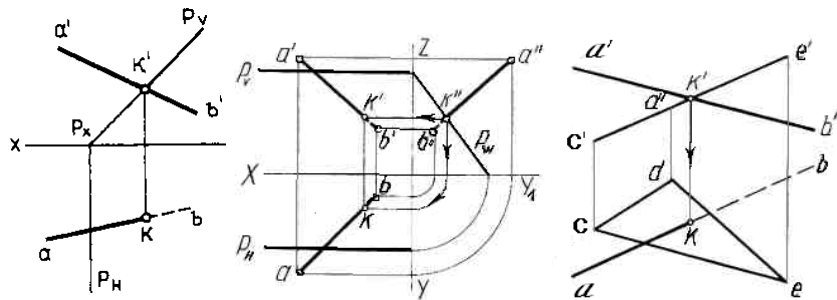


Рисунок 33 – Построение точки пересечения прямой с плоскостями частного положения

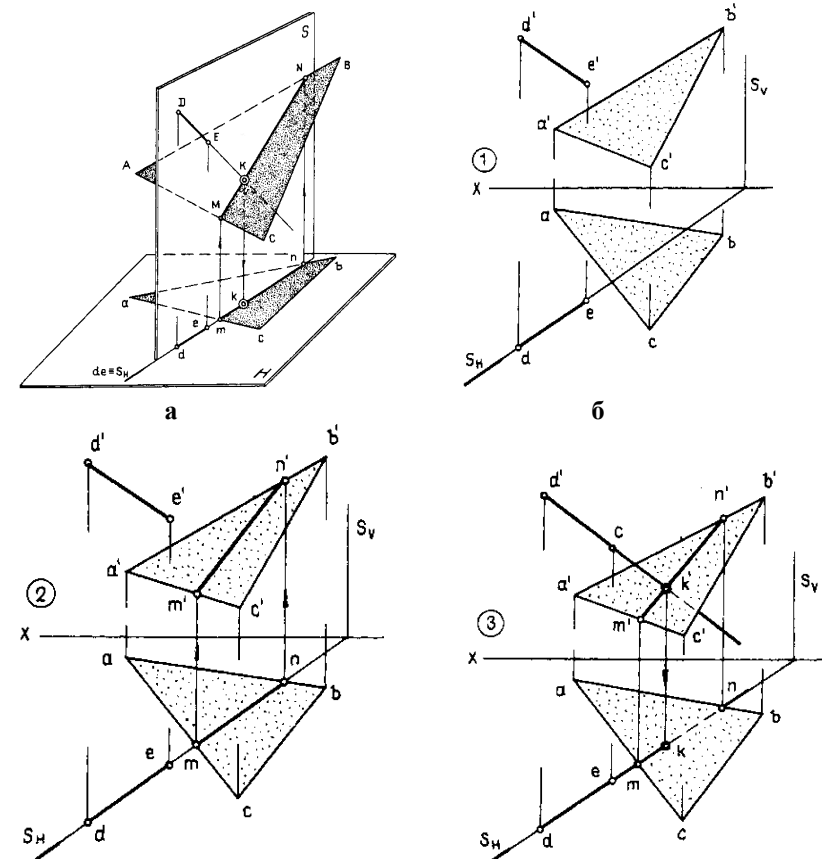
На рис. 30 показаны точки пересечения (точки  $K$ ) прямой  $AB$  с фронтально проецирующей и профильно проецирующей плоскостями. Искомые точки (точки  $K$ ) отмечены из следующих соображений. Точка пересечения прямой с плоскостью есть точка, принадлежащая как прямой, так и плоскости (общая точка). Следовательно, проекции ее, исходя из принадлежности ее прямой, должны лежать на одноименных проекциях прямой, а исходя из принадлежности ее плоскости — на соответствующем следе плоскости. Точка, удовлетворяющая этим требованиям — единственная, это точка  $K$ .

Если плоскость общего положения, точка пересечения прямой с плоскостью определяется с помощью вспомогательной секущей плоскости.

Для построения точки пересечения прямой линии с плоскостью необходимо (рис. 34):

1) провести через прямую  $DE$  вспомогательную проецирующую плоскость  $S$ ;

- 2) построить линию  $MN$  пересечения данной плоскости и вспомогательной;
- 3) определить искомую точку  $K$  пересечения данной прямой  $DE$  с линией пересечения плоскостей  $MN$ ;
- 4) определить видимость участков прямой.



**Рисунок 34** – Построение точки пересечения прямой с плоскостью общего положения: **а** – модель; **б** – эпюры этапов построения точки  $K$

Плоскости (в том числе и плоскости проекций) обычно считаются непрозрачными. Поэтому та часть прямой линии, которая находится за плоскостью, невидима. На рис.33, например, невидимая часть изображена штриховой линией. Видимость прямой относительно плоскости может быть очевидна. Однако так бывает далеко не всегда. В общих случаях видимость определяется конкурирующими точками — точками, лежащими на одном пер-

пендикуляре к плоскости проекций (см. рис. 16в, 35). На рис. 35 относительно плоскости проекций  $V$  видимой будет точка 2, относительно плоскости проекций  $H$  — точка 3, т. е. относительно какой-либо плоскости проекций видимой будет точка, находящаяся на большем удалении от нее. Невидимые конкурирующие точки, как правило, помещаются в скобки.

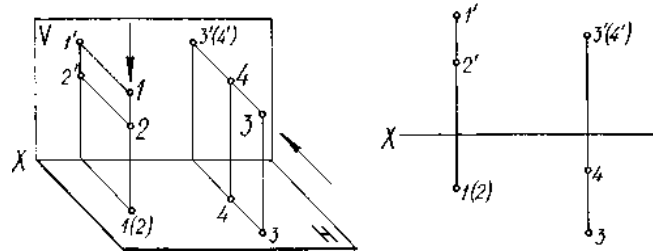
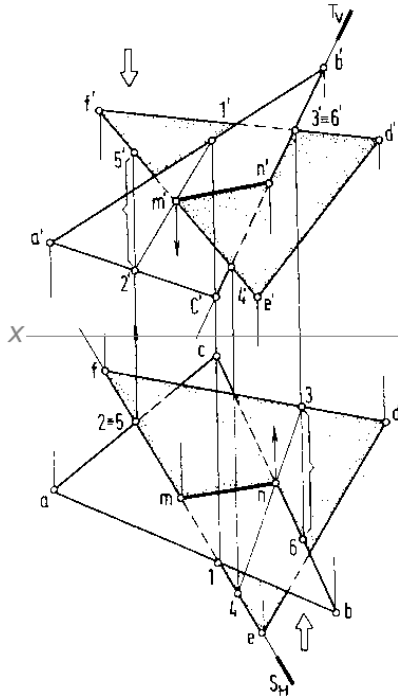


Рисунок 35 – Конкурирующие точки



Аналогично находят линию пересечения двух плоскостей, например, заданных треугольниками, и определяют видимость участков плоскостей, (рис.36). На рис. 36 приведены две плоскости общего положения, заданные треугольниками  $ABC$  и  $DEF$ . Для построения линии пересечения плоскостей следует определить две точки этой линии. Ими являются точки пересечения сторон одного треугольника с плоскостью другого. Точка  $M$  линии пересечения определена с помощью горизонтально проецирующей плоскости  $S$ , проведенной через сторону  $EF$  треугольника  $DEF$ , а точка  $N$  линии пересечения определена с помощью фронтально проецирующей плоскости  $T$ , проведенной через сторону  $BC$  треугольника  $ABC$ .

Рисунок 36 - Пересечение двух плоскостей, заданных треугольниками

Таким образом, здесь дважды применена рассмотренная ранее задача на пересечение прямой линии с плоскостью.

Прямая перпендикулярна плоскости, если ее проекции перпендикулярны одноименным следам плоскости или соответствующим проекциям горизонтали и фронтали (рис. 37). На рис. 37а, б показана прямая  $AB$ , перпендикулярная плоскости  $P$ , заданной следами. Проведем в плоскости  $P$  через точку  $B$  горизонталь. На основе правила проецирования прямого угла угол, образованный перпендикуляром  $AB$  и горизонталью, будет проецироваться на плоскости  $H$  прямым (угол  $abn=90^\circ$ ). Аналогичный вывод можно сделать и в отношении фронтальной проекции перпендикуляра.

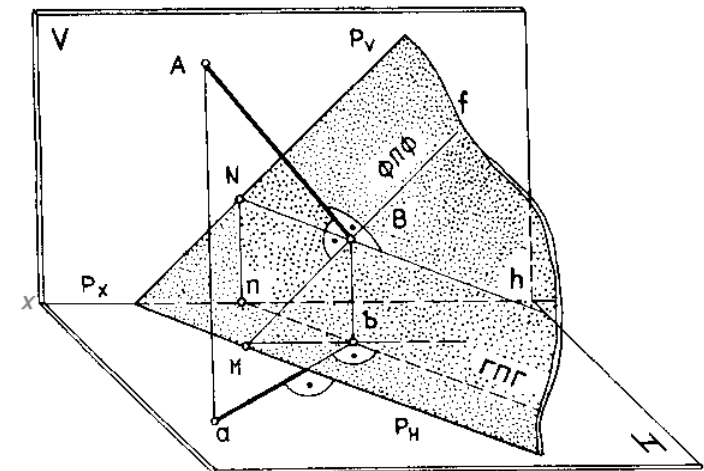
Для того чтобы построить прямую, перпендикулярную плоскости, заданной треугольником  $BCD$  (рис. 37в), не следует строить следы плоскости. Необходимо сначала построить в плоскости горизонталь и фронталь, а затем провести проекции перпендикуляра под прямым углом к одноименным проекциям горизонтали и фронтали.

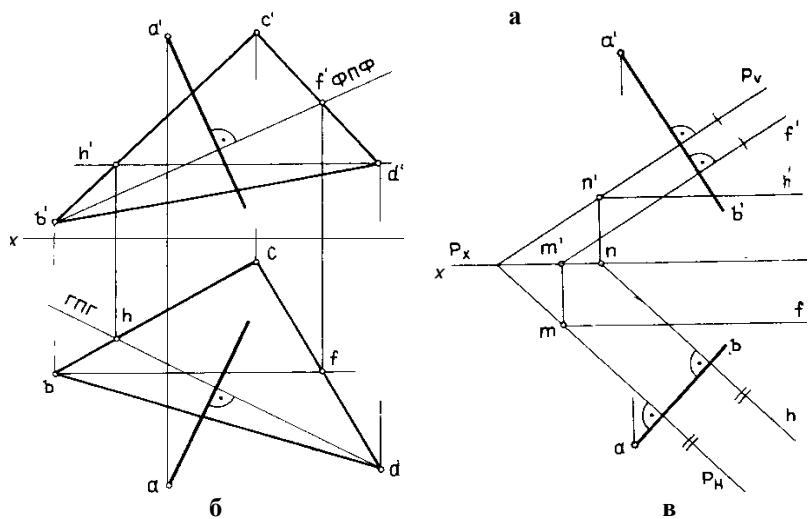
Таким образом, если прямая перпендикулярна двум пересекающимся прямым, принадлежащим плоскости, то она перпендикулярна и самой плоскости.

Пусть требуется определить расстояние от точки до плоскости. Иными словами, необходимо определить длину перпендикуляра, опущенного из данной точки на плоскость.

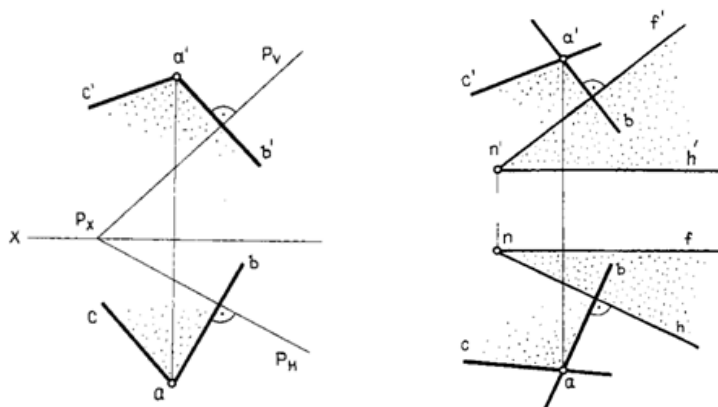
Задача решается в три этапа, каждый из которых представляет собой одну из рассмотренных ранее задач:

- 1) определить направление проекций перпендикуляра к плоскости (рис. 37);
- 2) построить точку пересечения прямой (перпендикуляра) с плоскостью (рис. 34);
- 3) определить длину перпендикуляра способом прямоугольного треугольника (рис. 13).





**Рисунок 37** – Перпендикуляр к плоскости: **а** – модель; **б** – перпендикуляр к плоскости, заданной следами; **в** – перпендикуляр к плоскости треугольника



**Рисунок 38** – Взаимно перпендикулярные плоскости

Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них проходит через прямую, перпендикулярную к другой. На рис. 38 проведена прямая  $AB$ , перпендикулярная плоскости, заданной в одном случае следами, а в другом

— горизонталью и фронталью. Через прямую  $AB$  можно провести множество плоскостей, перпендикулярных данной плоскости. Следовательно, искомая плоскость, заданная пересекающимися прямыми  $AB$  и  $AC$ , будет перпендикулярна плоскостям  $P$  и  $HNF$ .

#### **Тема 5.**

### **СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПРОЕКЦИЙ ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ. СПОСОБ ЗАМЕНЫ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ. СПОСОБ ВРАЩЕНИЯ. СПОСОБ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПЕРЕМЕЩЕНИЯ.**

Способы преобразования проекций предназначены главным образом для решения метрических задач, связанных с определением действительных размеров и формы изображенных на эпюре геометрических объектов. Две ортогональные проекции геометрического образа определяют его положение в пространстве. Однако произвольное положение такого геометрического образа относительно плоскости проекций не всегда удобно для решения ряда позиционных и метрических задач. Здесь происходит искажение в проекциях проецируемых форм, отсутствует необходимая наглядность как объекта в целом, так и отдельных его элементов.

Во многих случаях решение задач значительно упрощается, если заданные геометрические элементы занимают в пространстве частное положение, поэтому в основе способов преобразования проекций – переход от общего положения к частному, когда величина и форма объекта проецируются без искажения.

Различные требования к чертежу, а также необходимые условия для упрощения решения ряда позиционных и метрических задач требуют построения новых, дополнительных проекций, исходя из двух заданных. Дополнительные проекции позволяют получить либо выраженные проекции отдельных элементов, либо их натуральные величины. Построение новых, дополнительных проекций называют преобразованием чертежа или проекций. Такое преобразование может быть выполнено следующими способами: заменой плоскостей проекций (рис. 39 – 41), вращением (рис. 42 – 44), совмещением (рис. 45), плоскопараллельным перемещением (рис. 46).

Новые проекции точек и осей проекций обозначают теми же буквами, но с цифровым индексом внизу, который определяет последовательность преобразований.

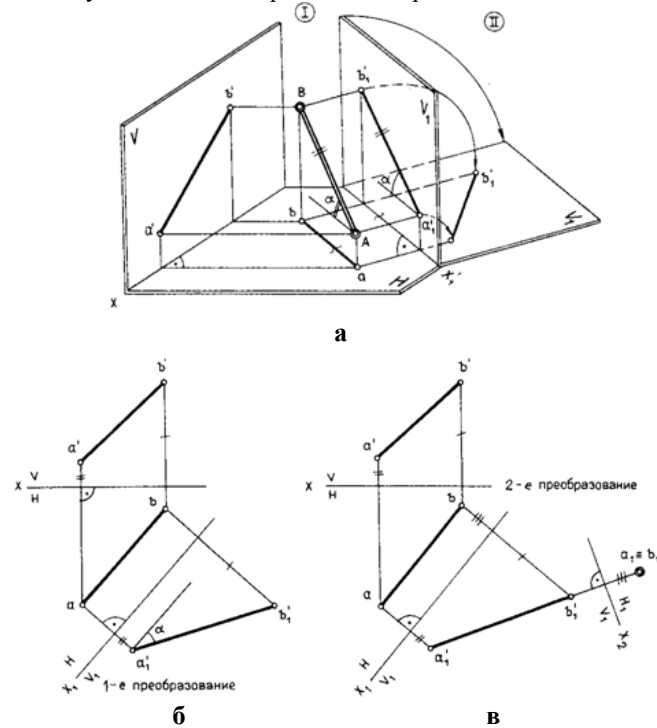
*Способ замены плоскостей проекций.* Сущность способа замены плоскостей проекций заключается в том, что при неизменном положении объекта в пространстве производится замена данной системы плоскостей проекций новой системой взаимно перпендикулярных плоскостей проекций (рис. 39а). При переходе к новой системе одну из плоскостей проекций заменяют новой плоскостью таким образом, чтобы данный геометрический

элемент (прямая, плоскость) занял частное положение и проецировался без искажения.

При решении ряда метрических задач требуется преобразовать прямую общего положения в прямую уровня, а затем — в проецирующую, выполнив при этом последовательно два преобразования.

Рассмотрим ход решения этой задачи.

*Первое преобразование* (рис. 39б). Для того чтобы прямая  $AB$  спроецировалась линией уровня, следует ввести новую плоскость проекций и расположить ее параллельно данной прямой. При этом новая ось  $x_1$  будет параллельна одной из проекций прямой. На рис. 39 а, б ось проведена параллельно горизонтальной проекции  $ab$ , а новая плоскость проекций  $V_1$  расположена параллельно прямой  $AB$ , которая проецируется на эту плоскость в истинную величину (новая фронтальная проекция прямой —  $a_1'b_1'$ ). Новая ось  $x_1$  и плоскость проекции  $V_1$  могут быть расположены на любом расстоянии от прямой, они могут совпадать с прямой и ее проекцией.

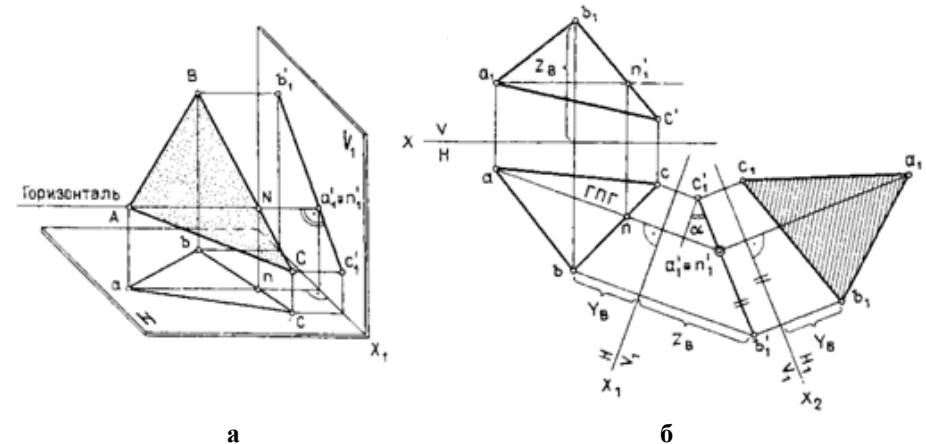


**Рисунок 39** – Преобразование прямой общего положения в прямую уровня способом замены плоскостей проекций

При замене плоскостей проекций расстояние от новой проекции точки до новой оси равно расстоянию от заменяемой проекции точки до старой оси проекций. Иными словами, высоты (апликаты) концов отрезка в новой системе плоскостей проекций останутся прежними. В результате этой замены определены действительная величина отрезка прямой и угол наклона  $\alpha$  к плоскости  $H$ . При переходе к эпиюру плоскость  $V_1$  совмещается с плоскостью  $H$ .

Второе преобразование (рис. 39в). Для того чтобы прямая  $AB$  оказалась проецирующей, т. е. изобразилась точкой, необходимо произвести вторую замену плоскости проекций и расположить новую плоскость  $H_1$  перпендикулярно прямой. Новая ось  $x_2$  выбрана на эпиюре перпендикулярной новой фронтальной проекции прямой  $a_1'b_1'$ . На новой плоскости проекций  $H_1$ , прямая изобразится точкой, так как координаты концов отрезка в системе  $H_1/V_1$  одинаковы.

Таким образом, прямая  $AB$  в системе  $H_1/V_1$  стала проецирующей относительно плоскости  $H_1$ . Преобразования в этой задаче могли быть выполнены и в другой последовательности: сначала могла быть заменена горизонтальная плоскость проекций, а затем — фронтальная.



**Рисунок 40** – Определение истинной величины плоской фигуры общего положения способом замены плоскостей проекций:

**а** – модель; **б** – эпиюр

Рассмотрим еще одну задачу: требуется определить истинную величину плоской фигуры — треугольника  $ABC$ , занимающего в пространстве общее положение. Для решения этой задачи необходимо преобразовать эпиюр так, чтобы плоскость общего положения стала параллельной одной из плоскостей проекций новой системы. В ортогонально-проекционной системе решить эту задачу одной заменой плоскости проекций нельзя. Как и в предыдущей задаче, необходимо выполнить два преобразования, но в иной последовательности.

довательности: сначала следует преобразовать плоскость общего положения в проецирующую, а затем — в плоскость уровня.

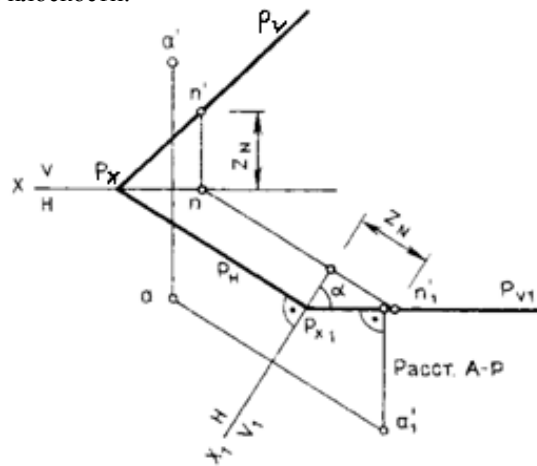
На рис. 40а сначала заменена фронтальная плоскость проекций новой плоскостью  $V_1$ , перпендикулярной плоскости треугольника. Это условие выполнено с помощью вспомогательной прямой — линии уровня, например, горизонтали  $AN$  (рис. 40б). Новая ось  $x_1$  проведена на эпюре перпендикулярно горизонтальной проекции горизонтали. На новой плоскости проекций  $V_1$  горизонталь спроецировалась в точку, а плоскость треугольника — в линию.

Угол  $\alpha$  определяет угол наклона треугольника к горизонтальной плоскости  $H$ .

На втором этапе решения проведена вторая замена — новая плоскость проекций  $H_1$  установлена параллельно треугольнику. Новая ось  $x_2$  проведена параллельно новой фронтальной проекции треугольника — прямой  $a'_1b'_1c'_1$ . Построенная проекция определяет истинную величину и форму треугольника.

Если плоскость задана следами, а не плоской фигурой, ее следует преобразовать в проецирующую (рис. 41). Для этого новую плоскость проекций и новую ось проекций следует расположить перпендикулярно, например, к горизонтальному следу заданной плоскости, при этом горизонтальный след спроецируется на новой плоскости в точку ( $P_{x1}$ ).

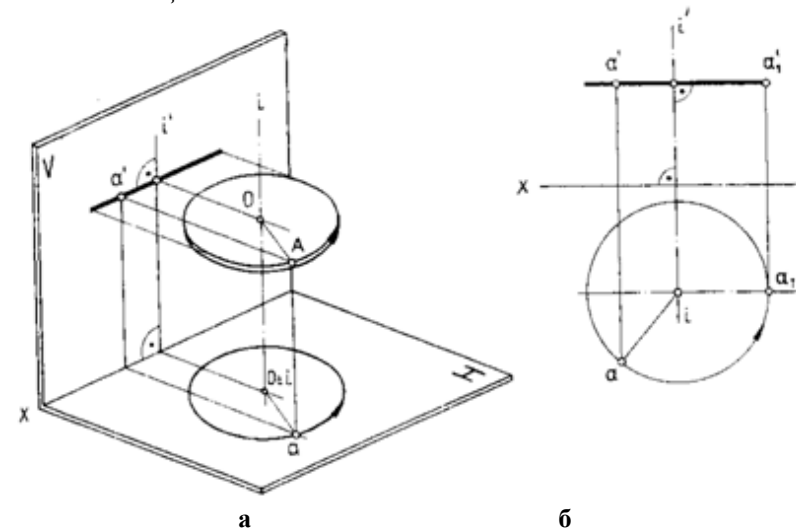
Для построения новой проекции фронтального следа  $P_{y1}$  достаточно найти проекцию любой точки заданной плоскости, например произвольной точки  $N$ , лежащей на следе. Прямая  $P_{x1} - n'_1$  является искомым проецирующим следом данной плоскости.



**Рисунок 41** – Преобразование плоскости общего положения, заданной следами в проецирующую, способом замены плоскостей проекций

*Способ вращения.* Сущность способа вращения состоит в изменении положения объекта, заданного на эпюре, таким образом, чтобы определенные его элементы заняли относительно плоскостей проекции частное положение и проецировались без искажения.

Вращение может производиться вокруг осей, расположенных относительно плоскостей проекций различным образом. *Ниже рассматриваются следующие разновидности способа вращения: вращение вокруг проецирующих осей и совмещение.*



**Рисунок 42** – Вращение вокруг проецирующих осей:

**а** - модель, **б** – эпюр

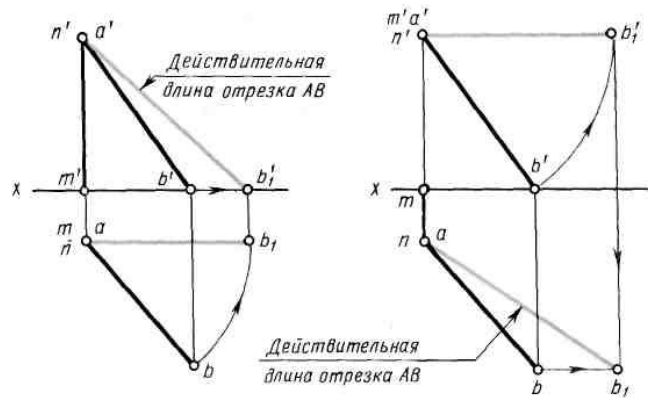
*Вращение вокруг проецирующих осей.* При вращении точки вокруг оси, перпендикулярной плоскости проекций, одна ее проекция перемещается по окружности, а вторая — по прямой, перпендикулярной проекции оси вращения (рис. 42а).

Окружность, описываемая точкой  $A$ , спроецируется на плоскости  $H$  без искажения, а на плоскости  $V$  — в виде отрезка прямой. При вращении точки вокруг фронтально проецирующей оси ее траектория проецируется на фронтальную плоскость проекций окружностью, а на горизонтальную плоскость — отрезком прямой, перпендикулярным проекции оси.

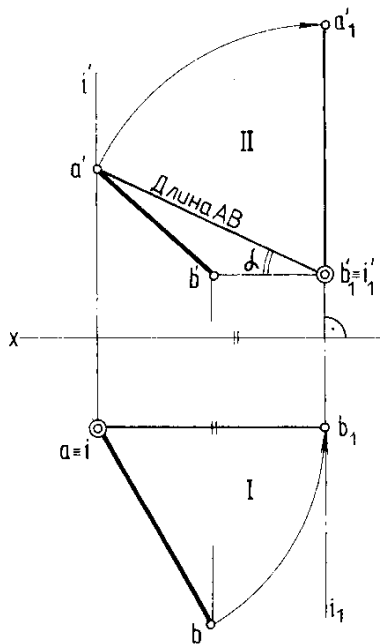
В процессе решения задач способом вращения вокруг проецирующих осей этапы преобразований геометрических элементов аналогичны тем, которые выполнялись способом замены плоскостей проекций.

На рис. 44 прямая общего положения одним вращением вокруг горизонтально проецирующей оси  $i$  преобразована в линию уровня (фронталь), а затем вторым вращением вокруг оси  $i_1$ , перпендикулярной фронтальной проек-

ции, приведена в проецирующее положение — проецируется на плоскость  $H$  в точку.



**Рисунок 43** - Определение натуральных величин прямых общего положения способом вращения



**Рисунок 44** – Преобразование прямой общего положения в проецирующую способом вращения вокруг проецирующих осей

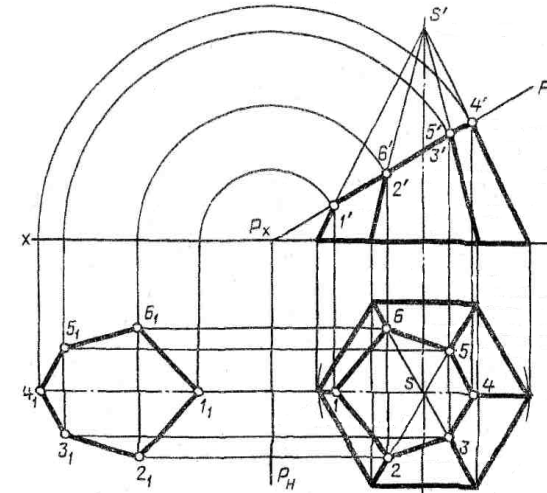
Преобразования, аналогичные тем, которые выполнялись способом замены плоскостей проекций, производятся и при определении вращением действительной величины плоской фигуры.

Двойное вращение вокруг проецирующих осей приводит обычно к тому, что последующие построения и новая проекция объекта накладываются на заданную проекцию, что затрудняет чтение эюра. Поэтому способ вращения вокруг проецирующих осей целесообразно применять при решении задач одним вращением.

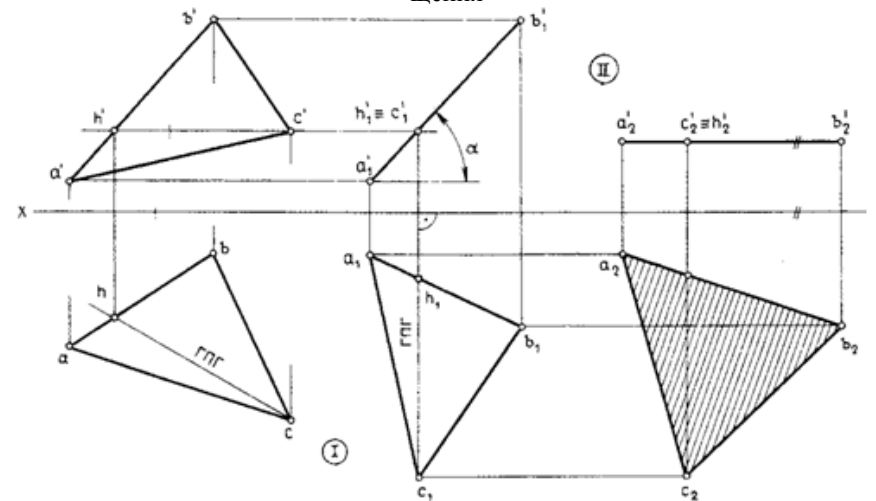
*Совмещение* — частный случай вращения вокруг горизонтали или фронтали, когда осью вращения является горизонтальный или фронтальный след плоскости. При вращении плоскости вокруг ее горизонтального или фронтального следа до совмещения с соответствующей плос-

костью проекций лежащая в этой плоскости фигура спроецируется на плоскость проекций в натуральную величину.

Чтобы найти истинную величину плоской фигуры способом совмещения, надо совместить с одной из плоскостей проекций ряд характерных точек ее периметра.



**Рисунок 45** – Определение натуральной величины сечения способом совмещения



**Рисунок 46** – Определение натуральной величины треугольника способом плоскопараллельного перемещения

*Способ плоскопараллельного перемещения.* Плоскопараллельное перемещение можно рассматривать как вращение вокруг не выявленных проецирующих прямых. При плоскопараллельном перемещении геометрического образа одна из его проекций (оставаясь равной самой себе) перемещается в плоскости проекций, другие проекции точек геометрического образа перемещаются по прямым, параллельным направлению оси проекций (рис. 46).

На рис. 46 плоскость треугольника общего положения двумя последовательно проведенными перемещениями приведена в положение, параллельное плоскости *H*. Первое перемещение (*I*) выполнено с помощью вспомогательной линии уровня — горизонтали. Треугольник приведен во фронтально-проецирующее положение. Вторым перемещением (*II*) плоскость приведена в горизонтальное положение. Новую проекцию располагают на свободном поле эпюра. Перемещение проводится параллельно плоскостям проекций, поэтому изображения вершин треугольника на второй проекции перемещаются по прямым, перпендикулярным линиям связи.

#### Тема 6.

### МНОГРАННЫЕ ПОВЕРХНОСТИ. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОГРАННИКА ПЛОСКОСТЬЮ И ПРЯМОЙ ЛИНИЕЙ.

*Все поверхности можно разделить на две большие группы: многогранные и кривые.*

*Многогранной* называется поверхность, образованная частями пересекающихся плоскостей (рис. 47). *Многогранником* называется тело, ограниченное многогранной поверхностью, состоящей из плоских многоугольников. Части пересекающихся плоскостей называются *гранями*, а линии их пересечения — *ребрами*. Точки пересечения ребер называются *вершинами*. Совокупность ребер и вершин многогранной поверхности называется *сеткой*.

Многогранная поверхность называется *выпуклой*, если она расположена по одну сторону от плоскости любой ее грани. Сечение выпуклого многогранника плоскостью — всегда выпуклый многоугольник.

Наиболее распространенные многогранники — призмы и пирамиды. Призму, ребра которой перпендикулярны основанию, называют *прямой*. Если в основании прямой призмы — прямоугольник, призму называют *параллелепипедом*.

Изображение на чертеже проекций многогранника есть, по существу, изображение проекций вершин (точек), ребер (прямых) и граней (плоскостей).

*Видимость ребер многогранника.* Необходимость в определении на эпюре видимости проекций ребер многогранника возникает постоянно. Иногда

эта задача решается просто, однако в более сложных случаях целесообразно применить способ конкурирующих точек, что дает безошибочное решение.

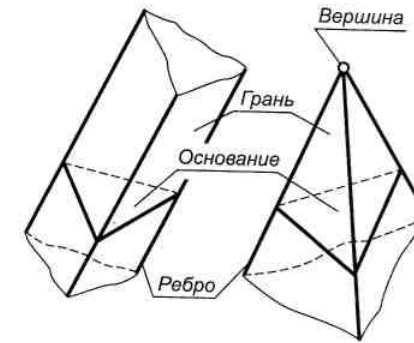


Рисунок 47 – Элементы многогранной поверхности

Внешний контур проекций многогранника всегда видимый. Видимость ребер внутри контура следует определять на каждой проекции отдельно, рассматривая взаиморасположение ребер.

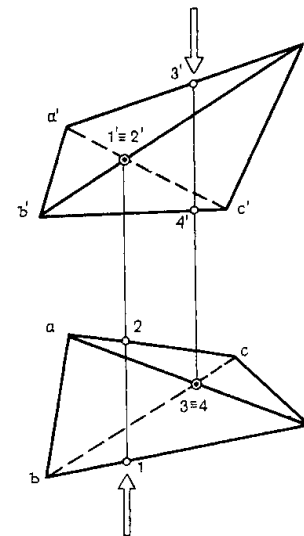


Рисунок 48 – Определение видимости ребер многогранника способом конкурирующих точек

На рис. 48 даны проекции четырехгранника. На фронтальной проекции конкурирующими точками скрещивающихся ребер являются точки 1 и 2, а на горизонтальной проекции — точки 3 и 4. Анализ взаиморасположения конкурирующих точек позволяет установить, что на фронтальной проекции ребро  $BD$  будет видимым, а ребро  $AC$  — невидимым. На горизонтальной проекции ребро  $AD$  будет видимым, а ребро  $BC$  — невидимым.

*Пересечение многогранника плоскостью.* Линией пересечения поверхности многогранника плоскостью является плоский многоугольник. Его вершины являются точками пересечения ребер с заданной плоскостью, а стороны — линиями пересечения граней с плоскостью (рис. 49а). Таким образом, построение сечения многогранника плоскостью сводится к определению точек пересечения прямой с плоскостью или к определению линии пересечения плоскостей.

Плоская фигура, которая получается при пересечении многогранника плоскостью, называется сечением. Построение сечений значительно упрощается, если секущая плоскость является проецирующей. В этом случае одна проекция сечения совпадает с проецирующим следом плоскости.

1. Пересечение пирамиды фронтально проецирующей плоскостью. На рис. 49б фронтальная проекция  $a'$ ,  $b'$ ,  $c'$  сечения совпадает с фронтальным следом  $P_v$  секущей плоскости. Проведя линии связи до горизонтальных проекций соответствующих ребер многогранника, получим горизонтальную проекцию сечения.

2. Пересечение прямой призмы плоскостью общего положения (рис. 50). Секущая плоскость задана двумя пересекающимися прямыми — горизонталью и фронталью. Построение сечения, как и в предыдущей задаче, упрощается, так как боковые грани призмы — горизонтально проецирующие плоскости. Следовательно, горизонтальная проекция сечения известна, она совпадает с горизонтальной проекцией боковых граней и ребер призмы.

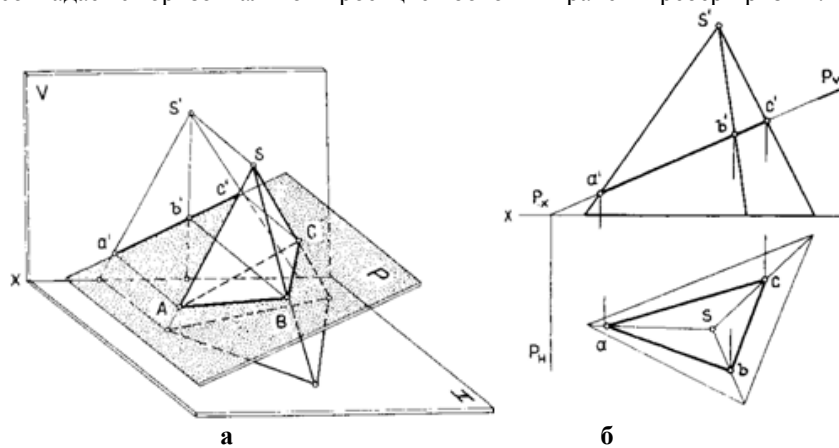


Рисунок 49—Пересечение пирамиды фронтально проецирующей плоскостью:  
а- модель, б-эпюр

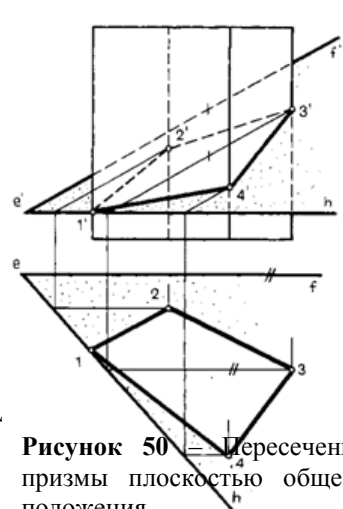


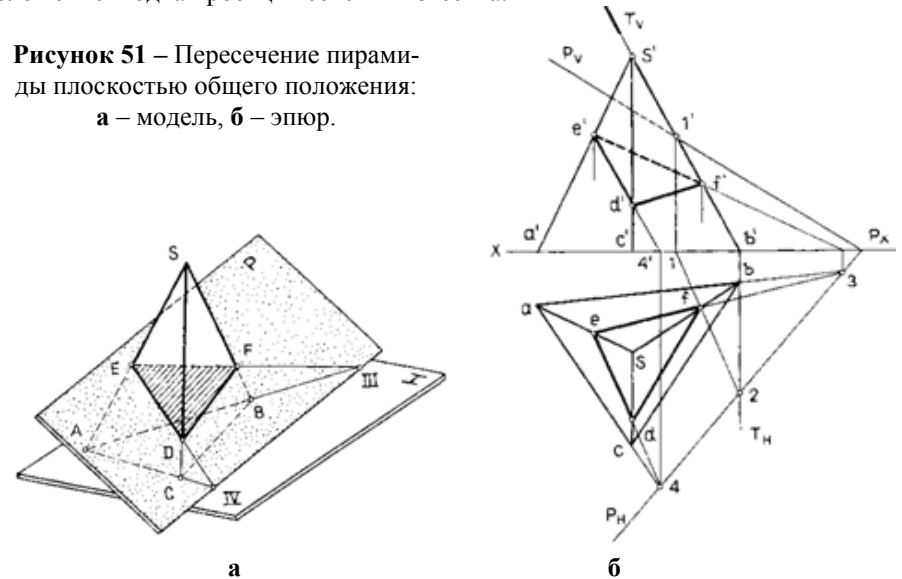
Рисунок 50 — Пересечение призмы плоскостью общего положения

2  
Для построения фронтальной проекции сечения необходимо спроецировать точки 1, 2, 3 и 4, принадлежащие секущей плоскости, на фронтальную проекцию. пользуемся какой-либо линией уровня, пример фронталью (или любой другой прямой). Проводим через точки 2, 3 и 4 горизонтальные проекции фронталей, а затем строим фронтальные их проекции. В сечении с соответствующими фронтальными проекциями ребер получим искомые

проекции точек пересечения ребер с плоскостью. Соединив полученные точки прямыми в последовательности, которая задана горизонтальной проекцией, и определив невидимые участки сечения, закончим построение.

Итак, при построении пересечения многогранника плоскостью необходимо выделить частный случай, когда один из пересекающихся элементов (секущая плоскость или пересекаемая поверхность) занимает проецирующее положение и одна проекция сечения известна.

**Рисунок 51** – Пересечение пирамиды плоскостью общего положения:  
**а** – модель, **б** – эпюр.



3. *Пересечение пирамиды плоскостью общего положения (рис. 51, а, б).* В отличие от задачи, приведенной на рис. 49, здесь необходимо построить обе проекции сечения. Горизонтальный след секущей плоскости не пересекает основание пирамиды, следовательно, пересекается ее боковая поверхность. Сечение должно иметь форму треугольника, вершинами которого будут точки пересечения ребер пирамиды с плоскостью. Точка пересечения ребра  $SB$  пирамиды с плоскостью  $P$  найдена с помощью вспомогательной фронтально проецирующей плоскости  $T$ . Аналогично могла быть построена точка  $E$  сечения. Однако можно применить и другой прием. Продолжим ребро  $AB$ , которое является горизонтальным следом грани  $ABS$  пирамиды, до пересечения с горизонтальным следом секущей плоскости в точке  $3$ . Точки  $F$  и  $3$  принадлежат линии пересечения  $EF$  данной грани и секущей плоскости. Построим третью точку  $D$  таким же способом, так как вспомогательная секущая плоскость, проведенная через ребро  $CS$ , будет параллельна профильной плоскости проекции и не даст решения. Точка  $4$  является точкой пересечения горизонтальных следов грани  $ASC$  и секущей плоскости. Соединив

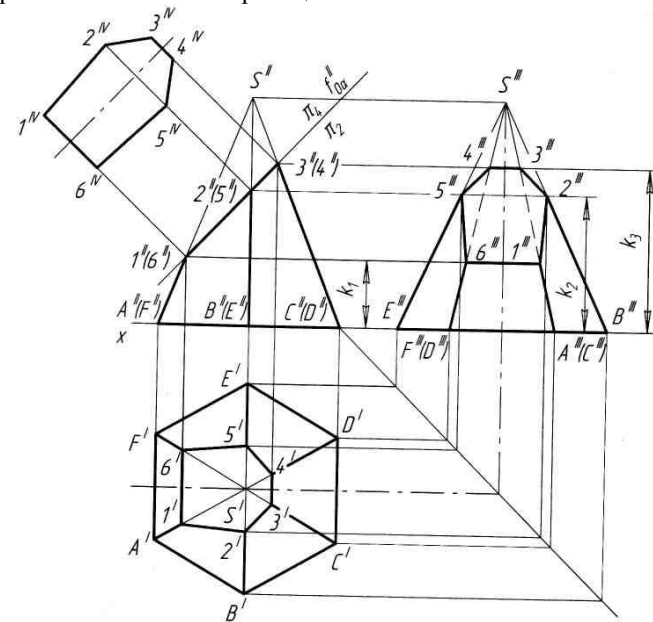


Действительный вид фигуры сечения определен способом замены плоскостей проекций. В данном примере горизонтальная плоскость проекций заменена новой  $\pi_4$ , причем ось  $\pi_2/\pi_4$  (для упрощения построений) совпадает с фронтальным следом плоскости  $f'_{0\alpha}$ .

**Пример 2.** Построить натуральную величину сечения шестиугольной пирамиды фронтально проецирующей плоскостью.

Правильная шестиугольная пирамида, пересеченная фронтально проецирующей плоскостью  $f'_{0\alpha}$ , показана на рис. 53.

Фронтальная проекция сечения совпадает с фронтальным следом  $f'_{0\alpha}$  плоскости. Горизонтальную и профильную проекции фигуры сечения строят по точкам, которые являются точками пересечения плоскости  $f'_{0\alpha}$  с ребрами пирамиды. Действительный вид фигуры сечения в этом примере найдем способом замены плоскостей проекций.



**Рисунок 53** – Сечение пирамиды фронтально проецирующей плоскостью

*Пересечение прямой линии с многогранником.* Задача определения точек пересечения прямой с поверхностью многогранника решается аналогично пересечению прямой с плоскостью. Если многогранник выпуклый, точек пересечения две.

Эта задача решается в три этапа (рис. 54):

- 1) через данную прямую проводят вспомогательную секущую плоскость;
- 2) строят линию пересечения многогранника секущей плоскостью;

3) определяют точки пересечения данной прямой с контуром сечения.

Полученные точки проецируют на другую плоскость проекций ( $e', f'$ ), определяют видимость точек пересечения и участков прямой (отрезок прямой  $e'—3'$  невидимый). Точки пересечения прямой с поверхностью многогранника называются точками встречи.

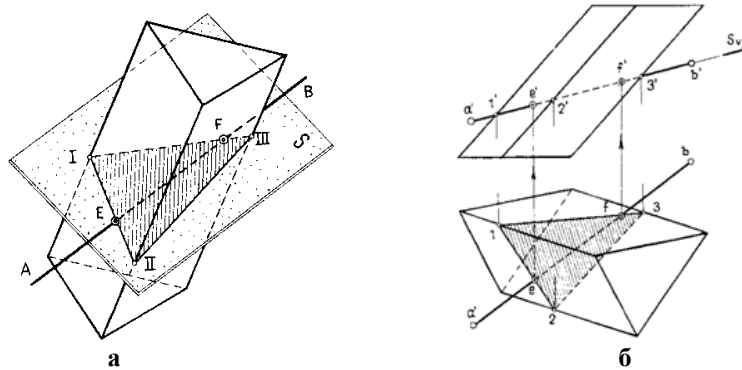


Рисунок 54—Пересечение призмы прямой линией:  
а - модель, б—эпюр

### Тема 7

## КРИВЫЕ ЛИНИИ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ. КРИВЫЕ ПОВЕРХНОСТИ. ПОСТРОЕНИЕ КАСАТЕЛЬНОЙ К КРИВОЙ ПОВЕРХНОСТИ. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ КРИВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПЛОСКОСТЬЮ И ПРЯМОЙ ЛИНИЕЙ.

Кривые линии в начертательной геометрии рассматриваются как непрерывная совокупность последовательных положений движущейся точки, а также как линия пересечения поверхностей.

Кривые линии могут быть плоскими и пространственными (линиями двоякой кривизны). Если все точки кривой линии лежат в одной плоскости, то такая кривая называется плоской. Примером могут служить окружность, эллипс, парабола. Если кривая не лежит всеми своими точками в плоскости, то она называется пространственной, например винтовые линии. Кривые линии подразделяются и по другим признакам.

Кривая может быть задана аналитически, т. е. уравнением, например эллипс, парабола и др. Если образование кривой не имеет строгой закономерности, то она задается графически, например горизонтали на плане местности, т. е. имеет случайный вид.

Степень уравнения, которое выражает алгебраическую кривую, определяет порядок кривой. Геометрически порядок плоской кривой определяется

числом точек ее пересечения прямой (как действительных, так и мнимых точек). Порядок пространственной кривой определяется числом точек пересечения кривой с плоскостью.

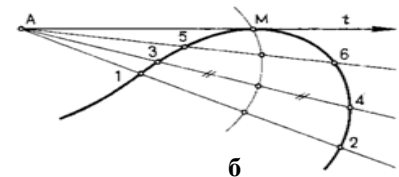
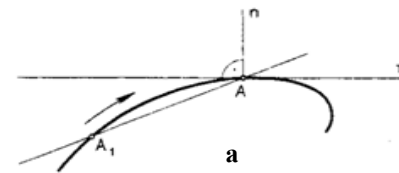
В начертательной геометрии кривые линии изучаются по их проекциям.

Для того чтобы получить проекцию кривой линии, надо спроецировать на плоскость проекций ряд принадлежащих ей точек, а для определения длины какого-либо участка ее надо вписать в эту кривую ломаную линию и разделить длину каждого ее звена.

*Плоские кривые.* Наиболее распространенными являются плоские кривые линии. Для исследования локальных свойств плоской кривой строят в некоторой точке касательную и нормаль.

*Касательной к плоской кривой в некоторой ее точке называется предельное положение секущей, когда две общие с кривой точки сечения, стремясь друг к другу, совпадут* (рис. 55а). Касательная определяет направление движения точки по кривой.

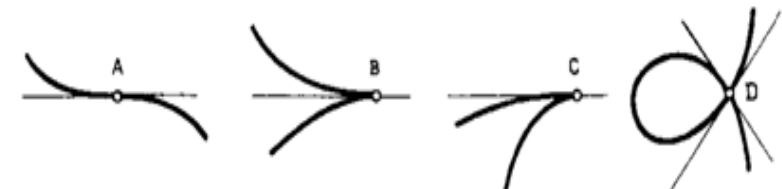
*Нормалью называется прямая, лежащая в плоскости кривой и перпендикулярная касательной в точке ее касания.*



**Рисунок 55** – а – построение касательной к плоской кривой, б – построение касательной к плоской кривой с помощью «кривой ошибок»

При решении некоторых задач приходится проводить касательную к кривой. На рис. 55б приводится прием построения касательной к кривой из точки, заданной вне кривой с помощью «кривой ошибок». Применение этого приема основано на том положении, что в искомой или заданной точке касания  $M$  длина хорды кривой равна нулю. Требуется провести через точку  $A$  касательную  $t$  к кривой случайного вида. Для этого проведем через точку  $A$  пучок прямых, пересекающих кривую. Полученные хорды делят пополам. Плавная кривая, проведенная через средние точки («кривая ошибок»), в пересечении с заданной кривой определит искомую точку касания  $M$ .

хорды делят пополам. Плавная кривая, проведенная через средние точки («кривая ошибок»), в пересечении с заданной кривой определит искомую точку касания  $M$ .



### Рисунок 56 – Особые точки кривой

Свойства точек кривой. Точка кривой, в которой можно провести единственную касательную, называется гладкой. Кривая, состоящая только из одних гладких точек, называется гладкой кривой. Точка кривой называется обыкновенной, если при движении точки по кривой направление ее движения и направление поворота касательной не изменяются. Точки, не отвечающие этим требованиям, называются особыми.

На рис. 56 изображены особые точки кривой: точка перегиба  $A$  — касательная пересекает кривую; точка возврата первого рода  $B$ ; точка возврата второго рода  $C$ ; точка излома  $D$  — кривая в этой точке имеет две касательные.

Проекции плоских кривых. Важное прикладное значение имеют некоторые кривые второго порядка — эллипс, парабола, гипербола.

Эллипс (замкнутая кривая с двумя осями симметрии и центром) представляет собой геометрическое место точек, сумма расстояний от каждой из которых до двух данных точек (фокусов) есть величина постоянная (рис. 57 а). Эллипс можно построить по точкам исходя из его определения. Из точки  $C$  радиусом  $a$  проводят дугу, которая пересекает большую ось эллипса в точках  $F_1$  и  $F_2$  — фокусах. Затем из фокусов проводят дуги окружностей радиусами  $r$  и  $2a - r$ . Точки пересечения дуг принадлежат кривой эллипса.

Построение эллипса помимо способа, показанного на рис. 59а, в вузах рекомендуют выполнять по восьми точкам: четыре точки — концы сопряженных диаметров и четыре точки — пересечения кривой эллипса с диагоналями параллелограмма.

Парабола (незамкнутая кривая с одной осью симметрии) представляет собой геометрическое место точек, равноудаленных от заданной точки (фокуса) и прямой (рис. 57б). Параболу можно построить по точкам исходя из ее определения, если заданы фокус  $F$  и прямая  $ON$  — директриса. Вершина  $A$  параболы делит пополам расстояние между фокусом и директрисой.

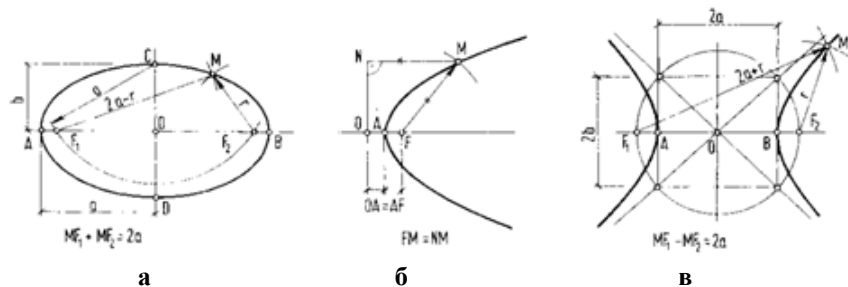


Рисунок 57 – Плоские кривые: а – эллипс, б – парабола, в – гипербола

Гипербола (кривая, состоящая из двух ветвей, с двумя осями симметрии и центром) представляет собой геометрическое место точек, разность расстояний от которых до двух данных точек (фокусов) есть величина постоянная (рис. 57в). Две прямые линии, проходящие через центр  $O$  и касающиеся гиперболы в бесконечно удаленных точках, называют асимптотами гипербо-

лы. Асимптоты направлены по диагоналям прямоугольника со сторонами  $2a$  и  $2b$ . Гиперболу, как и параболу, можно построить по точкам.

*Окружность* — самая распространенная кривая, при параллельном проецировании она преобразуется в эллипс.

*Пространственные кривые.* Пространственные кривые линии могут иметь самую разнообразную форму. Они могут быть заданы аналитически. Кривые случайного вида задаются графически. Для анализа пространственной кривой необходимо установить самые общие ее свойства, которые изучаются по ее проекциям.

Для задания на чертеже пространственной кривой линии и точек, принадлежащих ей, достаточно двух ее проекций — горизонтальной и фронтальной. Однако более глубокие локальные свойства пространственной кривой в окрестности любой ее точки исследуются с помощью проекций на гранях так называемого *сопровождающего трехгранника*, который неизменно связан с движущейся по кривой точкой.

*Проекции пространственных кривых.* Наибольшее применение в практике архитектурного проектирования и в технических формах имеют закономерные пространственные кривые, в частности винтовые линии (цилиндрические и конические). Винтовая линия образуется двойным движением точки — поступательным и вращательным.

*Цилиндрическая винтовая линия* — это путь точки, равномерно движущейся вдоль образующей цилиндра, которая, в свою очередь, с постоянной угловой скоростью перемещается вокруг оси цилиндра (рис. 58).

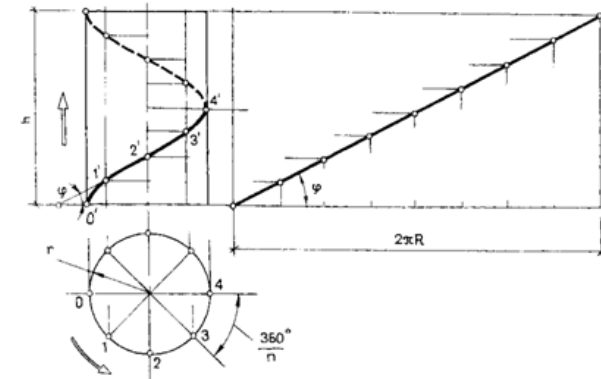


Рисунок 58- Построение проекций цилиндрической винтовой линии

Фронтальная проекция цилиндрической винтовой линии представляет собой *синусоиду*, горизонтальной — окружность. Смещение точки вдоль образующей за один оборот называется *шагом h* винтовой линии. При разворачивании цилиндрической поверхности в плоскость цилиндрическая винтовая линия изобразится прямой линией. Угол  $\psi$ , составленный касательной к

винтовой линии с плоскостью, перпендикулярной оси, называется *углом подъема* винтовой линии.

В архитектурной практике цилиндрические винтовые линии применяются для образования контуров каркаса и поверхностей винтовых лестниц, винтовых пандусов для въезда автомашин в многоэтажных гаражах, для устройства развязок в двух уровнях на пересечении магистралей и т. п.

Видимая часть винтовой линии имеет подъем в правую сторону (подъем винтовой линии осуществляется против часовой стрелки) — это правая винтовая линия, если же наоборот — левая.

Путь, пройденный точкой за один оборот образующей вокруг оси цилиндра, называется *витком винтовой линии*. Кроме этого, цилиндрическая винтовая линия характеризуется еще ходом, шагом и углом подъема.

Винтовые линии могут быть одноходовыми и многоходовыми. Чтобы получить многоходовую винтовую линию, надо заданный ход ее разделить на соответствующее число равных частей и от точек деления построить на цилиндре винтовые линии того же хода.

*Кривые поверхности. В начертательной геометрии поверхность рассматривается как непрерывное множество последовательных положений линии, перемещающейся в пространстве по определенному закону* (рис. 59). Такой способ образования поверхностей называют кинематическим.

Если направляющей является линия, подчиненная какому-либо закону, полученная при этом поверхность будет закономерной, в противном случае — случайной.

Линию  $l$ , которая при своем движении образует поверхность, называют образующей. Образующая может перемещаться по какой-либо другой неподвижной линии  $m$ , называемой направляющей. Поскольку образующая и направляющая могут иметь самую различную форму, то и поверхностей может быть образовано бесчисленное множество. Вместе с тем форма и закон перемещения образующей единственным образом определяют вид кривой поверхности.

При движении образующей каждая ее точка описывает в пространстве некоторую линию  $m_1$ . Таким образом, вся поверхность окажется покрытой сетью линий, состоящей из двух семейств: семейства образующих  $l_1, l_2, \dots$  и семейства линий  $m, m_1, \dots$ , описываемых отдельными точками образующей. Каждая линия одного семейства пересекает все линии второго семейства. Для изображения на чертеже выделяют некоторое количество линий, которые образуют *линейный каркас* поверхности.

Если закон движения образующей и ее форма определенным образом заданы, то поверхность в начертательной геометрии определяют не каркасом,

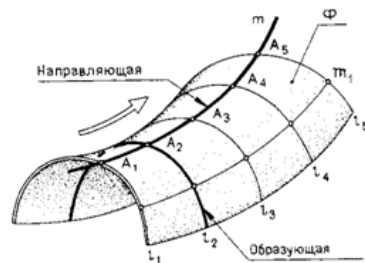


Рисунок 59 – Образование кривых поверхностей

а образующей и условиями ее перемещения. При этом чертеж поверхности должен быть таким, чтобы на нем можно было выделить и построить любую линию и точку, принадлежащие поверхности.

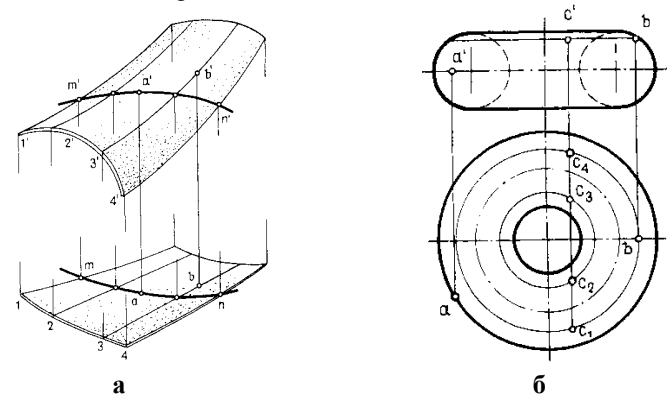
*Совокупность геометрических элементов и условий, необходимых и достаточных для однозначного задания поверхности в пространстве и на чертеже, называют определителем кинематической поверхности.*

Из сказанного выше можно сделать следующий вывод: поверхность считается заданной, если относительно любой точки пространства однозначно решается вопрос о принадлежности ее к данной поверхности.

*Точка принадлежит поверхности, если она лежит на линии этой поверхности.*

Чтобы по одной проекции точки, принадлежащей поверхности, построить вторую ее проекцию (рис. 60а), необходимо построить каркас поверхности  $I - II - III - IV$ , провести через заданную проекцию точки, например,  $a'$ , вспомогательную линию  $m' - n'$ , принадлежащую поверхности, а затем построить вторую проекцию вспомогательной линии  $m - n$  и проекцию искомой точки  $a$ . Если образующая каркаса совпадает с заданной проекцией точки  $b$ , построение второй проекции упрощается.

Чтобы построить горизонтальную проекцию произвольной точки  $C$  (рис. 62б), принадлежащей поверхности вращения, необходимо провести через фронтальную проекцию  $c'$  вспомогательную параллель поверхности. Затем, построив горизонтальную проекцию параллели (окружность), определить на ней горизонтальную проекцию точки  $c$ . Как следует из приведенного построения, фронтальной проекции точки  $c'$  на горизонтальной проекции может соответствовать любая из четырех проекций точек  $c_1$  и  $c_4$ , лежащих на параллели внешней части поверхности, или  $c_2$  и  $c_3$ , лежащих на параллели внутренней части поверхности. Точка  $A$  лежит на экваторе поверхности, точка  $B$  — на главном меридиане.



**Рисунок 60** – Построение точки, принадлежащей поверхности

Чтобы придать чертежу поверхности наглядность, строят ее очертание — проекцию линии контура поверхности (рис. 61).

Контуром или контуром видимости поверхности называется линия, точки которой являются точками касания проецирующих прямых. Проекция контура на плоскости проекций называется очертанием или очерком поверхности на данной плоскости (рис. 61). При изображении поверхности на чертеже проекцию контурной линии называют линией видимости, которая является границей, отделяющей видимую часть поверхности от скрытой, невидимой части на данной плоскости проекций.

**Классификация поверхностей.** Из большого числа возможных способов образования поверхностей рассмотрим основные способы, выделив главные признаки их классификации.

1. По закону движения образующей — поверхности с поступательным, вращательным и винтовым движением образующей.

2. По виду образующей различают поверхности с прямолинейной образующей — линейчатые и с криволинейной — нелинейчатые.

3. По закону изменения формы образующей — с образующей постоянного или переменного вида.

4. По признаку разворачивания поверхности на плоскость — разворачиваемые и неразворачиваемые.

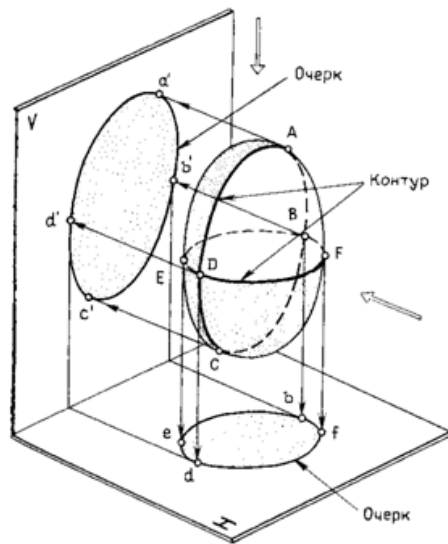
5. По способу задания поверхности — аналитическому или графическому.

6. По дифференциальным свойствам — гладкие или негладкие поверхности и по признаку кривизны поверхности.

Необходимо отметить, что одни и те же поверхности могут быть классифицированы по различным признакам. Поэтому в качестве *основного признака* выделим вид образующей и характер ее перемещения, т. е. *кинематический признак образования поверхностей*.

Закон перемещения удобно задавать неподвижными линиями — направляющими, которые должны пересекать движущаяся образующая.

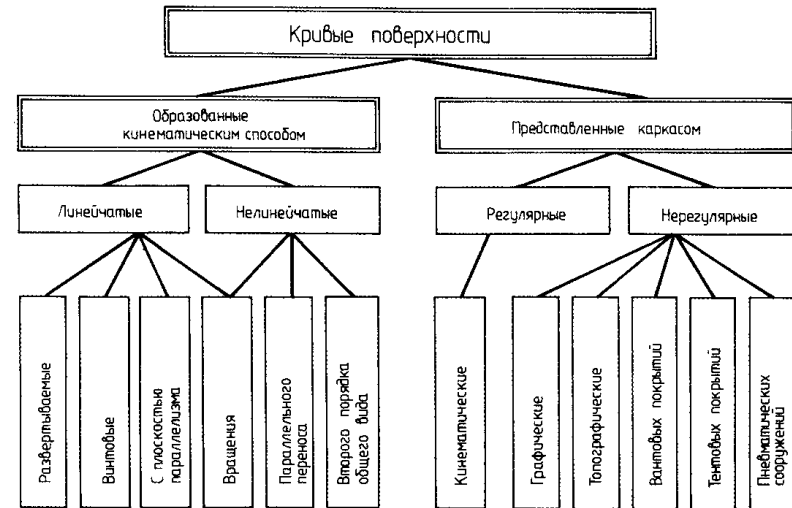
Классификация кривых поверхностей представлена на схеме 1 и далее более подробно будут рассмотрены подклассы линейчатых и нелинейчатых поверхностей.



**Рисунок 61** – Очертание поверхности

По виду образующей поверхности могут быть подразделены на две большие группы: линейчатые — образующей является прямая линия и нелнейчатые — образующей является кривая линия.

Схема 1 – Классификация кривых поверхностей



*Линейчатые поверхности* в свою очередь делятся на развертываемые, т. е. такие, которые могут быть совмещены с плоскостью, не претерпев при этом никаких повреждений (складок, разрывов), и неразвертываемые (косые).

Наиболее распространенными из линейчатых развертываемых поверхностей являются цилиндрическая и коническая.

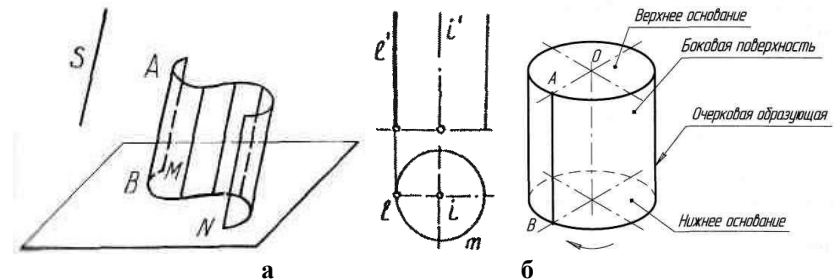


Рисунок 62 – Цилиндрическая поверхность

*Цилиндрическая поверхность* (рис. 62а) — это поверхность, образуемая прямой линией (образующей  $AB$ ), перемещающейся в пространстве по неко-

торой неподвижной кривой (направляющей  $MN$ ), оставаясь параллельной заданному направлению  $S$ .

Цилиндрическая поверхность на эюре может быть определена проекциями одной из образующих и направляющей, так как этого вполне достаточно, чтобы построить на этой поверхности любую образующую или любую точку (рис. 62б).

Если в сечении цилиндрической поверхности плоскостью, перпендикулярной к ее образующим (в нормальном сечении), получается круг, цилиндрическая поверхность называется *круговой* (рис. 62б), если эллипс, — *эллиптической*, если парабола, — *параболической* и т. д. На рис. 62а изображена цилиндрическая поверхность общего вида — нормальным сечением ее является кривая неопределенного вида.

Часть цилиндрической поверхности, ограниченная двумя плоскими параллельными сечениями, называется *цилиндром*. Если основанием цилиндра является его нормальное сечение, цилиндр *прямой*, если какое-либо наклонное — *наклонный*.

*Коническая поверхность* (рис. 63а) — это поверхность, образуемая движением прямой линии ( $SA$ ) по некоторой кривой ( $MN$ ) и проходящей во всех своих положениях через неподвижную точку ( $S$ ), называемую *вершиной конической поверхности*.

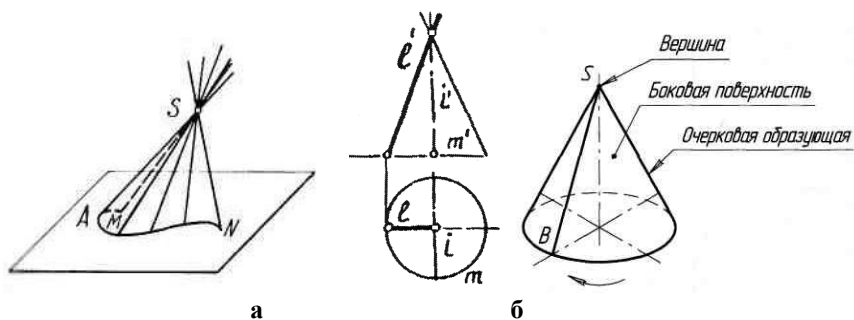
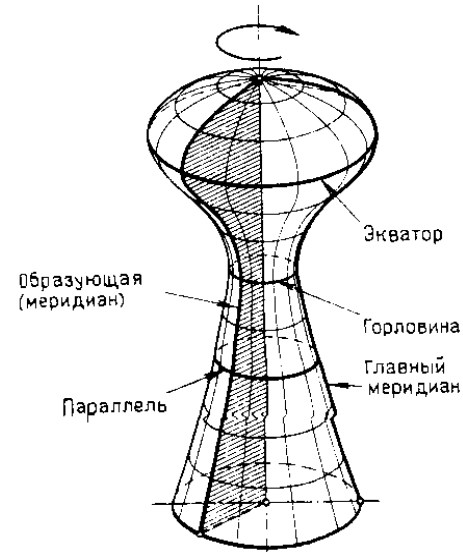


Рисунок 63 – Коническая поверхность

Часть конической поверхности, ограниченная вершиной и плоскостью, пересекающей все ее образующие, называется *конусом*. Если основанием конуса является нормальное сечение, конус *прямой*, во всех остальных случаях — *наклонный*.

На эюре коническая поверхность полностью будет определена проекциями одной направляющей и вершины (рис. 63б).



К нелинейчатым относится также большая группа поверхностей, которые могут быть получены вращением некоторой кривой линии вокруг неподвижной прямой — оси поверхности, т. е. *поверхностей вращения*. К поверхностям вращения могут быть отнесены также рассмотренные ранее прямой круговой цилиндр и прямой круговой конус. Но это поверхности вращения с прямолинейными образующими, т. е. линейчатые поверхности вращения.

При образовании поверхностей вращения каждая точка их образующих перемещается по окружности, перпендикулярной к оси вращения (рис. 64). Эти окружности называются *параллелями*, а наибольшая из них — *экватором*. Осевая плоскость называется *меридиональной*, а линия ее пересечения с поверхностью — *меридианом*.

Вид поверхности вращения зависит от формы образующей и ее положения относительно оси вращения. Рассмотрим поверхности вращения, образованные вращением кривой линии.

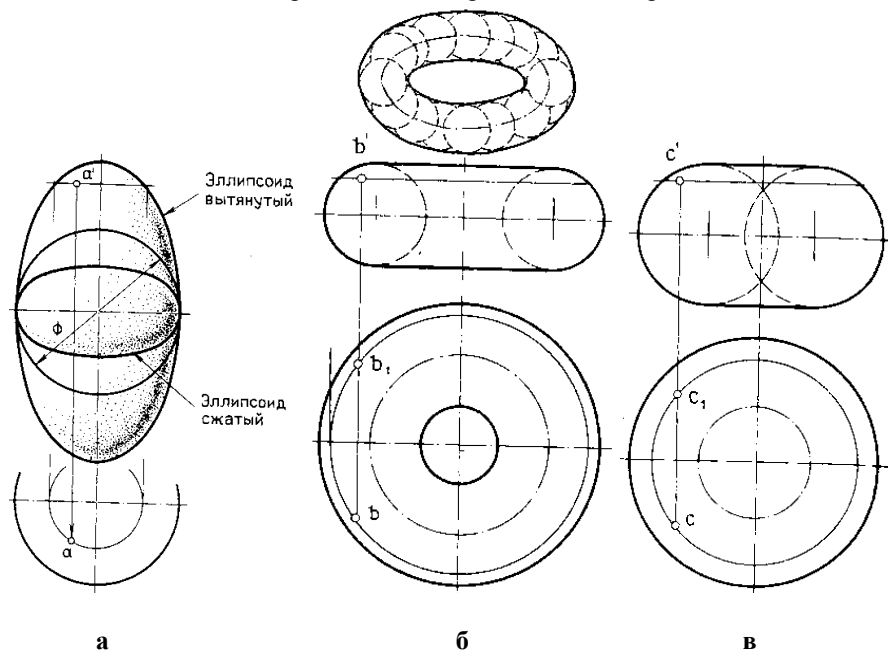
*Сферическая поверхность (шар)* — это поверхность, образуемая вращением окружности вокруг ее диаметра

*Эллипсоид вращения* — это поверхность, образуемая вращением эллипса вокруг его большой (вытянутый эллипсоид вращения) или малой (сжатый эллипсоид вращения) оси (рис. 65а).

*Тор (круговое кольцо)* — поверхность, образуемая вращением окружности вокруг оси, лежащей с ней в одной плоскости и ее не пересекающей (рис. 65б, в). Если окружность не пересекает ось вращения, поверхность называют *открытым тором*, или *кольцом*. Если ось касается окружности, то поверхность называют *закрытым тором*, а если ось пересекает окружность, тор называют *самопересекающимся*.

В общем виде *торовая поверхность* — это поверхность, образуемая вращением окружности (или ее дуги) вокруг оси, расположенной с нею в одной плоскости, но не проходящей через ее центр.

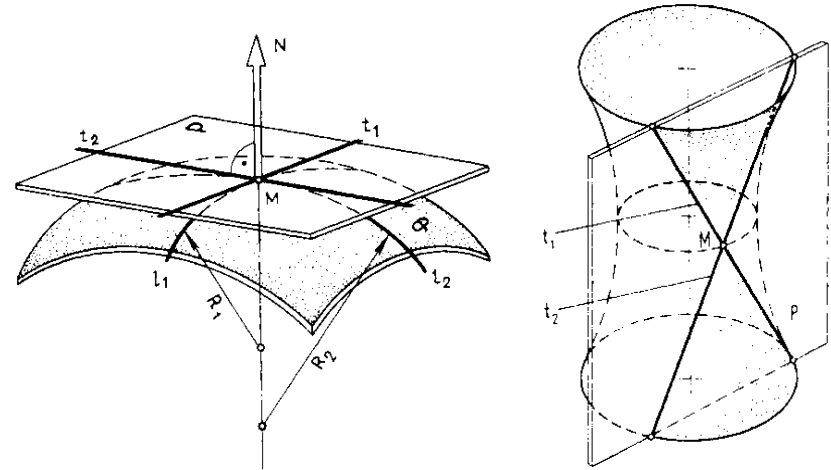
Поверхностью второго порядка общего вида называют поверхность, которую можно выразить алгебраическим уравнением второй степени в пространственной системе координат. К поверхностям второго порядка общего вида относятся: трехосный эллипсоид, однополостный и двуполостный эллиптические гиперboloиды, гиперболический параболоид.



**Рисунок 65** – а – эллипсоид вращения, б – открытый тор, в – закрытый тор

*Касательная плоскость, нормаль, кривизна поверхности.* Построение касательной плоскости к поверхности представляет частный случай пересечения поверхности плоскостью.

*Касательной плоскостью к поверхности в данной точке называют плоскость, содержащую множество прямолинейных касательных, проведенных к кривым, проходящим через данную точку.* Плоскость может касаться поверхности в точке, если поверхность выпуклая (рис. бба), и по прямой линии, если поверхность линейчатая развертываемая, например цилиндр или конус вращения. Плоскость, касаясь вогнутой поверхности в точке, может одновременно пересекать ее, например поверхность однополостного гипербоида вращения (рис. ббб). Если в какой-либо точке поверхности можно провести касательную плоскость, точка называется *обыкновенной*, а если несколько касательных плоскостей, точка называется *особой*.



**Рисунок 66** – Построение касательной к: **а** – выпуклой поверхности; **б** – вогнутой поверхности.

*Касательная плоскость и нормаль к поверхности — понятия взаимосвязанные. Нормалью  $N$  к поверхности  $\Phi$  в некоторой ее точке  $M$  называется прямая, перпендикулярная касательной плоскости  $P$  и проходящая через точку касания ее с поверхностью (см. рис.66а). В свою очередь, нормаль поверхности в данной точке определяет положение касательной плоскости.*

*Понятие о кривизне поверхности. При исследовании свойств поверхности, связанных с ее формой, касательная плоскость играет важную роль.*

Касательная плоскость  $P$  к поверхности  $\Phi$  в точке  $M$  определяется двумя касательными  $t_1$  и  $t_2$ , проведенными к двум кривым линиям  $l_1$  и  $l_2$  поверхности, проходящим через точку  $M$  (см. рис.66а).

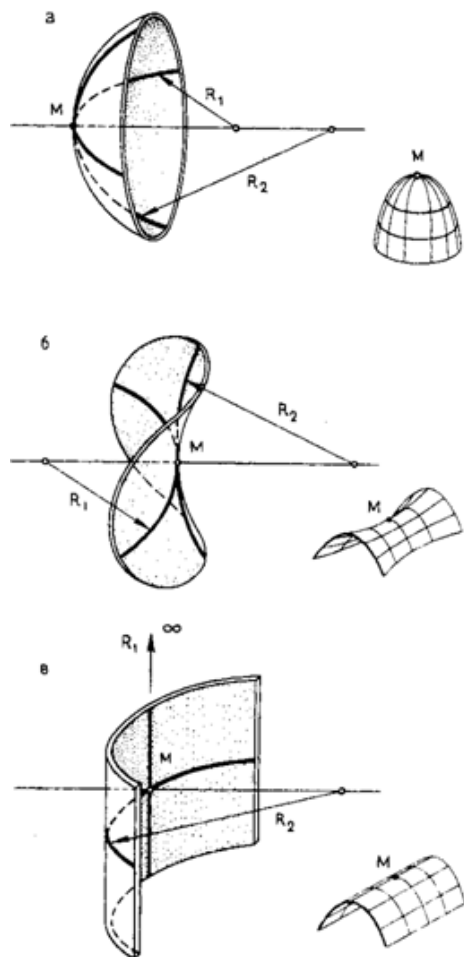
В дифференциальной геометрии доказывается, что касательные  $t_1$  и  $t_2$  к двум кривым, проведенным на поверхности через точку  $M$  и имеющим экстремальные значения кривизны (максимальную и минимальную), образуют между собой прямой угол и являются так называемыми *главными направлениями*.

Максимальный и минимальный радиусы кривизны линий в точке касания  $M$  называются *главными радиусами*  $R_1$  и  $R_2$  кривизны поверхности в данной точке  $M$ , а их центры — *центрами кривизны* поверхности в рассматриваемой точке.

Величины, обратные главным радиусам кривизны  $K_1=1/R_1$  и  $K_2=1/R_2$ , называются *главными кривизнами* поверхности в данной точке. Главные кривизны имеют одинаковые знаки, если главные радиусы кривизны  $R_1$  и  $R_2$  направлены в одну сторону, и разные знаки, если главные радиусы кривизны направлены в противоположные стороны.

Кривизна поверхности характеризуется полной или гауссовой кривизной. *Полной или гауссовой кривизной  $K$*  поверхности в данной точке называется произведение главных кривизн в рассматриваемой точке:  $K = K_1 \times K_2 = 1/R_1 \times 1/R_2$ .

Рассмотрим три случая касания плоскости к поверхности и кривизну поверхности в окрестности точки касания.



**Рисунок 67** – Случаи касания плоскостью поверхностей

1. *Касательная плоскость может иметь с поверхностью одну точку касания  $M$*  (рис.66а, 67а). В этом случае все линии поверхности, пересекающиеся в данной точке, находятся по одну сторону касательной плоскости. При этом, если соприкасающийся параболоид в рассматриваемой точке является эллиптическим, то эту точку называют *эллиптической*. Поверхности, состоящие только из эллиптических точек, например эллипсоид и параболоид вращения, называют *выпуклыми*.

Главные кривизны имеют одинаковые знаки, так как главные радиусы кривизны  $R_1$  и  $R_2$  направлены в одну сторону; в этом случае полная гауссова кривизна  $K > 0$ . Поверхности этого вида называют поверхностями *положительной кривизны*, имеющей переменный характер. Поверхностью постоянной положительной кривизны является только сфера.

2. *Касательная плоскость к поверхности в данной точке  $M$  может пересекать поверхность по двум прямым линиям*. Так, например, в случае дважды линейчатой поверхно-

сти — гиперболического параболоида или однополостного гиперboloида вращения (см. рис. 67б) касательная плоскость пересекает эти поверхности по двум прямым образующим  $l_1$  и  $l_2$ , которые, вместе с тем, являются их касательными  $t_1$  и  $t_2$ , определяющими касательную плоскость  $P$ .

Главные кривизны имеют разные знаки, так как главные радиусы кривизны  $R_1$  и  $R_2$  направлены в противоположные стороны (рис. 67б). Полная гауссова кривизна  $K < 0$ . Поверхности этого вида называют поверхностями отрицательной кривизны, имеющей переменный характер.

3. Касательная плоскость касается поверхности по прямой образующей. Следовательно, все точки образующей имеют общую касательную плоскость (рис. 67в).

Полная гауссова кривизна  $K = 0$ , так как один из радиусов  $R_1$  бесконечно большой, то их произведение обратится в нуль независимо от величины другого радиуса. Поверхности этого вида называют поверхностями нулевой кривизны.

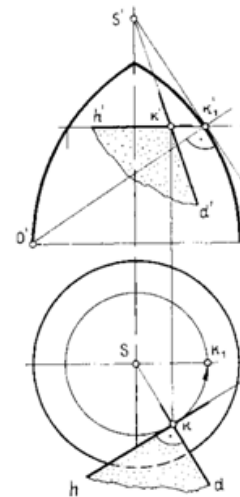
*Построение плоскостей, касательных к поверхностям.* Плоскости, касательные к поверхности, могут быть построены при различных исходных условиях. Касательная плоскость может быть проведена различными способами. Назовем некоторые из случаев, с которыми придется встретиться:

- а) через точку, лежащую на *линейчатой* поверхности;
- б) через точку, принадлежащую *нелинейчатой* поверхности вращения;
- в) через точку, заданную вне поверхности;
- г) параллельно прямой, заданной вне поверхности.

Особое значение для изучения последующего материала имеет последний случай, который является основой построения контуров собственных теней поверхностей вращения.

**Пример.** Построить плоскость, касательную к поверхности вращения (тору), в заданной на ней точке  $K'$  (рис. 68). Если точка задана одной проекцией, вторую проекцию определяем с помощью вспомогательной параллели (окружности), которую проводим на поверхности через данную точку. Через точку  $K$  проведены две прямые —  $KH$  и  $KD$ , задающие касательную плоскость. Одна из них касательна к проведенной параллели (она является горизонтальной), а другая должна быть касательной к меридиану. Для построения этой касательной  $KD$  меридиан вращением совмещен с главным меридианом.

В этом положении к нему через точку  $s'$



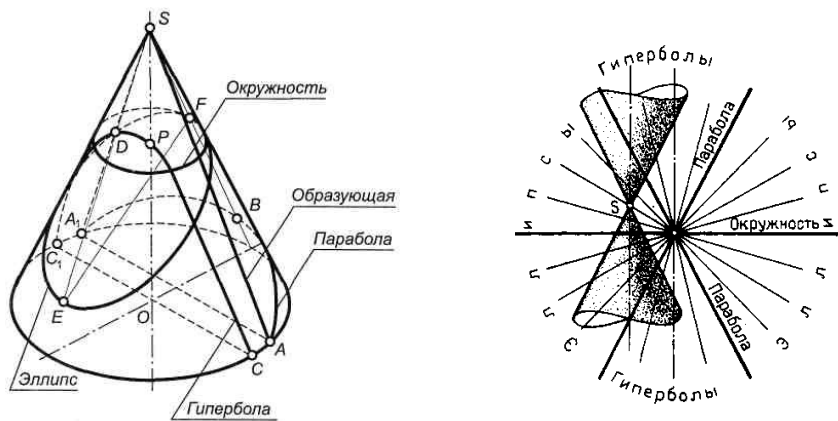
**Рисунок 68** — Плоскость, касательная к тору

проведена касательная под прямым углом к прямой  $o'k'_1$ . Точка  $o'$  является центром дуги окружности — главного меридиана тора. Касательную продолжим до пересечения с осью тора, а затем повернем в первоначальное положение. Две прямые — горизонталь  $KH$  и касательная  $KD$  — определяют искомую касательную плоскость.

*Пересечение поверхности плоскостью. Конические сечения.* В зависимости от расположения секущей плоскости по отношению к оси прямого кругового конуса могут образоваться: пересекающиеся прямые, окружность, эллипс, парабола и гипербола (рис. 69а).

На рис 69б приведена общая схема, наглядно показывающая скачкообразный характер видоизменений конических кривых и границы области образования той или иной кривой в зависимости от положения (наклона) секущей плоскости относительно конуса. Как видно из схемы, размеры этой области у окружности и параболы чрезвычайно малы — здесь и возникает качественный скачок, в то время как у эллипса и гиперболы размеры области, напротив, велики.

*Построение линии пересечения поверхностей вращения плоскостью.* Линия пересечения кривой поверхности плоскостью представляет собой плоскую кривую линию (сечение), для построения которой необходимо определить отдельные точки сечения и соединить их последовательно плавной кривой.



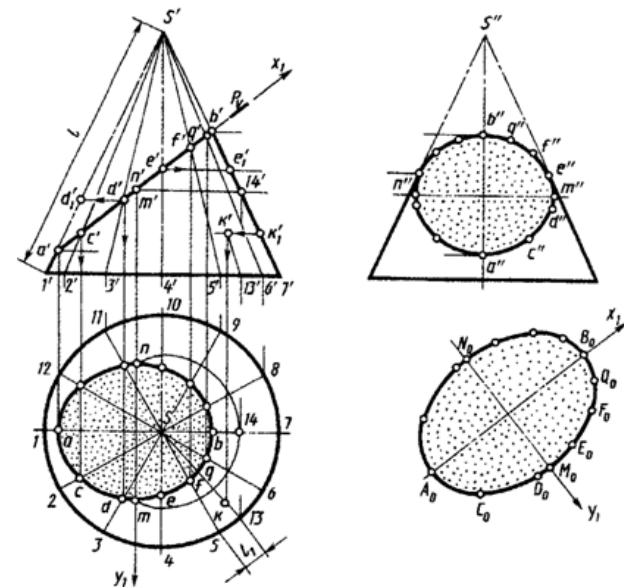
**а** **б**  
**Рисунок 69**—Сечения конуса плоскостями

Чтобы построить линию пересечения *линейчатой поверхности вращения* плоскостью, необходимо определить точки пересечения отдельных образующих этой поверхности плоскостью. Таким образом, задача на опреде-

ление линии пересечения линейчатой поверхности плоскостью сводится к многократному решению задачи на пересечение прямой с плоскостью.

Для построения точек линии пересечения *нелинейчатой* кривой поверхности плоскостью применяют основной способ — *способ вспомогательных секущих плоскостей*. Вспомогательные секущие плоскости проводят так, чтобы поверхность пересекалась по графически простым линиям. Точки пересечения этих линий будут искомыми точками линии пересечения.

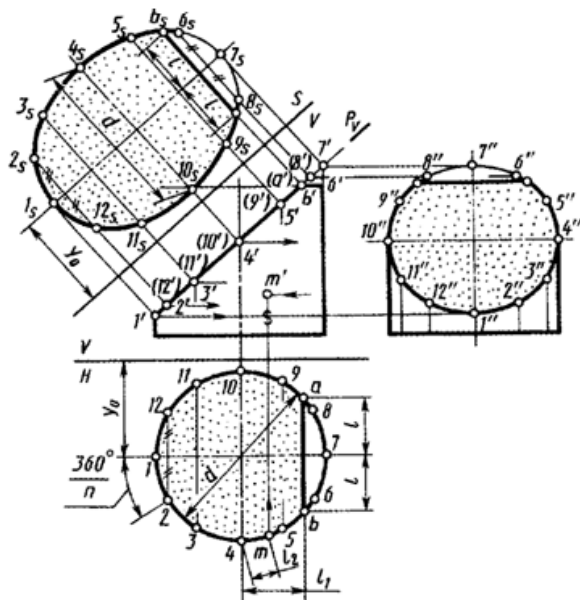
Рассмотрим примеры построения линии пересечения поверхностей вращения плоскостью. При построении сечений следует выделить частный случай, когда секущая плоскость является проецирующей или пересекаемая поверхность занимает проецирующее положение относительно плоскости проекций и одна проекция линии пересечения известна.



**Рисунок 70** - Сечение конуса фронтально проецирующей плоскостью

**Пример 1.** Построить пересечение конуса фронтально проецирующей плоскостью (рис.70). Секущая плоскость является проецирующей, поэтому фронтальная проекция линии сечения совмещена с проецирующим следом плоскости  $P_v$ . Полученный в сечении эллипс проецируется на плоскость  $V$  отрезком прямой  $a' — b'$ , который является большой осью эллипса. Горизонтальная проекция оси строится с помощью линий связи. Малая ось эллипса  $m — n$  перпендикулярна большой оси и делит ее пополам. Точки  $m$  и  $n$  строим с помощью параллели или двух образующих конуса. На чертеже постро-

ен действительный вид сечения конуса способом замены плоскостей проекций. Дополнительные точки сечения могут быть построены аналогично построению точек *m* и *n*.



**Рисунок 71** - Сечение цилиндра фронтально проецирующей плоскостью

Аналогично решается задача на построение линии пересечения прямого кругового цилиндра фронтально проецирующей плоскостью (рис.71).

*Пересечение прямой линии с кривой поверхностью.* Прямая линия может пересекать поверхность в двух и более точках, может касаться ее. Если прямая не имеет общих точек с поверхностью, это означает, что она не пересекает поверхность. Этапы решения этой задачи аналогичны описанному ранее построению пересечения прямой с плоскостью и многогранной поверхностью.

*Чтобы найти точки пересечения прямой линии с кривой поверхностью (рис. 72), следует провести через данную прямую вспомогательную секущую плоскость и построить линию пересечения вспомогательной плоскости с данной поверхностью. Точки пересечения прямой с построенной линией сечения поверхности и будут искомыми точками.*

Обычно в качестве вспомогательной плоскости выбирают проецирующую плоскость. Однако в отдельных случаях следует принимать плоскость общего положения с тем, чтобы проекция сечения имели графически простую форму — прямые линии или окружности.

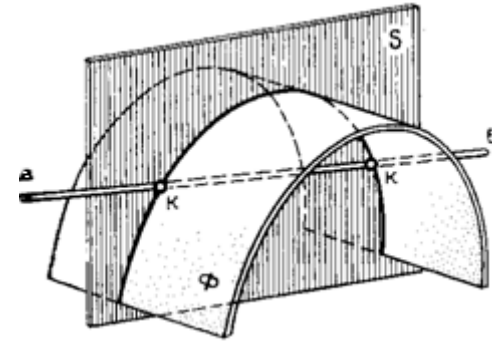


Рисунок 72 – Нахождение точки пересечения прямой с кривой поверхность

**Тема 8.**  
**РАЗВЕРТКИ. ПОСТРОЕНИЕ РАЗВЕРТОК МНОГОГРАННЫХ**  
**ПОВЕРХНОСТЕЙ И ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ.**

*Развертывание поверхностей.* В практике архитектурного проектирования и строительства развертывание поверхностей находит применение при разработке чертежей для раскроя плоского листового материала. Способы развертки поверхностей используются при проектировании пневматических и тентовых сооружений, а также при строительстве резервуаров различной формы, воздухопроводов и т. д.

Форма и размеры плоских фигур определяются специальными приемами развертывания по чертежам запроектированных поверхностей. Построение разверток выполняется, как правило, только графическими приемами.

*Развертыванием называется такое преобразование поверхности, в результате которого она совмещается с плоскостью. Плоская фигура, полученная в результате развертывания поверхности и совмещения ее с плоскостью, называется разверткой.*

Ранее кривые поверхности были подразделены на развертываемые, которые могут быть совмещены с плоскостью без разрывов и складок, и неразвертываемые. Развертывание последних выполняется приближенно при некоторой деформации или замене частей поверхности отсеками развертываемых поверхностей. Подобная замена отсеков одной поверхности отсеками другой, более простой поверхности называется *аппроксимацией*.

Как отмечалось ранее, к развертываемым относятся все гранные поверхности, а также кривые линейчатые поверхности нулевой кривизны — цилиндрические, конические и торсовые. На развертках этих поверхностей сохраняются длины отрезков линий, углы между пересекающимися линиями, величины площадей замкнутых участков поверхности. Такое преобразо-

вание пространственной фигуры в плоскую называют *изометрическим отображением*.

Следовательно, поверхность и ее развертку можно рассматривать как две ометрические фигуры, между точками которых установлено взаимно однозначное соответствие.

Изометрическое отображение поверхности в плоскость включает два преобразования: одно из них, так называемое *конформное*, сохраняет инвариантными (неизменными) величину углов между линиями в точках их пересечения, а другое преобразование — *эквиреальное*, сохраняет величину площадей замкнутой области поверхности.

Свойство сохранения величины площадей в таком преобразовании предопределяет и сохранение длины соответственных отрезков линий поверхности и ее развертки.

*Развертка многогранных поверхностей. Разверткой многогранной поверхности называется плоская фигура, полученная в результате последовательного совмещения всех ее граней с плоскостью.*

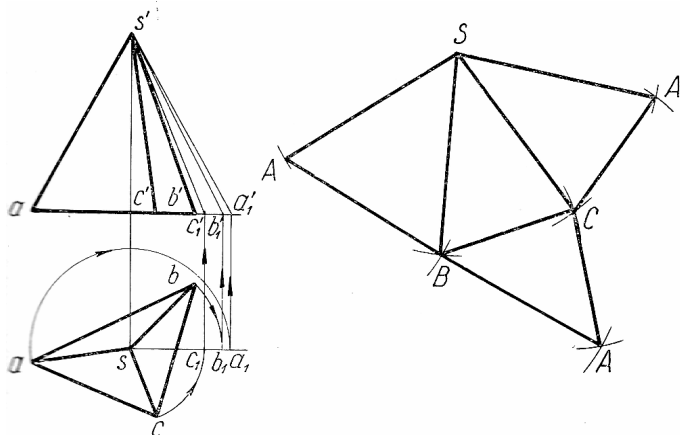
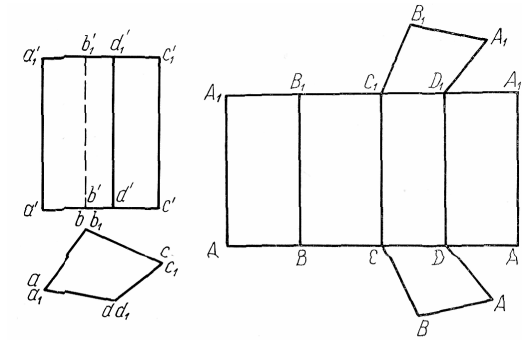


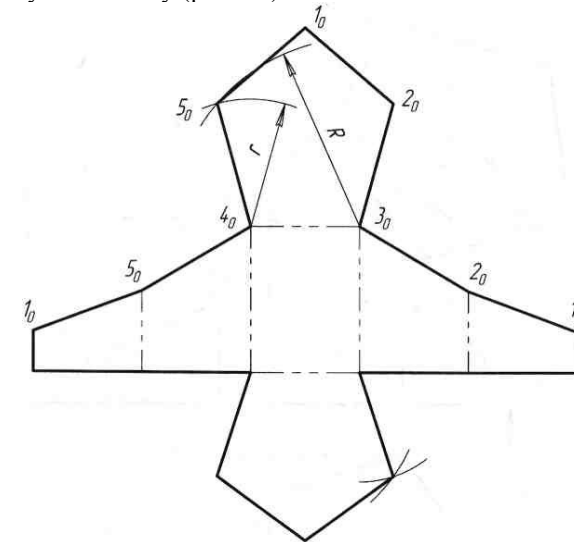
Рисунок 73 – Построение развертки пирамиды

1. *Развертка пирамиды* (рис.73). Основание пирамиды параллельно плоскости  $H$ , поэтому следует определить натуральную величину лишь боковых граней — треугольников. Истинная длина боковых ребер пирамиды определена способом вращения вокруг вершины  $S$ . Затем по трем сторонам строят контуры боковых граней, которые соединяют друг с другом смежными ребрами. К ним присоединяется основание пирамиды. Если необходимо на развертке построить точку, принадлежащую боковой поверхности, то поступают следующим образом. Через точку и вершину пирамиды проводят образующую, а затем — горизонталь, затем переносят на развертку натуральные величины проведенной образующей и горизонтали.



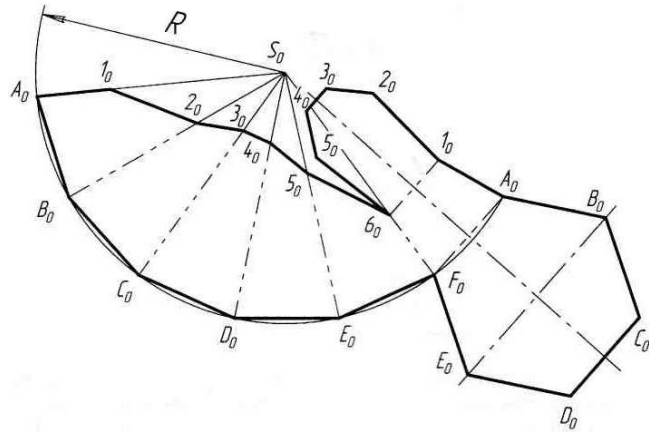
**Рисунок 74** – Построение развертки призмы

2. *Развертка призмы.* У прямой призмы все боковые ребра проецируются в натуральную величину (рис. 74).



**Рисунок 75** – Полная развертка усеченной призмы

Развертку боковой поверхности призмы с рис. 52 с основанием и фигурой сечения призмы строят следующим образом (рис. 75). Проводят прямую, на которой откладывают пять отрезков, равных длинам сторон пятиугольника, лежащего в основании призмы. Из полученных точек проводят перпендикуляры, на которых откладывают действительные длины ребер усеченной призмы, беря их с фронтальной или профильной проекции, получают развертку боковой поверхности призмы.



**Рисунок 76** – Полная развертка усеченной пирамиды

К развертке боковой поверхности пристраивают фигуру нижнего основания — пятиугольник и фигуру сечения.

Развертка боковой поверхности усеченной пирамиды с рис. 53 с фигурой сечения и фигурой основания приведена на рис. 76.

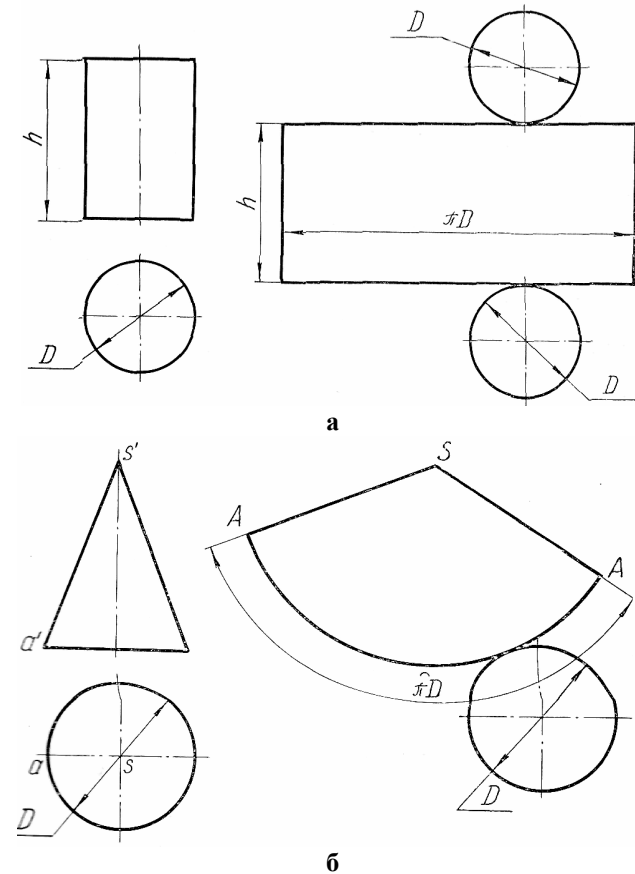
Сначала строят развертку неусеченной пирамиды, все грани которой, имеющие форму треугольника, одинаковы. На плоскости намечают точку  $S_0$  (вершину пирамиды) и из нее, как из центра, проводят дугу окружности радиусом  $R$ , равным действительной длине бокового ребра пирамиды. Действительную длину ребра можно определить по профильной проекции пирамиды, например отрезки  $S''E'''$  или  $S''B'''$ , так как эти ребра параллельны профильной плоскости и изображаются на ней действительной длиной. Далее по дуге окружности от любой точки, например, откладывают шесть одинаковых отрезков, равных действительной длине стороны шестиугольника — основания пирамиды. Действительную длину стороны основания пирамиды получают на горизонтальной проекции (отрезок  $A'B'$ ). Точки  $A_0—E_0$  соединяют прямыми с вершиной  $S_0$ . Затем от вершины  $S_0$  на этих прямых откладывают действительные длины отрезков ребер до секущей плоскости.

На профильной проекции усеченной пирамиды имеются действительные длины только двух отрезков —  $S''5'''$  и  $S''2'''$ . Действительные длины остальных отрезков определяют способом вращения их вокруг оси, перпендикулярной к горизонтальной плоскости и проходящей через вершину  $S$ .

Полученные точки  $1_0, 2_0, 3_0$  и т. д. соединяют прямыми и пристраивают фигуры основания и сечения.

*Развертка кривых поверхностей.* Развертки поверхностей *прямых* круговых конусов и цилиндров могут быть выполнены точно. Полная развертка кругового цилиндра представляет собой боковую поверхность цилиндра —

прямоугольник со сторонами  $h$  и  $\pi D$  и два основания (верхнее и нижнее) диаметром  $D$  (рис. 77а).



**Рисунок 77** – Построение точных разверток: **а** – цилиндра, **б** – конуса

Полная развертка кругового конуса состоит из боковой поверхности – сектора круга, радиус которого равен длине  $AS$  образующей конуса, а центральный угол при его вершине  $\psi = 180^\circ D/AS$  и основания конуса диаметром  $D$  (рис. 77б).

Полную приближенную развертку усеченного конуса с рис. 70 строят следующим образом (рис. 78). Построение сектора (см. рис. 78) выполняют с разбивкой его на равные части соответственно разметке образующих на чертеже (см. рис. 70).

Используя положение образующих на чертеже и на развертке, находят положение точек на развертке при помощи натуральных величин отрезков от вершины до соответствующих точек линии пересечения на чертеже. При этом расстояния  $S_0$  и  $S_0B_0$  соответствуют фронтальным проекциям  $s'a'$  и  $s'b'$ . Отрезки образующих от вершины до других точек проецируются на фронтальную плоскость проекций с искажениями. Поэтому их натуральную величину находят вращением вокруг оси конуса до положения, параллельного фронтальной плоскости проекций.

На рис. 70 показано построение фронтальной и горизонтальной проекций точки  $K$  по изображению  $K_0$  этой точки на развертке (см. рис. 78). Для построения проведена образующая  $S_0I_3_0$  через точку  $K_0$  на развертке. С помощью отрезка  $l_1$  построена горизонтальная проекция  $l_3$ . Через нее проведены горизонтальная  $s-l_3$  и фронтальная  $s'-l_3'$  проекции образующей  $S-l_3$ . Отрезок  $S_0K_0 = s'k_1$  отмечен на проекции образующей  $s'7'$ . Обратным вращением построена фронтальная проекция  $k'$  точки  $K$  на фронтальной проекции образующей  $s'7'$ . Горизонтальная проекция  $k$  построена с помощью линии связи.

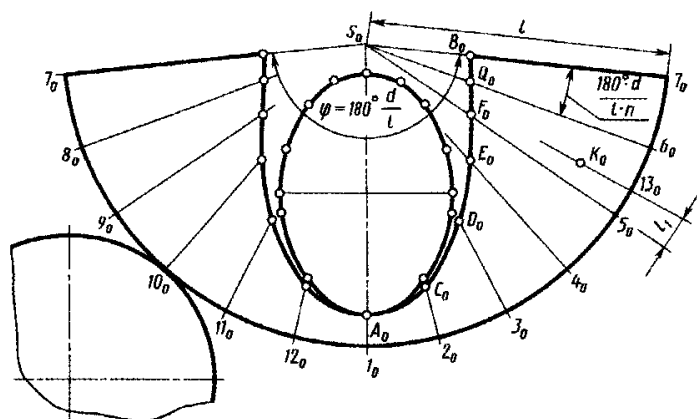


Рисунок 78 – Полная развертка усеченного конуса

Полную приближенную развертку усеченного цилиндра с рис. 71 строят следующим образом (рис. 79). Сначала строят полную развертку боковой поверхности цилиндра — прямоугольник с высотой, равной высоте цилиндра, а длиной  $L$ , длину  $L$  переносят с горизонтальной проекции цилиндра замеры хорды, например,  $7-8$  и так последовательно пока не перенесут все хорды на прямую. Для построения на развертке точек линии среза развертку основания цилиндра делят на такое же число частей, как и при построении проекций линий среза. Проводят через точки деления образующие и, поль-

зуюсь фронтальной проекцией, отмечают на них высоту до точек эллипса среза, например, точка  $1_0$ . Соединяют построенные точки плавной кривой. Натуральный вид фигуры среза цилиндра плоскостью, выполненный ранее на рис. 71, переносят и пристраивают к развертке.

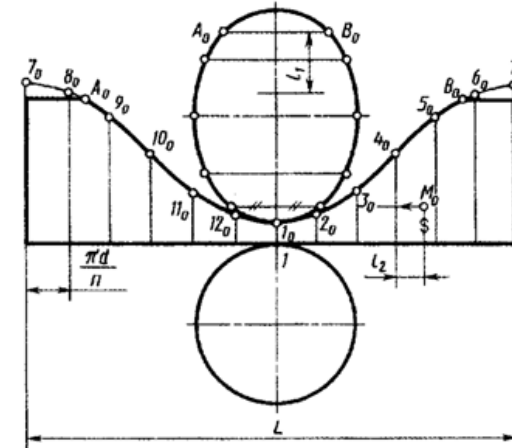
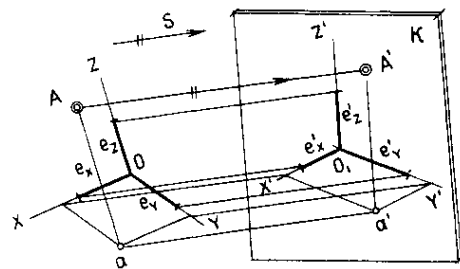


Рисунок 79 – Полная развертка усеченного цилиндра

Построим на чертеже цилиндра проекции точки  $M$ , указанной на развертке точкой  $M_0$ . Для этого отметим хорду  $l_2$  между образующей, на которой расположена точка  $M_0$ , и образующей точки 4. По хорде  $l_2$  строим горизонтальную проекцию  $m$  (рис. 71) и по известной высоте ее расположения находим ее фронтальную проекцию  $m'$ .

## Тема 9. АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ.

На практике весьма часто возникает необходимость в наглядном изображении предмета на чертеже, т. е. в изображении его в трех измерениях. Это достигается аксонометрическими проекциями, сущность которых заключается в том, что изображаемый предмет располагается по отношению к некоторой плоскости проекций так, что при параллельном проецировании на нее ни одна из осей координат, к которым он отнесен в пространстве, не проецируется на плоскость проекций в виде точки. В результате ни одно из измерений изображаемого предмета не исчезает, и он проецируется на плоскость проекции в трех измерениях, а не в двух, как это получается при прямоугольном параллельном проецировании на три взаимно перпендикулярные плоскости проекций (рис. 80).



**Рисунок 80** – Образование аксонометрических проекций

*Аксонометрическими проекциями называют наглядные изображения объекта, получаемые параллельным проецированием его на одну плоскость проекций вместе с осями прямоугольных координат, к которым этот объект отнесен.*

*Основная теорема аксонометрии.* При изменении взаимного положения осей координат и направления проецирования относительно плоскости проекций изменяются положение аксонометрических осей и показатели искажения по ним. Этому вопросу посвящена основная теорема аксонометрии (теорема Польке–Шварца): *три произвольно выбранных отрезка на плоскости, выходящие из одной точки, могут быть приняты за параллельную проекцию трех равных и взаимно перпендикулярных отрезков, выходящих из некоторой точки пространства.*

Таким образом, из теоремы следует, что аксонометрические оси и показатели искажения по ним могут быть выбраны произвольно. Если задать на плоскости проекций  $K$  (см. рис.80) три проходящие через одну точку отрезка произвольной длины  $e'_x$ ,  $e'_y$  и  $e'_z$ , можно утверждать, что они являются аксонометрической проекцией трех равных и взаимно перпендикулярных отрезков пространства.

Размеры изображаемого предмета при аксонометрическом проецировании по всем трем осям искажаются, это следует из теоремы.

В зависимости от расположения плоскости проекций и направления проецирования возможны случаи, когда показатели искажения по всем трем осям одинаковы, или равны между собой только по двум осям, или показатели искажения по всем трем осям не равны между собой. Соответственно этому аксонометрические проекции называют *изометрическими* (износ — одинаковый), *диметрическими* (ди— двойной) и *триметрическими*.

Аксонометрические проекции бывают также *прямоугольные* (когда направление проецирования составляет с плоскостью проекций прямой угол) и *косоугольные*.

На практике применяются только некоторые определенные направления аксонометрических осей и определенные величины показателей искажения (табл. 2).

*Выбор аксонометрических проекций.* Выбор аксонометрических проекций при построении изображений может подчиняться различным требованиям. Главные из них — наглядность и простота построений.

Сравнительная оценка изображений, построенных в различных аксонометрических проекциях (табл. 2), показывает, что самым наглядным изображением, лишенным заметных искажений формы, является прямоугольная диметрия. В прямоугольной изометрии одинаковый ракурс боковых граней куба делает изображение многогранника недостаточно наглядным, а вот наглядность тел вращения не теряется, поэтому диметрия рекомендуется для всех геометрических тел, а вот в изометрии рекомендуют изображать лишь тела вращения. В прямоугольной диметрии этот недостаток отсутствует.

Выбирая тот или иной вид косоугольной аксонометрической проекции, следует иметь в виду, что наряду с неизменностью формы одной части объекта возникают заметные искажения других его частей. Изображенные объекты воспринимаются несколько деформированными, со скошенностью в направлении, перпендикулярном плоскости проекции.

В машиностроении принято использовать прямоугольное проецирование. Для прямоугольного проецирования:  $k^2 + m^2 + n^2 = 2$ .

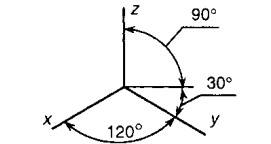
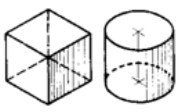
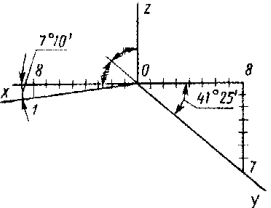
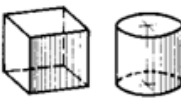
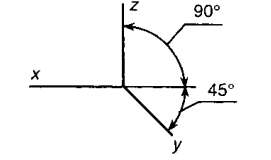
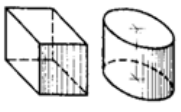
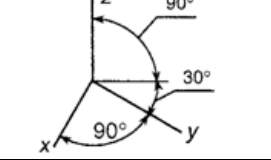
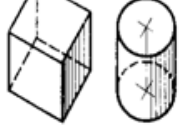
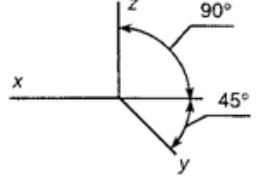

Кроме этого, сумма квадратов двух любых показателей искажения не может быть меньше единицы.

*Прямоугольная изометрическая проекция.* При равном наклоне аксонометрической плоскости проекций ко всем трем осям координат и прямоугольном проецировании эта система спроецируется на плоскость проекций так, как показано на рис. 81а. Показатели искажения в этом случае по всем трем осям оказываются одинаковыми и равными 0,82. Это прямоугольная изометрическая проекция. Но для упрощения построений на практике применяют так называемые приведенные показатели искажения, равные единице, т. е. размеры изображаемого предмета по всем трем осям откладываются в натуральную величину, а изображение предмета в связи с этим оказывается увеличенным в 1,22 раза по отношению к его истинной величине.

На рис. 81а изображена окружность в прямоугольной изометрической проекции  $d$ . Из рисунка видно, что все три окружности, каждая из которых расположена параллельно одной из плоскостей проекций, проецируются на них в виде равновеликих эллипсов, большие оси которых равны  $1,22d$  и расположены перпендикулярно к осям, отсутствующим в данных плоскостях, а малые равны  $0,7d$ .

*Прямоугольная диметрическая проекция.* При некотором расположении аксонометрической плоскости проекций относительно пространственной координатной системы и прямоугольном проецировании координатная система спроецируется на плоскость проекций, как показано на рис. 81б. Это прямоугольная диметрическая проекция.

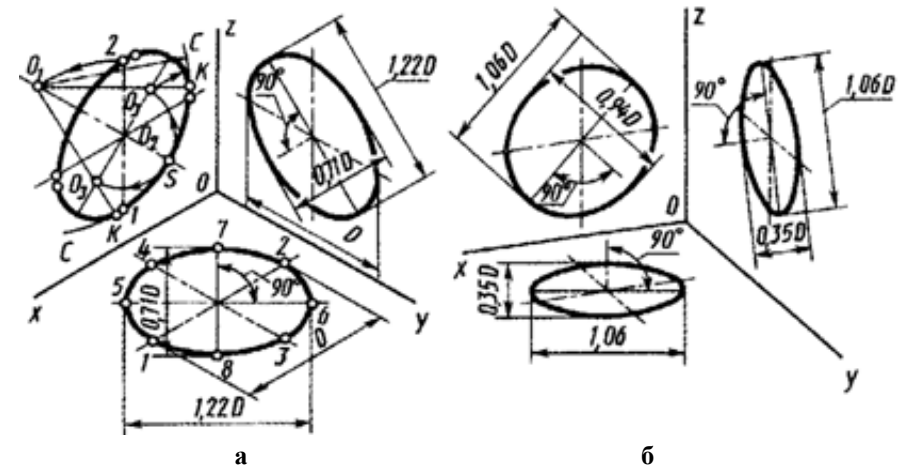
Таблица 2 – Аксонометрические проекции

Вид проекций	Расположение осей	Изображение геометрических тел	Коэффициенты искажения
Прямоугольная изометрия			$k_x = k_y = k_z = 0,82 \approx 1,0$
Прямоугольная диметрия			$k_x = k_z = 0,94 \approx 1,0$ $k_y = 0,47 \approx 0,5$
Косоугольная фронтальная изометрия			$k_x = k_y = k_z = 1,0$
Косоугольная горизонтальная изометрия			$k_x = k_y = k_z = 1,0$
Косоугольная фронтальная диметрия			$k_x = k_z = 1,0$ $k_y = 0,5$

Действительные показатели искажения в прямоугольной диметрической проекции по осям  $X$  и  $Z$  равны  $0,94$ , а по оси  $Y$  —  $0,47$ , приведенные — соответственно  $1,0$  и  $0,5$ , в результате чего изображение на чертеже оказывается увеличенным по отношению к истинной величине в  $1,06$  раза.

Изображение окружности в диметрии приведено на рис. 81б. Окружность, находящаяся в плоскости проекций  $XOZ$  (или в параллельной ей плоскости), проецируется на нее в виде эллипса, большая ось которого равна  $1,06d$ , а малая —  $0,94d$ . Окружности, находящиеся в плоскостях, параллельных двум другим плоскостям проекций, проецируются на них в виде одинаковых эл-

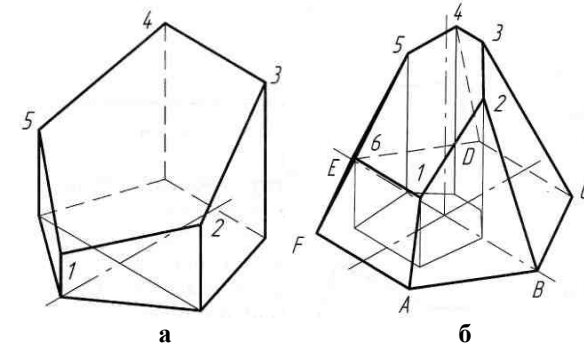
липсов, большие оси которых равны  $1,06d$ , а малые —  $0,35d$ . Большие оси эллипсов, так же как и в прямоугольной изометрии, перпендикулярны к отсутствующим в данной плоскости аксонометрическим осям.



**Рисунок 81** – Изображение окружности в: **а** – изометрии; **б** – диметрии

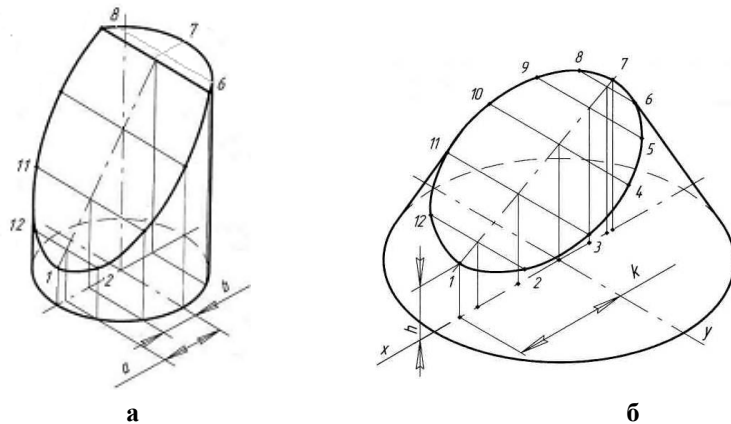
Для иллюстрации выполним построение усеченных призмы, пирамиды, цилиндра и конуса в аксонометрической проекции.

На рис. 82а построена изометрическая проекция усеченной призмы с рис. 52. Порядок построения изометрической проекции следующий. Строят изометрическую проекцию основания призмы; проводят в вертикальном направлении линии ребер, на которых от основания откладывают их действительные длины, взятые с фронтальной или профильной проекции призмы. Полученные точки 1—5 соединяют прямыми линиями.



**Рисунок 82** - Изометрическая проекция: **а** – усеченной призмы, **б** – усеченной пирамиды

Построение изометрической проекции усеченной пирамиды с рис. 53 (рис. 82б) начинают с построения изометрической проекции основания пирамиды по размерам, взятым с горизонтальной проекции комплексного чертежа. Затем на плоскости основания по координатам точек  $1'-6'$  строят горизонтальную проекцию сечения (тонкие линии на основании пирамиды). Из вершины полученного шестиугольника проводят вертикальные прямые, на которых откладывают координаты, взятые с фронтальной или профильной проекции призмы. Полученные точки  $1-6$  соединяют, получают фигуру сечения. Соединив точки  $1-6$  с вершинами шестиугольника, основания пирамиды, получают изометрическую проекцию усеченной пирамиды. Невидимые ребра изображают штриховыми линиями.



**Рисунок 83** – Изометрическая проекция усеченного:  
**а** – цилиндра, **б** – конуса

Изометрическую проекцию усеченного цилиндра строят следующим образом (рис. 83а).

Сначала строят изометрию нижнего основания (эллипс) по восьми точкам, рассчитав предварительно значения большой и малой осей эллипса. Затем пристраивают полную боковую поверхность, отложив высоту цилиндра и верхнее основание цилиндра. По трем координатам (рис. 71), отложенным по соответствующим осям, и соединенным линиями параллельными соответствующим осям строят точки сечения цилиндра плоскостью в аксонометрии. Полученные точки соединяют по лекалу. Заканчивают построение проведением очерковых образующих, касательных к основаниям эллипса.

Построение изометрической проекции усеченного конуса (рис. 83б) начинают с построения основания — эллипса. Изометрическую проекцию любой точки кривой сечения находят при помощи трех координат, как показано на рис. 70.

На оси  $x$  откладывают координаты точек  $1—7$ , взятые с горизонтальной проекции конуса (рис. 70). Из полученных точек проводят вертикальные прямые, на которых откладывают координаты  $z$ , взятые с фронтальной проекции точек, обозначенных буквами латинского алфавита. Через полученные на наклонной оси эллипса точки проводят прямые, параллельные оси  $u$ , и на них откладывают отрезки  $b'8'$ ,  $4' 10'$  и т. д., взятые на горизонтальной проекции. Найденные точки соединяют. Крайние очерковые образующие проводят по касательной к контуру основания конуса и эллипса.

*На практике рекомендуется аксонометрические проекции многогранников чертить в прямоугольной диметрии, а тела вращения – в прямоугольной изометрии. Это следует учесть при выполнении заданий контрольной работы.*

#### Тема 10.

### ПЕРСПЕКТИВА. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПЕРСПЕКТИВЫ. ЭЛЕМЕНТЫ ПОСТРОЕНИЯ ПЕРСПЕКТИВЫ. СПОСОБЫ ПОСТРОЕНИЯ ПЕРСПЕКТИВЫ.

Перспектива в отличие от ортогональных проекций представляет собой вид проекций, с помощью которого можно с наибольшей наглядностью изобразить архитектурное сооружение и всю окружающую его среду.

*Perspicere, perspectus (лат.) — увиденный сквозь; ясно, правильно увиденный. Перспективой называют как само наглядное изображение объекта, так и область начертательной геометрии, изучающей теорию и практические способы построений перспективных изображений.*

Современные приемы и способы наглядного изображения на плоскости объемно-пространственных композиций появились в результате длительного периода их развития и совершенствования. Основные принципы построения перспективы, заложенные мастерами Возрождения, прочно вошли в современную науку о построении перспективных изображений.

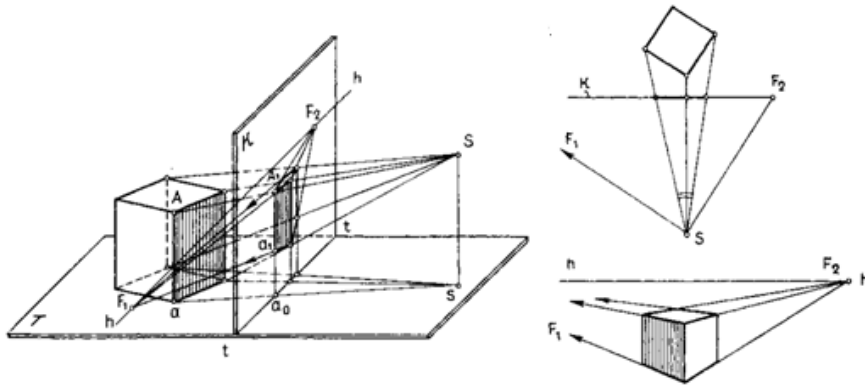
Перспектива, как и фотография, показывает не только форму объекта, но и отражает взаимное положение наблюдателя и объекта. Она передает кажущиеся изменения величины и формы изображаемого объекта, вызванные его расположением и удаленностью от наблюдателя. Существенное преимущество перспективы по сравнению с фотографированием и другими современными техническими средствами отображения (киносъемкой, голографией и др.) состоит в том, что с помощью перспективы можно получить наглядное изображение несуществующего, проектируемого объекта.

*Геометрические основы перспективы.* Сущность метода центрального проецирования. Перспективой называется центральная проекция объекта на плоскость, отвечающая определенным условиям. Этими условиями огра-

ничивается взаимное положение центра проекции и объекта с целью наибольшего приближения его изображения к виду объекта в натуре.

Для построения перспективы объекта из центра проекции  $S$  (*точки зрения*) проводят проецирующие лучи к точкам объекта (рис. 84) и находят их пересечение с плоскостью проекций  $K$  (*картиной*), которую обычно располагают перед объектом. Полученное изображение отличается от аксонометрического. Параллельные прямые в общем случае изображаются сходящимися; равные по величине отрезки прямых изображаются уменьшающимися по мере их удаления от точки зрения.

Для построения на плоскости картины центральной проекции точки  $A$  проводим к этой точке проецирующий луч.



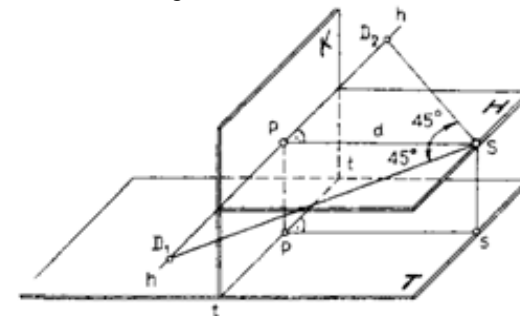
**Рисунок 84** – Построение перспективы объекта

Точка пересечения луча с плоскостью проекций  $K$  определяет точку  $A_1$  — *центральную проекцию* или *перспективу точки A*. Чтобы определить на картине положение точки  $A_1$  следует через проецирующий луч, направленный к точке  $A$ , провести вертикальную лучевую плоскость и найти ее пересечение с картиной. Линия пересечения этой плоскости с картиной пройдет через точку  $a_0$ , представляющую пересечение горизонтального следа лучевой плоскости с картиной. Вертикальная прямая, проведенная из этой точки в пересечении с проецирующим лучом и определит искомую перспективу  $A_1$  точки  $A$ . Одна центральная проекция точки  $A$  не определяет ее положения в пространстве, так как перспективе  $A_1$  точки соответствует любая точка проецирующего луча  $SA$ . Для того чтобы можно было определить положение точки в пространстве по ее перспективе и сделать изображение обратимым, следует построить перспективу  $a_1$ , ее горизонтальной проекции  $a$  — *вторичную проекцию* точки  $A$  (первой считается  $A_1$ ).

Таким образом, для определения положения точки в пространстве по ее перспективе необходимо кроме перспективы точки иметь еще и вторичную ее проекцию.

Для построения перспективы объекта исходным материалом служат его ортогональные проекции — план и фасад.

*Элементы построения перспективы.* При построении перспективы применяют некоторые вспомогательные геометрические элементы — точки, прямые в плоскости, которые обозначаются следующим образом (рис.85):  $K$  — вертикальная плоскость проекций (картина) с  $T$  — предметная плоскость (горизонтальная), на которой обычно располагается объект;  $S$  и  $s$  — точка зрения (центр проекций) и ее горизонтальная проекция (основание точки зрения);  $H$  — плоскость горизонта, горизонтальная плоскость, проходящая через точку зрения;  $SP$  — главный луч, перпендикулярный картине;  $P$  и  $p$  — главная точка картины и ее горизонтальная проекция;  $d$  — расстояние (дистанция) точки зрения, равное  $SP$  и  $sp$ ;  $hh$  — линия горизонта, линия пересечения плоскости горизонта с картиной;  $tt$  — основание картины, линия пересечения картины с предметной плоскостью;  $Pp$  и  $Ss$  — высота горизонта;  $D_1$  и  $D_2$  — дистанционные точки (точки дальности), расположенные на расстоянии  $d$  от главной точки картины  $P$ .

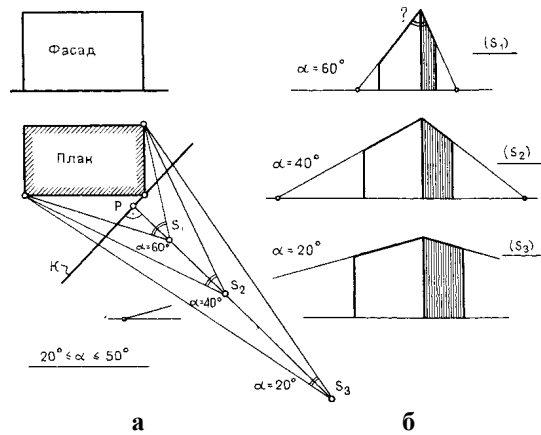


**Рисунок 85** – Элементы построения перспективы

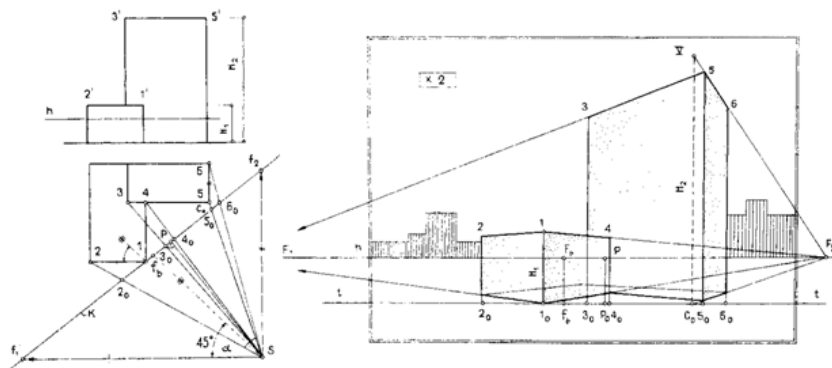
При построении перспективы точка зрения должна выбираться на таком расстоянии от объекта, чтобы его можно было легко охватить одним взглядом. *Горизонтальные углы зрения* между крайними лучами в плане должны находиться в пределах от  $20^\circ$  до  $50^\circ$  (рис. 86а). Горизонтальный угол  $50^\circ$  — это предельная величина угла зрения. Лучшими углами следует считать углы  $30^\circ$  —  $40^\circ$ .

На рис. 86б показаны перспективные схемы объекта, построенные при различных расстояниях зрителя от объекта. Из сравнения схем видно, что по мере удаления точки зрения от объекта *перспективные ракурсы* уменьшаются и перспектива становится более «спокойной». Однако при дальних точках зрения ( $S_3$ ) точки схода перспектив горизонтальных прямых объекта распо-

лагаются на большом расстоянии друг от друга, что усложняет построение перспективы.



**Рисунок 86** – Сравнительная характеристика наглядности перспективного изображения в зависимости от: **а** – величин горизонтальных углов зрения, **б** – различных расстояний зрителя от объекта

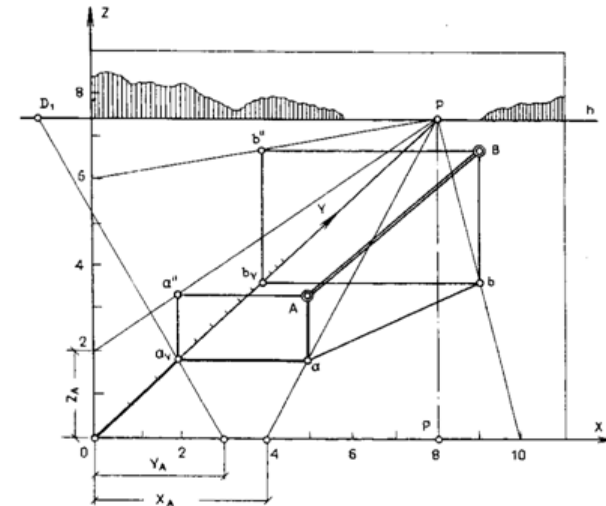


**Рисунок 87** – Построение перспективы способом архитекторов

*Способы построения перспективы.* Существует несколько способов построения перспективных изображений. В каждом из них используются различные элементы центрального проецирования. Выбор того или иного способа построения зависит от вида объекта и его объемно-пространственной структуры. В процессе построения перспективного изображения за основу берется один из способов, однако привлекаются отдельные элементы других способов построения.

Основные способы построения перспективы:

1. *Способ архитекторов* (рис.87). В практике построения архитектурных перспектив этот способ получил наибольшее применение. Он основан на использовании точек схода перспектив параллельных горизонтальных прямых объекта и благодаря этому отличается большой графической точностью и простотой построения.



**Рисунок 88** - Координатный способ построения перспективы

2. *Координатный способ построения перспективы* (рис. 88), как и радиальный, имеет ограниченное применение. Он используется главным образом при изображении несложных объектов неправильной формы. Сущность этого способа заключается в построении перспективы объекта, отнесенного к прямоугольной системе координат с помощью изображения в перспективе.

3. *Способ перспективной сетки* (рис. 89). Этот способ является разновидностью координатного способа. Он также основан на применении перспективных масштабов. Способ сетки применяют при построении «планировочных» перспектив с высоким горизонтом при проектировании градостроительных и промышленных объектов, расположенных на значительной территории.

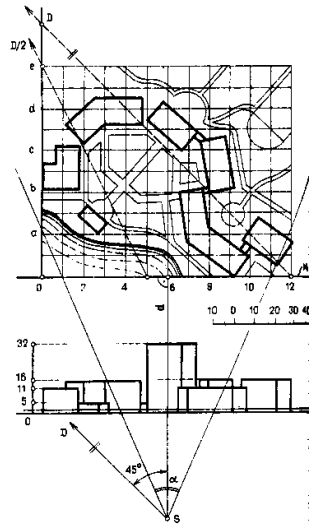


Рисунок 89 – Построение перспективы способом перспективной сетки

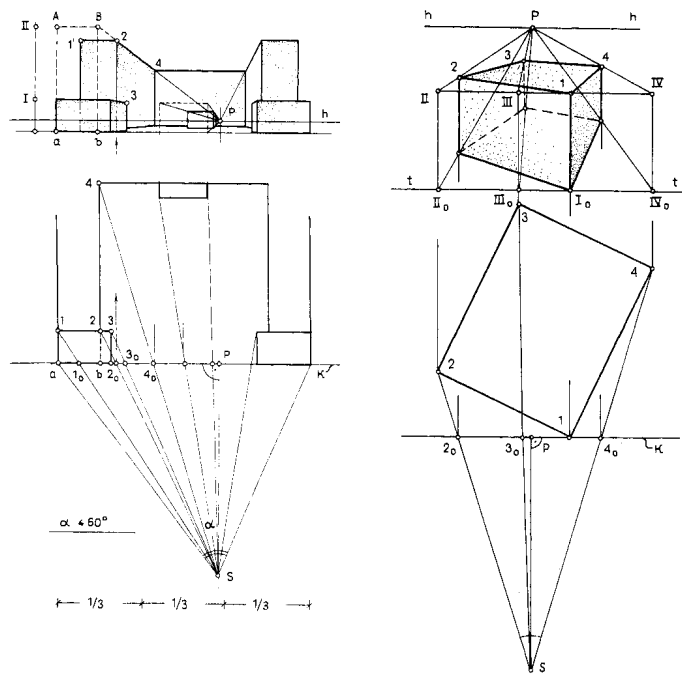
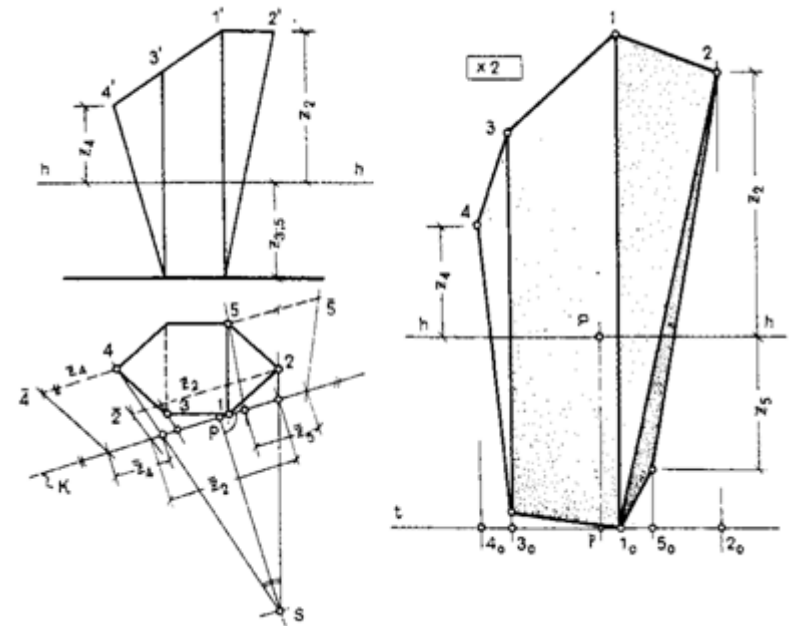


Рисунок 90 – Радиальный способ: а – построение фронтальной перспективы здания, б – построение угловой перспективы.

4. Сущность *радиального способа* (рис. 90) построения перспективы заключается в определении точек пересечения проецирующих лучей с картинной плоскостью с помощью построения картинных следов прямых, перпендикулярных картине. Этот способ поэтому называется также *способом следа луча*. Он находит применение главным образом при построении фронтальных перспектив улиц, внутренних дворов, фасадов зданий с выступающими вперед частями и т. д.

5. *Способ совмещенных высот* (рис. 91). Этот способ представляет собой разновидность радиального способа построения перспективы с совмещением высот точек на плане и является простейшим способом построения перспективы. Его применение не требует знания теории перспективы. Он применяется при построении перспективы несложных объектов нерегулярной формы, когда использование точек схода прямых нецелесообразно. Несмотря на некоторую многодельность построений, этот метод выгодно отличается от радиального способа, основанного на применении картинных следов прямых, своей простотой, а также определенной универсальностью. *Пользуясь совмещением высот, можно построить как угловую, так и фронтальную перспективу без точек схода, а также перспективу объектов неправильной формы.*



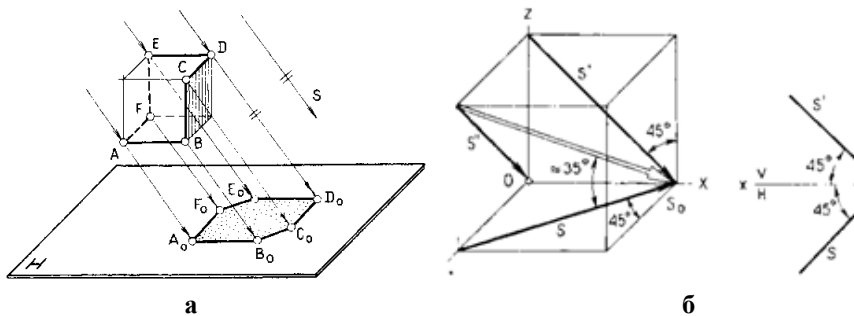
**Рисунок 91** – Построение перспективы способом совмещенных высот

**Тема 11**  
**ТЕНИ В ОРТОГОНАЛЬНЫХ ПРОЕКЦИЯХ.**  
**НАПРАВЛЕНИЕ СВЕТОВЫХ ЛУЧЕЙ.**  
**ТЕНИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ.**  
**СПОСОБЫ ПОСТРОЕНИЯ ТЕНЕЙ.**

Построение теней и изображение светотени на архитектурных и ландшафтных чертежах помимо придания им большей наглядности и выразительности имеет и другие, более конкретные цели. Построение теней уменьшает основной недостаток чертежей в ортогональных проекциях — их малую наглядность. Светотень как бы компенсирует отсутствие третьего измерения (на плане — высоты, а на фасаде — глубины).

Чертеж с изображением светотени значительно полнее и нагляднее выявляет объемно-пространственную структуру объекта, чем чертеж, выполненный в линейной графике. Зная масштаб чертежа, можно без плана, который, как правило, помещается на других листах проекта, определить размер или «вынос» любой выступающей от плоскости фасада части здания.

Аналогичную роль могут выполнять тени и на чертежах генеральных планов застройки. По величине тени, падающей на землю, можно судить о высоте зданий. Поэтому тени должны строиться точными приемами геометрических построений в соответствии с формой и размерами элементов проектируемого сооружения. Рисование теней «на глаз», не имеющее проекционной связи с формой объекта, ведет к ошибкам в оценке объемно-пространственной композиции будущего сооружения.



**Рисунок 92** – Построение: **а** – собственной и падающей теней, **б** – лучей света

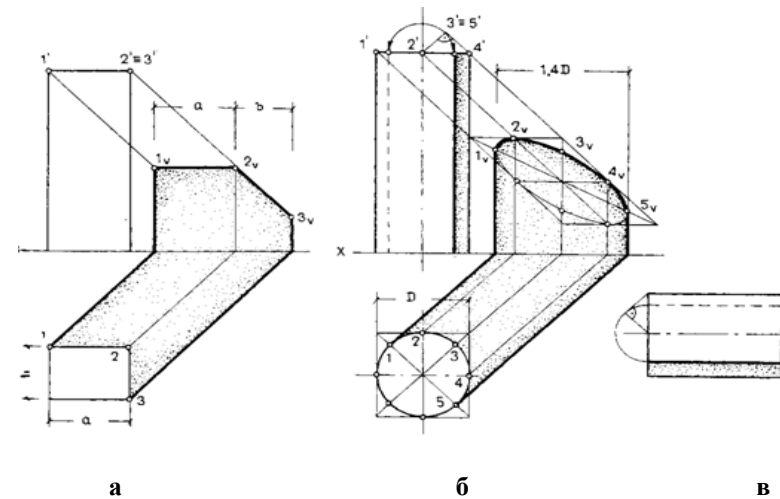
*Тень, отбрасываемая предметом на горизонтальную плоскость или на другую плоскость или поверхность, называется падающей тенью, а линия, ограничивающая ее, — контуром падающей тени (линия  $aA_0C_0B_0b$ ). Таким образом, контур падающей тени (рис. 92а) — это линия пересечения обертывающей лучевой поверхности с поверхностью, на которую падает тень.*

Иными словами, *контур падающей тени является тенью от контура собственной тени*. Контур собственной и падающей тени всегда представляют собой замкнутую фигуру.

*Направление световых лучей.* При построении теней в ортогональных проекциях направление лучей света принимают *параллельным диагонали куба*, грани которого совмещены с плоскостями проекций (рис. 92б). Проекциями диагонали куба являются диагонали квадратов, т. е. горизонтальная и фронтальная проекции светового луча составляют с осью проекции  $x$  угол  $45^\circ$ , истинный угол наклона луча к плоскости проекций  $\approx 35^\circ$ .

Такое «стандартное» направление световых лучей создает определенные преимущества при построении теней и выполнении архитектурного или ландшафтного чертежа: во-первых, достигаются постоянство и простота построения проекции лучей и теней на чертежах фасада и плана объекта; во-вторых, облегчается чтение чертежа и понимание форм, пропорций и размеров элементов изображенного объекта, так как размер тени, отбрасываемой отдельными частями здания, определяет в масштабе чертежа величину выступов и отступов от плоскости фасада здания.

*Тени геометрических тел.* При построении теней геометрических тел сначала следует определить контур собственной тени, а затем приступить к построению падающей тени, которая является тенью контура собственной тени.



**Рисунок 93** – Тени геометрических тел: **а** – призмы, **б** – цилиндра, **в** - построение тени с помощью прямоугольного треугольника

1. *Тень призмы* (рис. 93а). Задняя и правая боковая грани призмы находятся в собственной тени. Ребра, разделяющие освещенные и затененные грани призмы, образуют контур собственной тени. Они представляют собой прямые частного положения, падающие тени от которых строятся просто. Ширина падающей тени на фасаде от столба прямоугольного поперечного сечения равна сумме сторон плана

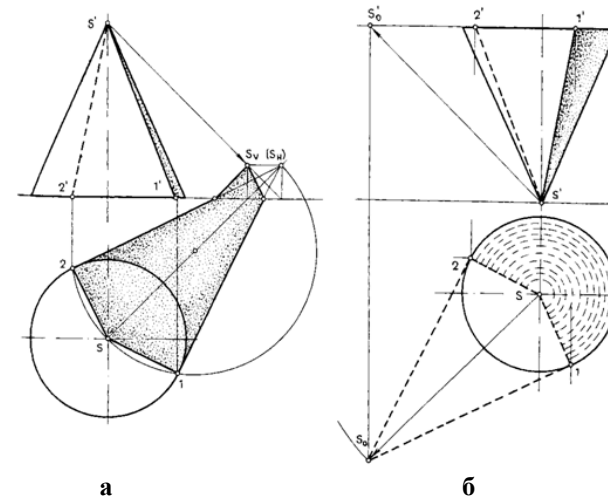
2. *Тень цилиндра* (рис. 93б). Контур собственной тени определяется двумя образующими 1 и 5, по которым лучевые плоскости касаются его боковой поверхности. Фронтальная проекция контура собственной тени может быть определена без плана с помощью равнобедренного треугольника с засечкой на гипотенузе, построенного на половине фронтальной проекции основания. Это относится и к цилиндру, расположенному горизонтально (рис. 93в). Построение падающей тени на плане и фасаде включает уже известные элементы — построение тени горизонтальной окружности и теней вертикальных прямых. Ширина падающей тени на фасаде составляет  $1,41D$ .

3. *Тень конуса* (рис. 94а). При построении тени конуса следует поступить иначе — сначала построить падающую тень, с помощью которой определяют затем контур собственной тени. Начинают с построения падающей тени вершины на плоскость основания конуса. Такой тенью является мнимая тень  $S_H$ . Касательные, проведенные из этой точки к основанию конуса, определяют теневые образующие конуса, которые и являются контуром собственной тени. Точки касания графически точно определяются с помощью окружности, построенной на проекции падающей тени  $S - S_H$  высоты конуса. Контур собственной тени конуса — линия касания боковой поверхности конуса лучевыми плоскостями, параллельными световым лучам, а контур падающей тени — горизонтальные следы лучевых плоскостей.

Тень конуса, обращенного вершиной вниз, строится аналогично (рис. 94б). Для определения теневых образующих конуса необходимо провести через вершину конуса световой луч в обратном направлении до пересечения с плоскостью основания конуса, а затем провести из этой точки касательные к его основанию.

*Способы построения теней.* В зависимости от формы объекта и его положения в пространстве применяют различные способы построения проекций теней: способ *лучевых сечений*, способ *касательных поверхностей* и способ *обратных лучей*. Кроме указанных основных способов построения теней применяются также способ *вспомогательных плоскостей уровня*, способ *«выноса»* и способ *вспомогательного проецирования*.

При построении теней выбирают такой способ, который дает наиболее точное построение тени с наименьшим количеством графических операций. В ряде случаев в зависимости от формы объекта указанные способы применяются совместно.



**Рисунок 94** – **а** – тень конуса, **б** – тень конуса с вершиной обращенной вниз

*Способ лучевых сечений* — основной и универсальный способ построения теней. Он применяется при построении как *падающих*, так и *собственных теней* сложных по форме объектов. По своей геометрической схеме он несложен, но требует довольно значительных графических операций, связанных с построением вспомогательных лучевых сечений. Сущность способа состоит в том, что для построения тени, падающей от одного объекта на другой, через характерные (опорные) точки объекта проводят ряд лучевых секущих плоскостей, строят по точкам вспомогательные сечения и определяют точки пересечения ряда лучевых прямых, проведенных через характерные точки первого объекта, с построенными сечениями второго. Построив ряд точек падающей тени и соединив их в определенной последовательности, получим контур падающей тени. Построение падающей тени дает возможность определить и контур собственной тени первого объекта, если он не был известен.

Таким образом, способ лучевых сечений основан на главных позиционных задачах начертательной геометрии — это задачи на точку пересечения прямой с плоскостью или поверхностью и на пересечение поверхности плоскостью.

*Способ вспомогательных касательных поверхностей.* Способ касательных (описанных или вписанных) поверхностей конусов и цилиндров применяется при построении на фасаде контуров *собственных теней* поверхностей вращения без второй проекции. Сущность этого способа состоит в следующем. Для построения точек, принадлежащих контуру собственной тени, используются вспомогательные цилиндрические и конические поверхности,

тени которых определяются просто. Эти поверхности касаются заданной поверхности вращения по окружностям — параллелям.

Сначала применяют вспомогательные цилиндрические поверхности, которые касаются поверхности вращения по экватору или горловине, затем применяют касательные конусы, соосные с данной поверхностью. После этого определяют теневые образующие вспомогательных поверхностей и отмечают точки их соприкосновения с соответствующими параллелями данной поверхности. Эти точки принадлежат контуру собственной тени поверхности вращения. Полученные точки тени соединяют плавной кривой.

При построении контура собственной тени прежде всего необходимо построить *характерные точки* контура — точки тени, лежащие на фронтальном и профильном очерках поверхности (точки видимости), а также высшую и низшую точки контура тени. Первые две точки определяют с помощью касательных конусов с углом наклона образующей  $45^\circ$ , а вторые две точки — с помощью конусов с углом наклона образующей  $35^\circ$ .

*Способ обратных лучей.* Способ *обратных лучей* применяется для построения *падающих теней от одного предмета на другой*. Существо этого способа заключается в следующем. Если требуется построить падающую тень от одного геометрического объекта на другой, сначала строят падающие тени от этих объектов на одну из плоскостей проекций и отмечают на ней *точку пересечения контуров падающих теней*. Она представляет собой совпавшие тени двух точек этих объектов, лежащих на одном световом луче. Затем из этой точки проводят «обратный» по направлению луч, с помощью которого определяют тень точки от одного объекта на другом. Точку, которая бросает тень на другой объект, обычно не определяют.

## Тема 12.

### ПРОЕКЦИИ С ЧИСЛОВЫМИ ОТМЕТКАМИ.

Зарождение идеи этого метода относят к средним векам. Уже тогда многие народы, пользующие картами с показаниями морских глубин, умели изображать точку при помощи ее проекции и отметки. Однако теоретическое обоснование метод получил лишь в 19 веке благодаря французскому военному инженеру – капитану Нуазе, 1823г.

Чертежи земной (топографической) поверхности и расположенных на ней инженерных сооружений из земли (топографические планы, генеральные планы населенных мест и промышленных территорий, дорожные сооружения — насыпи, вы-

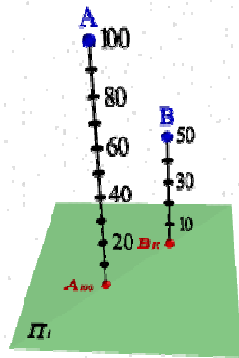


Рисунок 95 - Проекция с числовыми отметками

емки, различные гидротехнические сооружения и т. п.) выполняют в проекциях с числовыми отметками. В этих же проекциях решают и ряд инженерных задач, связанных с проектированием земляных работ, вертикальной планировкой площадок, определением границ насыпей, выемок и т. п.

В проекциях с числовыми отметками положение в пространстве любой точки изображаемого объекта определяют ее ортогональной проекцией, на горизонтальную плоскость –  $H$ , которую называют плоскостью нулевого уровня. Чтобы придать чертежу метрическую определенность, в обозначении проекции точки в виде индекса указывают ее отметку — число единиц длины, определяющих расстояние от изображаемой точки до плоскости нулевого уровня. За единицу длины в строительных чертежах обычно принимают метр. Если изображаемая точка находится ниже плоскости нулевого уровня, ее отметка будет отрицательной. Точки, принадлежащие плоскости нулевого уровня, имеют нулевую отметку.

Суть этого метода (рис. 95) состоит в том, что на плоскость  $\Pi_0$  ортогонально проецируют точку и вместе с проекцией точки задают ее расстояние до плоскости  $\Pi_0$ . Числовую отметку точки пишут внизу справа от обозначения ее изображения.

Чертеж, выполненный в проекциях с числовыми отметками, принято называть картой. Карта должна иметь обязательно численный и линейный масштаб. Карту определенным образом ориентируют в пространстве относительно стран света, поэтому на ней указывают в виде стрелки направление меридиана. Если боковая сторона рамки чертежа совпадает по направлению с меридианом, то его на чертеже не обозначают.

Если плоскость нулевого уровня расположена горизонтально, то чертеж называют планом.

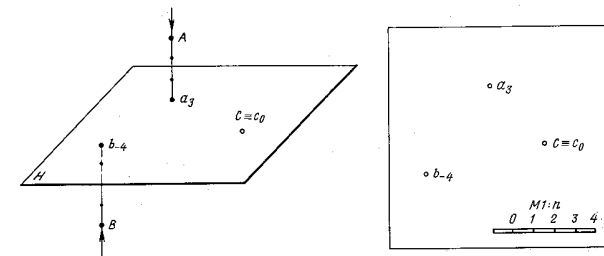


Рисунок 96 – Построение плана точек (модель и эпюр)

На рис 96 показана точка  $A$  — ее отметка 3, точка  $B$ , расположенная на 4 единицы длины ниже плоскости, и точка  $C$ , принадлежащая плоскости  $H$ .

Чертежи в проекциях с числовыми отметками построены на одной плоскости проекций – на одной картине и часто называются *однокартинными*

*Проекция прямой.* Для изображения в проекциях с числовыми отметками прямой  $AB$  (рис. 97) показывают проекции двух ее точек  $A$  и  $B$ . Длину про-

екции  $a_2b_6$  — отрезка  $AB$  —  $L$  называют *заложением прямой*. Разность расстояний до плоскости  $H$  концов отрезка  $AB$  —  $h_B$  —  $h_A$ , называют *превышением прямой*. Отношение превышения прямой к ее заложению называют *уклоном прямой*:  $l = (h_B - h_A) / L$ . Численно уклон равен  $tg \alpha$ , где  $\alpha$  угол наклона прямой к плоскости  $H$ . Уклоны выражают в виде простого отношения — 1:1, 1:1,5, 1 : 2 и т. д. или в виде процентов 5, 10 и т. д. или в виде тысячных — 5‰, 10‰ и т. д.

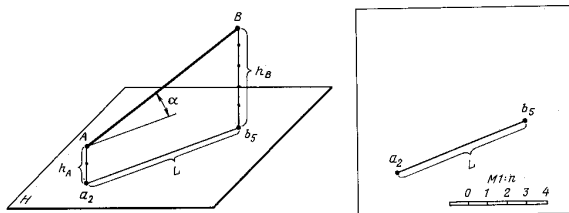
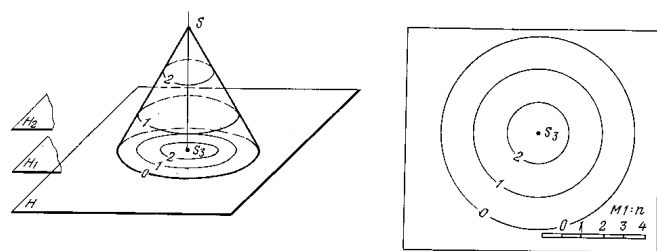
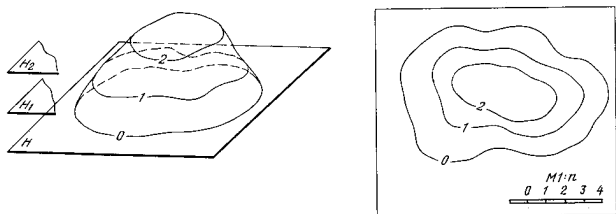


Рисунок 97 – Проекция отрезка с числовыми отметками (модель и эпюр)



а



б

Рисунок 98 – Проекция с числовыми отметками: а – кругового конуса, б – топографической поверхности

*Проекция поверхностей.* Любую поверхность в проекциях с числовыми отметками изображают проекциями горизонталей. *Горизонталью поверхности* называется множество принадлежащих поверхности точек с одинаковыми отметками. Горизонтали поверхности можно представить как

результат ее пересечения с рядом горизонтальных плоскостей  $H_1, H_2, H_3...$  (рис.98б). *Расстояние между проекциями соседних горизонталей, разница отметок которых равна единице, называется интервалом плоскости.* На рис. 98а показано изображение в проекциях с числовыми отметками прямого кругового конуса. Проекции его горизонталей — концентрические окружности, расстояние между которыми равно интервалу образующей конуса.

Очень удобно в проекциях с числовыми отметками изображать линии уровня, все точки которых имеют одинаковые отметки. Линии уровня проецируются на  $\Pi_0$  без искажения своей формы (применяется в картографии).

## ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ РАЗДЕЛА «ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА»

### 1. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПОСТРОЕНИЯ

#### Биссектриса угла. Сопряжения. Лекальные кривые.

В процессе конструирования и разработки конструкторского документа мы встречаемся с необходимостью производить определенные геометрические построения. Знание этих построений, понимание геометрических отношений элементов чертежа и умение их применять в работе является необходимым условием не только создания качественного документа, его грамотного использования, но и качественного изготовления и контроля изделия.

*Построение биссектрисы угла.* Чтобы разделить заданный угол (рис. 98 а) или дугу окружности на четное число равных частей, примем вершину этого угла за центр дуги  $AB$  (рис. 99 б) окружности радиуса  $R$ . Этим же радиусом циркуля из точек  $A$  и  $B$ , как из центров, проведем дуги окружностей в ожидаемой области их пересечения (сделаем засечку). Прямая линия, проходящая через вершину угла и точку пересечения вспомогательных дуг окружностей (через засечку), будет биссектрисой заданного угла.

Точка 2 делит дугу  $AB$  пополам. Для деления дуги  $A2$  на равные части можно провести аналогичную операцию из точек  $A$  и 2 тем же радиусом  $R$  или радиусом  $R_1$ , величина которого должна быть больше половины хорды  $A2$ . Прямая линия, проходящая через новую засечку и вершину угла, делит пополам дугу  $A2$  и ее угол.

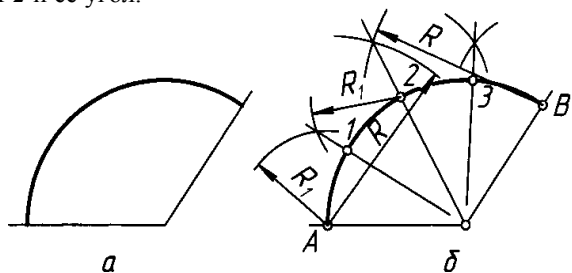


Рисунок 99 – Построение биссектрисы угла

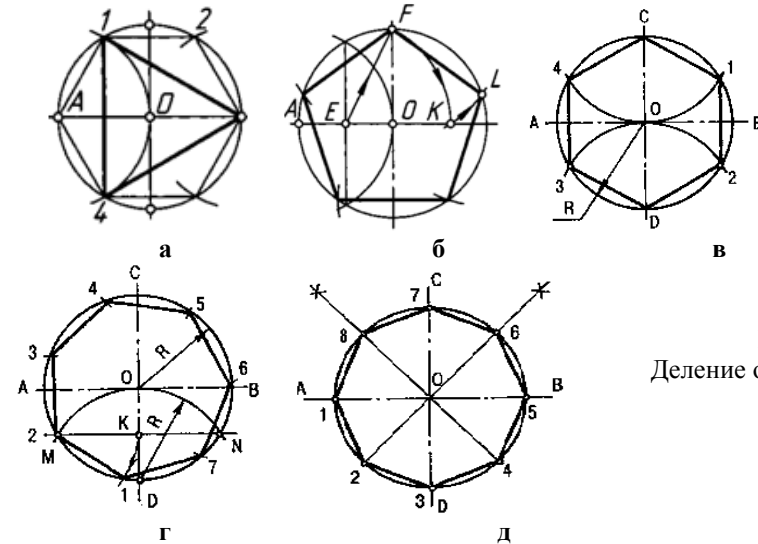
Рис. 100 иллюстрирует деление окружности на три (рис. 100а), пять (рис. 100б), шесть (рис. 100 в), семь (рис. 100г) и восемь (рис. 100д) равных части и построение вписанных в заданную окружность многоугольников.

*Сопряжения.* В чертежной практике *сопряжением* называют плавный переход одной линии (прямой или кривой) в другую — кривую или прямую. Общую точку, в которой осуществляется плавный переход, называют *точ-*

кой сопряжения. Переход будет плавным, если обе сопрягающиеся линии в точке сопряжения имеют общую касательную.

Роль плавных переходов в очертаниях различных изделий техники огромна. Их обуславливают требования прочности, гидроаэродинамики, промышленной эстетики и технологии.

Простейшие сопряжения, особо широко используемые в технике, — плавные переходы прямой линии в прямую линию, прямой линии в дугу окружности и дуги одной окружности в дугу другой.



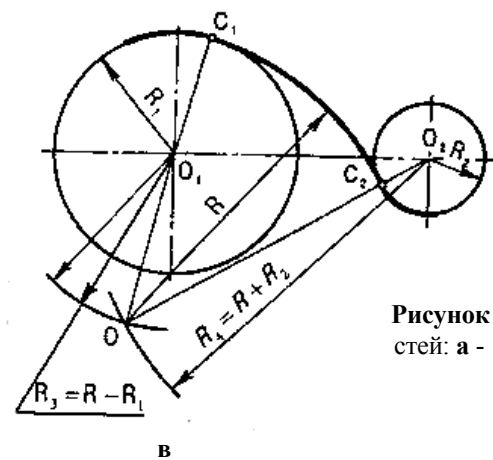
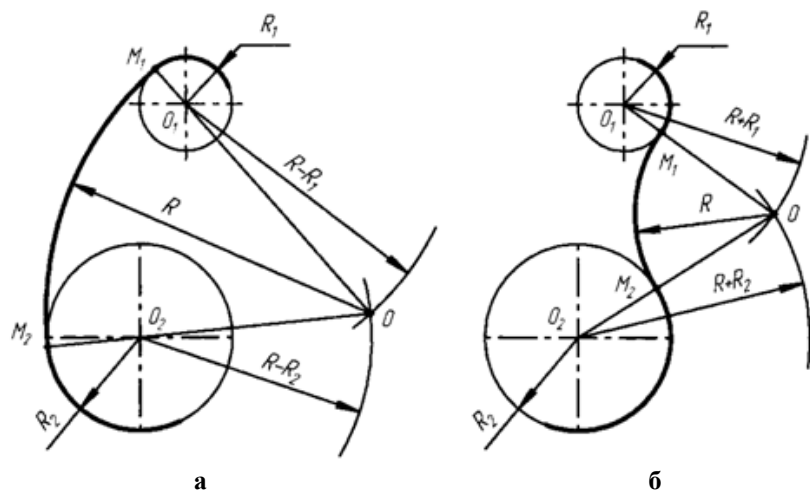
**Рисунок 100** –  
Деление окружности на  
части: **а** – три,  
**б** – пять,  
**в** – шесть,  
**г** – семь,  
**д** – восемь

На рис. 101 показан пример, при вычерчивании которого необходимо построение внутреннего, внешнего и смешанного сопряжений. При *внутреннем* сопряжении (рис. 100 а) центры  $O_2$  и  $O_1$  сопрягаемых дуг находятся внутри сопрягающей дуги радиуса  $R$ . При *внешнем* сопряжении (рис. 100б) центры  $O_2$  и  $O_1$  сопрягаемых дуг радиусов  $R_1$  и  $R_2$  находятся вне сопрягающей дуги радиуса  $R$ . Сопряжения называют *смешанным*, если один и тот же сопрягающий элемент имеет точки внешнего и внутреннего сопряжения.

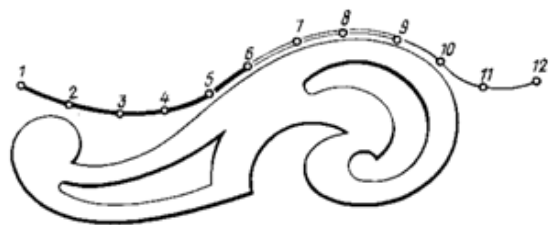
*Лекальные кривые.* При выполнении чертежей часто приходится прибегать к вычерчиванию кривых, состоящих из ряда сопряженных частей, которые невозможно провести циркулем. Такие кривые строят обычно по ряду принадлежащих им точек, которые затем соединяют плавной линией сначала от руки карандашом, а затем обводят при помощи лекал (рис. 102).

Рассматриваемые лекальные кривые располагаются в одной плоскости и называются поэтому плоскими. Чтобы начертить плавную лекальную кривую, необходимо иметь набор из нескольких лекал. Выбрав подходящее ле-

кало, надо подогнать кромку части лекала к возможно большему количеству заданных точек кривой.



**Рисунок 101** – Сопряжение двух окружностей: **а** - внешнее, **б** – внутреннее, **в** - смешанное



**Рисунок 102**

Ниже рассмотрено построение кривых, наиболее часто встречающихся в технике.

**Эллипс** (рис. 103а) — замкнутая плоская кривая, сумма расстояний каждой точки которой до двух данных точек (фокусов), лежащих на большой оси, есть величина постоянная и равная длине большой оси.

Широко применяемый в технике способ построения эллипса по большой ( $AB$ ) и малой ( $CD$ ) осям представлен на рис. 103а.

Проводят две перпендикулярные осевые линии. Затем от центра  $O$  откладывают вверх и вниз по вертикальной оси отрезки, равные длине малой полуоси, а влево и вправо по горизонтальной оси — отрезки, равные длине большой полуоси.

Из центра  $O$  радиусами  $OA$  и  $OC$  проводят две concentricкие окружности и ряд лучей-диаметров. Из точек пересечения лучей с окружностями проводят линии, параллельные осям эллипса, до взаимного пересечения в точках, принадлежащих эллипсу. Полученные точки соединяют от руки и обводят по лекалу.

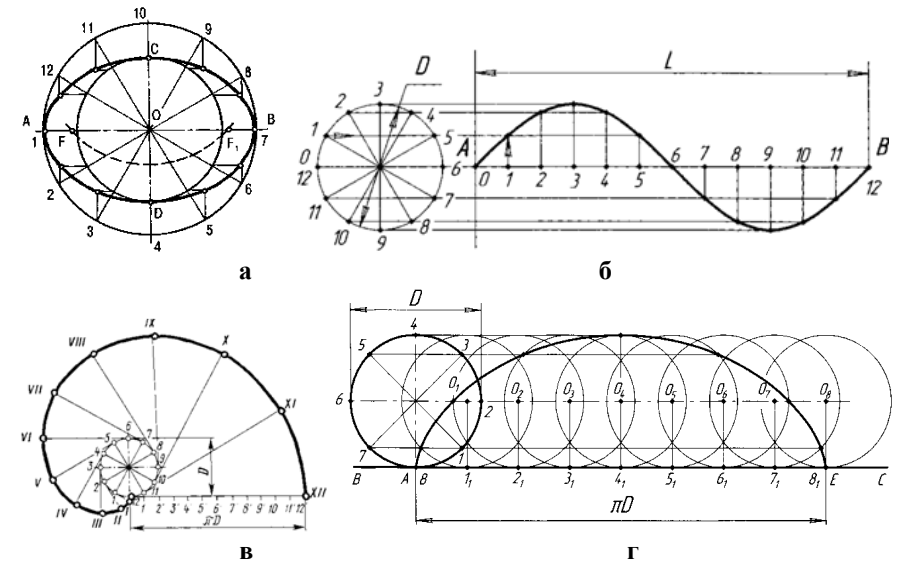


Рисунок 103

**Синусоида** — плоская кривая, изображающая изменение синуса в зависимости от изменения угла (рис. 103б).

Величина  $L$  называется длиной волны синусоиды,  $L = nD$ .

Для построения синусоиды проводят горизонтальную ось и на ней откладывают заданную длину волны  $AB=L$ . Отрезок  $AB$  делят на несколько равных частей, например на 12. Слева вычерчивают окружность диаметром  $D$  и

делят ее также на 12 равных частей. Точки деления нумеруют и через них проводят горизонтальные прямые. Из точек деления отрезка  $AB$  восстанавливают перпендикуляры к оси синусоиды и на их пересечении с горизонтальными прямыми находят точки синусоиды. Полученные точки синусоиды соединяют по лекалу кривой.

*Эвольвента окружности* — траектория любой точки прямой линии, перекатываемой без скольжения по окружности.

Для построения эвольвенты заданную окружность диаметра  $D$  делят на несколько равных частей (на рис.103в — на 12 частей), которые нумеруют. Из конечной точки ( $12$ ) проводят касательную к окружности и на ней откладывают отрезок, равный длине окружности  $\pi D$ . Длину окружности делят также на равные части. Из точек делений окружности  $1, 2, 3, \dots, 12$  проводят касательные к окружности и на них откладывают отрезки; на первой касательной — отрезок  $12\ 1'$ , на второй —  $12\ 2'$ , на третьей —  $12\ 3'$  и т. д. Соединив точки  $I$ — $XII$  по лекалу, получают эвольвенту окружности.

*Циклоида* — плоская кривая, которую описывает точка  $A$ , лежащая на окружности, которая катится без скольжения по прямой  $CB$  (рис. 103 г).

На направляющей прямой  $BC$  откладывают длину  $AE$  производящей окружности диаметра  $D$ , равную  $\pi D$ . Окружность диаметра  $D$  и отрезок  $AE$  прямой  $BC$  делят на равные части, например на 8. Из точек деления прямой  $AE$  ( $1_1, 2_1$  и т. д.) восстанавливают перпендикуляры до пересечения с продолжением горизонтальной оси окружности в точках  $O_1, O_2$  и т. д. А из точек деления окружности ( $1, 2$  и т. д.) проводят горизонтальные прямые. Из точек  $O_1, O_2$  и т. д. как из центров проводят окружности диаметра  $D$ , которые, пересекаясь с соответствующими горизонтальными прямыми, образуют точки, принадлежащие циклоиде.

## 2. ИЗОБРАЖЕНИЕ ПРЕДМЕТОВ – ВИДЫ, РАЗРЕЗЫ, СЕЧЕНИЯ

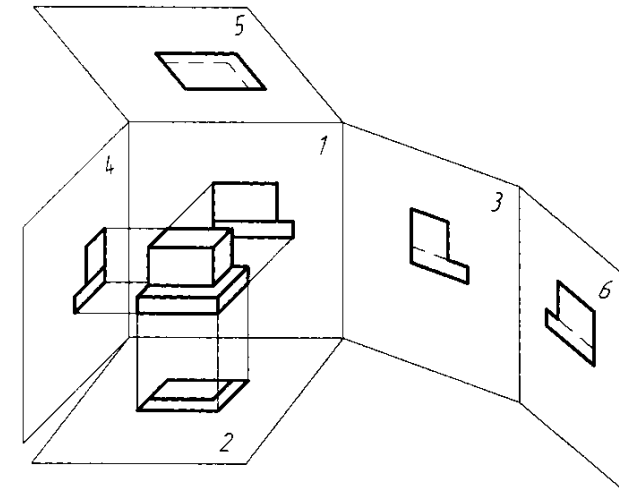
При выполнении машиностроительных чертежей пользуются правилами прямоугольного проецирования. При этом предмет предполагается расположенным между наблюдателем и соответствующей плоскостью проекций (рис. 102).

За основные плоскости проекций принимают шесть граней куба, которые совмещают с плоскостью, как показано на рис. 104.

Изображение на фронтальной плоскости проекций принимается на чертеже в качестве главного. Предмет располагают относительно фронтальной плоскости проекций так, чтобы изображение на ней давало наиболее полное представление о форме и размерах предмета. В начертательной геометрии изображения предмета на чертежах называли проекциями. В инженерной

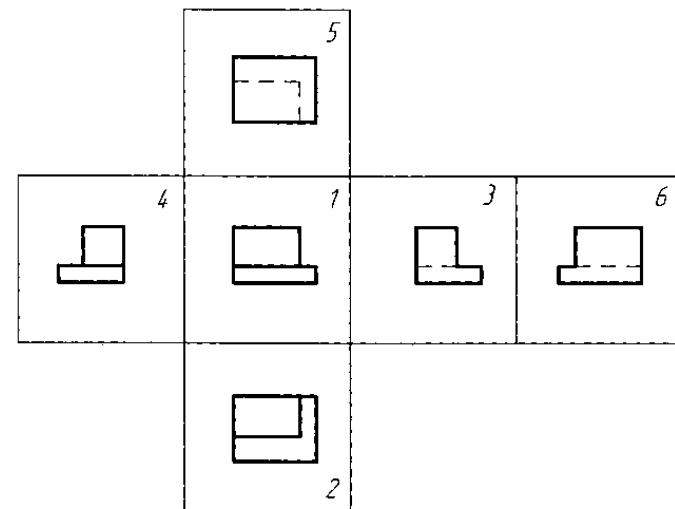
графике изображения предметов в ортогональных проекциях в зависимости от их содержания разделяются на виды, разрезы и сечения.

В целях уменьшения количества изображений допускается показывать на них штриховыми линиями невидимые контуры предмета (рис. 105).



**Рисунок 104** – Модель тела помещенного в плоскостях проекций

Правила выполнения изображений — видов, разрезов, сечений на чертеже устанавливает ГОСТ 2.305—68.



**Рисунок 105** – Основные плоскости проекций

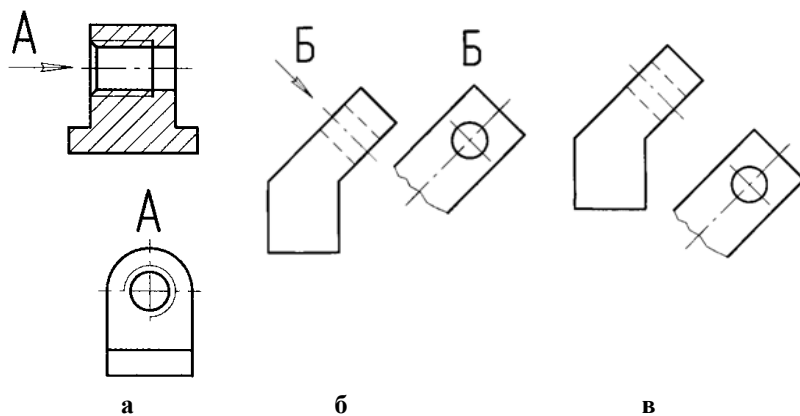
*Вид* — изображение обращенной к наблюдателю видимой части поверхности предмета.

Устанавливаются следующие названия видов, получаемых на основных плоскостях проекций (рис. 105):

- 1 — вид спереди (главный вид);
- 2 — вид сверху;
- 3 — вид слева;
- 4 — вид справа;
- 5 — вид снизу;
- 6 — вид сзади.

Все виды на чертеже должны по возможности располагаться в проекционной связи, что облегчает чтение чертежа. В этом случае на чертеже не наносятся какие-либо надписи, разъясняющие наименование видов.

Если виды не находятся в непосредственной проекционной связи с главным изображением (видом или разрезом, изображенным на фронтальной плоскости проекций), то направление проецирования должно быть указано стрелкой около соответствующего изображения. Над стрелкой и над полученным изображением (видом) следует нанести одну и ту же прописную букву (рис. 106 а).



**Рисунок 106**

*Главный вид* и другие *основные виды* должны быть рационально расположены на поле чертежа с учетом нанесения размеров и размещения текстовых надписей.

Если какую-либо часть предмета невозможно показать на перечисленных видах без искажения формы и размеров, то применяют *дополнительные виды*, получаемые проецированием на плоскостях, не параллельных основным плоскостям проекций.

Дополнительный вид должен быть отмечен на чертеже прописной буквой, а у связанного с дополнительным видом изображения предмета должна быть поставлена стрелка, указывающая направление взгляда, с соответствующим буквенным обозначением (рис. 106 б). Когда дополнительный вид расположен в непосредственной проекционной связи с соответствующим изображением, стрелку и изображение вида не наносят (рис. 106 в).

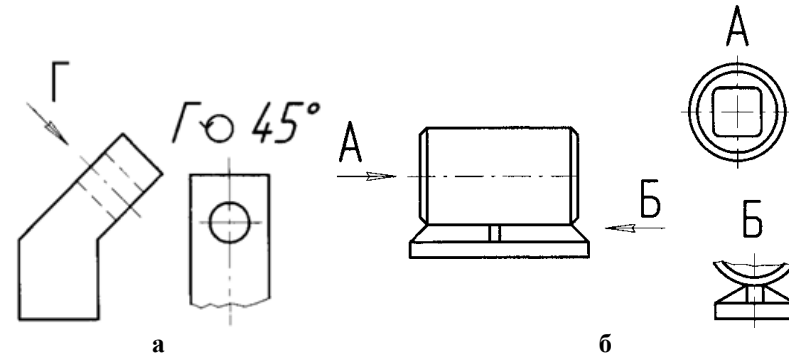



Рисунок 107

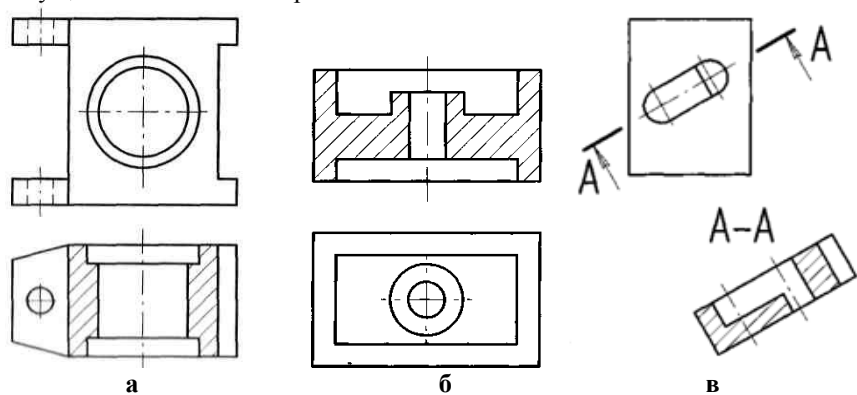
Дополнительный вид допускается поворачивать, но с сохранением, как правило, положения, принятого для данного предмета на главном изображении, при этом обозначение вида должно быть дополнено условным графическим знаком «» — повернуто. Знак «повернуто» вычерчивается тонкой сплошной линией в виде окружности минимальным диаметром 5 мм (рис. 107а).

Изображение отдельного, ограниченного места поверхности предмета называется *местным видом*.

Местный вид может быть ограничен линией обрыва, по возможности в наименьшем размере (вид Б, рис. 107б), или не ограничен (вид А, рис. 107б). Местный вид должен быть отмечен на чертеже подобно дополнительному виду.

*Разрез.* Если деталь полая или имеет внутреннее устройство в виде отверстий, углублений и т. п., на видах невидимые контуры изображают штриховыми линиями. При сложной внутренней конфигурации детали большое количество штриховых линий затрудняет чтение чертежа и нередко ведет к неточному представлению о форме детали. Этого можно избежать, применяя условные изображения — *разрезы*. При разрезе внутренние линии контура, изображавшиеся на чертеже штриховыми линиями, становятся видимыми и изображаются сплошными основными линиями.

*Разрез* — изображение предмета, мысленно рассеченного одной или несколькими плоскостями, при этом мысленное рассечение предмета относится только к данному разрезу и не влечет за собой изменения других изображений того же предмета. На разрезе показывается то, что получается в секущей плоскости и что расположено за ней.



**Рисунок 108**

Разрезы разделяются в зависимости от положения секущей плоскости относительно горизонтальной плоскости проекций на:

*горизонтальные* — секущая плоскость параллельна горизонтальной плоскости проекций (рис. 108а);

*вертикальные* — секущая плоскость перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций (рис. 108б);

*наклонные* — секущая плоскость составляет с горизонтальной плоскостью проекций угол, отличный от прямого (рис. 108в).

В зависимости, от числа секущих плоскостей разрезы разделяются на:

*простые* — при одной секущей плоскости (рис. 108);

*сложные* — при нескольких секущих плоскостях.

Сложные разрезы бывают *ступенчатыми*, если секущие плоскости параллельны (рис. 109а), и *ломаными*, если секущие плоскости пересекаются (рис. 109б).

Положение секущей плоскости указывают на чертеже линией сечения. Для линии сечения должна применяться разомкнутая линия. При сложном разрезе штрихи проводят также у мест пересечения секущих плоскостей между собой. На начальном и конечном штрихах следует ставить стрелки, указывающие направление взгляда.

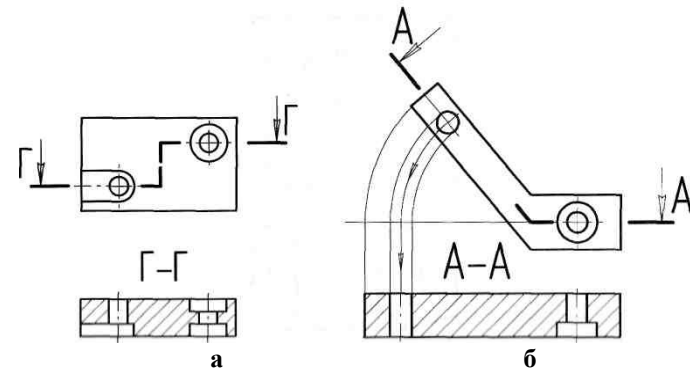


Рисунок 109

Начальный и конечный штрихи не должны пересекать контур изображения. У начала и конца линии сечения ставят одну и ту же прописную букву русского алфавита. Буквы наносят около стрелок, указывающих направление взгляда. Разрез должен быть отмечен надписью по типу «А—А» (всегда двумя буквами через тире). Когда секущая плоскость совпадает с плоскостью симметрии предмета в целом, а соответствующие изображения расположены на одном и том же листе в непосредственной проекционной связи и не разделены какими-либо другими изображениями, для горизонтальных, фронтальных и профильных разрезов не отмечают положение секущей плоскости, и разрез надписью не сопровождают (рис. 108 а, б). Горизонтальные, фронтальные и профильные разрезы могут быть расположены на месте соответствующих основных видов. Вертикальный разрез, когда секущая плоскость не параллельна фронтальной или профильной плоскостям проекций, а также наклонный разрез должны строиться и располагаться в соответствии с направлением, указанным стрелками на линии сечения. Допускается располагать такие разрезы в любом месте чертежа (рис. 110а), а также с поворотом до положения, соответствующего принятому для данного предмета на главном изображении. В последнем случае к надписи должен быть добавлен графический знак «повернуто» (рис. 110б).

При выполнении ступенчатого разреза секущие плоскости совмещают в одну плоскость, и ступенчатый разрез оформляется как простой. Линии, разделяющие два сечения друг от друга в местах перегибов на ступенчатом разрезе, не указываются.

При ломаных разрезах секущие плоскости условно поворачивают около линии пересечения секущих плоскостей до совмещения в одну плоскость, параллельную какой-либо из основных плоскостей проекций.

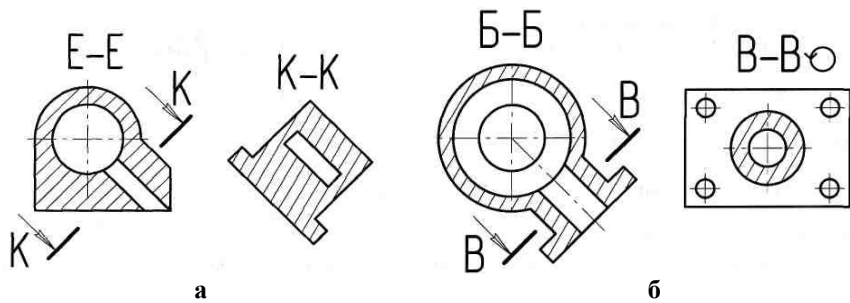


Рисунок 110

На рис. 111 б показаны линии построения ломаного разреза; эти построения на чертеже не показывают. Ломаный разрез размещается на месте соответствующего вида. При этом направление поворота может и не совпадать с направлением взгляда (рис. 111а).

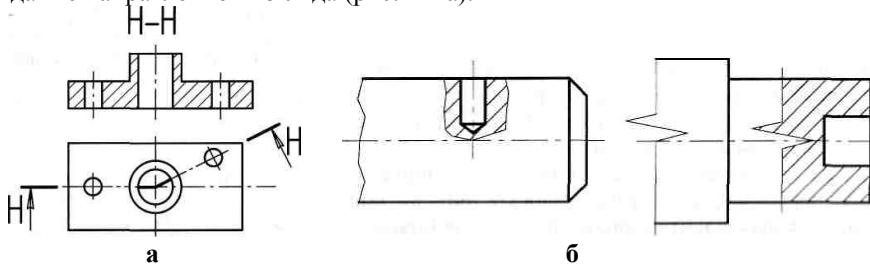


Рисунок 111

Разрез, служащий для выяснения устройства предмета лишь в отдельном, ограниченном месте, называется *местным*.

Местный разрез выделяется на виде сплошной волнистой линией или сплошной тонкой линией с изломом (рис. 111 б). Эти линии не должны совпадать с какими-либо другими линиями изображения.

Часть вида и часть разреза симметричной детали допускается соединять, разделяя их осью симметрии (рис. 112а).

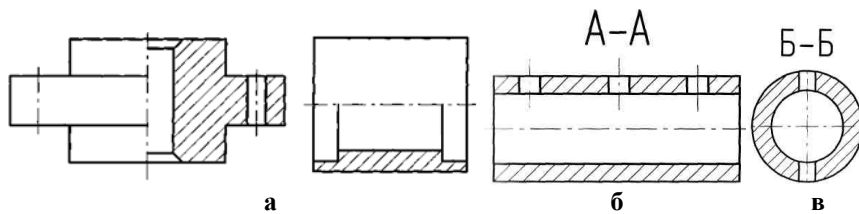
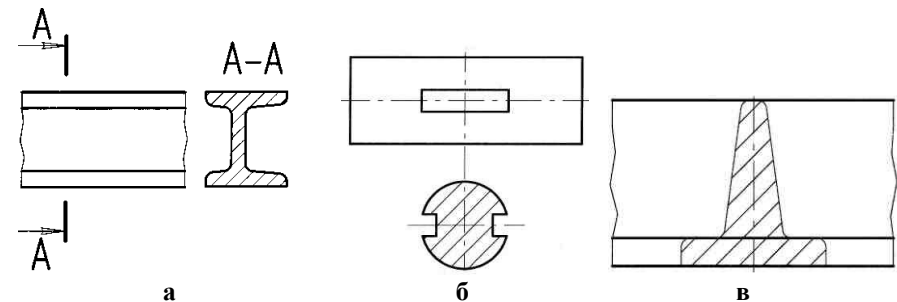


Рисунок 112

Разрезы называются *продольными*, если секущие плоскости направлены вдоль длины или высоты предмета (рис.112 а, б), и *поперечными*, если секущие плоскости направлены перпендикулярно длине или высоте предмета (рис. 112 в).

*Сечение* — изображение фигуры, получающейся при мысленном рассечении предмета одной или несколькими плоскостями. На сечении показывается только то, что получается непосредственно в секущей плоскости.

Сечения, не входящие в состав разреза, разделяют на *вынесенные* (рис. 113а, б) и *наложенные* (рис.113в).



**Рисунок 113**

Вынесенные сечения являются предпочтительными и их допускается располагать в разрыве между частями одного и того же вида (рис. 114 а).

Контур вынесенного сечения, а также сечения, входящего в состав разреза, изображают сплошными основными линиями (рис. 114 а), а контур наложенного сечения — сплошными тонкими линиями, причем контур изображения в месте расположения наложенного сечения не прерывают (рис. 114в).

Ось симметрии вынесенного или наложенного сечения (рис.113 б) указывают штрих-пунктирной тонкой линией без обозначения буквами и стрелками и линию сечения не проводят.

В случаях, подобных указанному на рис. 114а, при симметричной фигуре сечения линию сечения не проводят.

Во всех остальных случаях для линии сечения применяют разомкнутую линию с указанием стрелками направления взгляда и обозначают ее одинаковыми прописными буквами русского алфавита. Сечение сопровождают надписью по типу «А—А» (рис. 115 а).

Для несимметричных сечений, расположенных в разрыве (рис. 114 б) и наложенных (рис. 114 в), линию сечения проводят со стрелками, но буквами не обозначают. Сечение по построению и расположению должно соответствовать направлению, указанному стрелками.

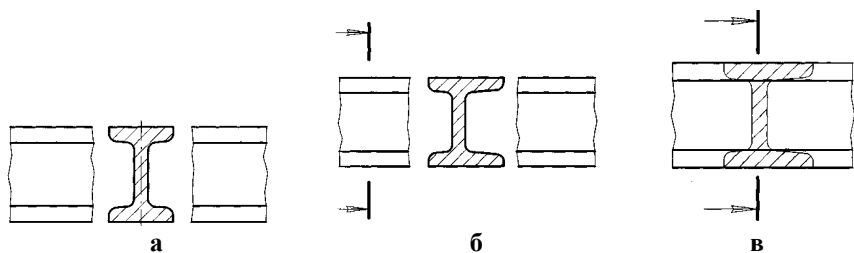


Рисунок 114

Допускается располагать сечение на любом месте поля чертежа, а также с поворотом, с добавлением графического знака «повернуто».

Если секущая плоскость проходит через ось поверхности вращения, ограничивающей отверстие или углубление, то контур отверстия или углубления в сечении показывают полностью (рис. 115а).

Если сечение получается состоящим из отдельных самостоятельных частей, то следует применять разрезы (рис.115б).

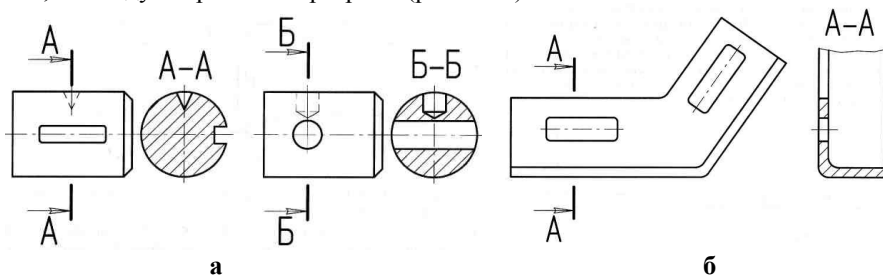


Рисунок 115

### 3. ЭСКИЗЫ ДЕТАЛЕЙ

#### Требования, предъявляемые к эскизам

Эскизом называется конструкторский документ, выполненный от руки, без применения чертежных инструментов, без точного соблюдения масштаба, но с обязательным соблюдением пропорций элементов деталей. Эскиз является временным чертежом и предназначен для разового использования.

Эскиз должен быть оформлен аккуратно с соблюдением проекционных связей и всех правил и условностей, установленных стандартами ЕСКД.

Эскиз может служить документом для изготовления детали или для выполнения ее рабочего чертежа. Эскиз детали должен содержать все сведения о ее форме, размерах, шероховатости поверхностей, материале. На эскизе помещают и другие сведения, оформляемые в виде графического или текстового материала (технические требования и т. п.).

Выполнение эскизов (эскизирование) производится на листах любой бумаги стандартного формата. В учебных условиях рекомендуется применять писчую бумагу в клетку или миллиметровку формата А3.

Процесс эскизирования можно условно разбить на отдельные этапы. На рис. 2 показано поэтапное эскизирование детали «опора».

#### *I. Ознакомление с деталью*

При ознакомлении определяется форма детали (рис.116 а, б) и ее основных элементов, на которые мысленно можно расчленить деталь. По возможности выясняется назначение детали и составляется общее представление о материале, обработке и шероховатости отдельных поверхностей, о технологии изготовления детали, о ее покрытиях и т. п.

#### *II. Выбор главного вида и других необходимых изображений*

Главный вид следует выбирать так, чтобы он давал наиболее полное представление о форме и размерах детали, а также облегчал пользование эскизом при ее изготовлении.

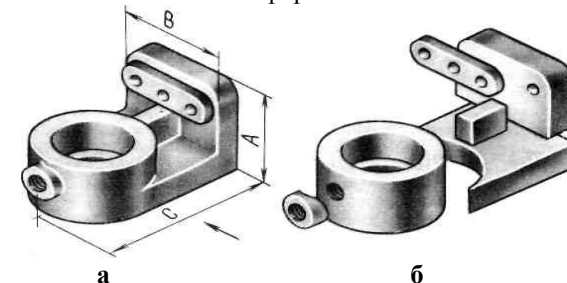
Изображения деталей на чертежах располагают так, чтобы на главном виде ось детали была параллельна основной надписи. Такое расположение главного вида облегчит пользование чертежом при изготовлении по нему детали.

По возможности следует ограничить количество линий невидимого контура, которые снижают наглядность изображений, поэтому следует уделять особое внимание применению разрезов и сечений.

Необходимые изображения следует выбирать и выполнять в соответствии с правилами и рекомендациями ГОСТ 2.305—68.

#### *III. Выбор формата листа*

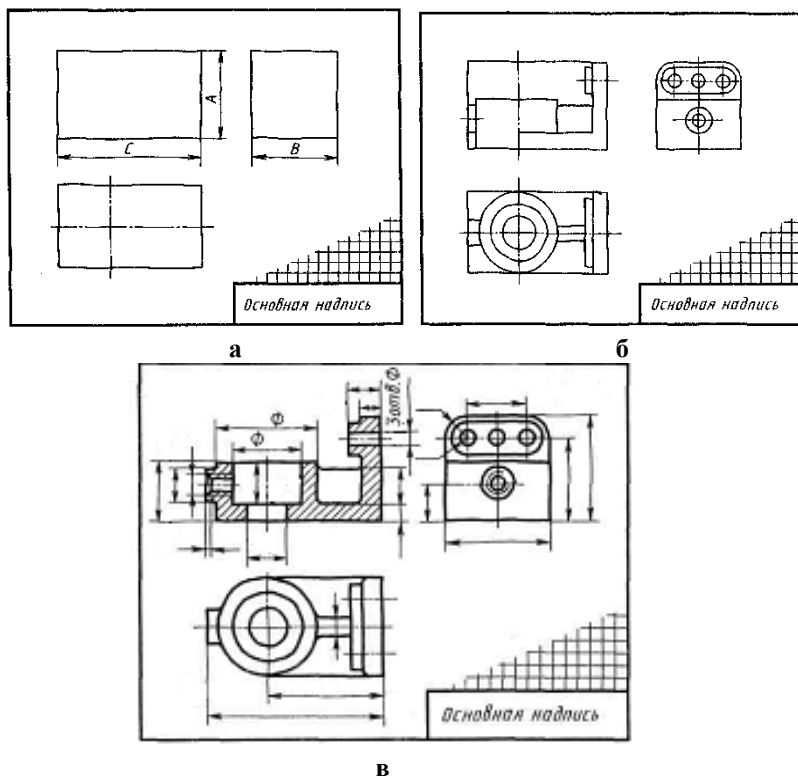
Формат листа выбирается по ГОСТ 2.301—68 с таким учетом, чтобы величина и пропорции изображений позволяли четко отразить все элементы и нанести необходимые размеры и условные обозначения, а все изображения и надписи занимали не менее 80 % формата.



**Рисунок 116** – Принцип ознакомления с формой детали

#### *IV. Подготовка листа*

Вначале следует ограничить формат рамкой и нанести контур рамки основной надписи.



**Рисунок 117** - Этапы эскизирования детали

*V. Компоновка изображений на листе*

Выбрав глазомерный масштаб изображений, устанавливают на глаз соотношение габаритных размеров детали. После этого на эскизе наносят тонкими линиями прямоугольники с габаритными размерами детали. Прямоугольники располагают так, чтобы расстояния между ними и краями рамки были достаточными для нанесения размерных линий и условных знаков, а также для размещения технических требований (рис. 117а).

*VI. Нанесение изображений элементов детали*

Внутри полученных прямоугольников наносят тонкими линиями изображения элементов детали. При этом необходимо соблюдать пропорции их размеров и обеспечивать проекционную связь всех изображений, проводя соответствующие осевые и центровые линии (рис. 117б).

*VII. Оформление видов, разрезов и сечений*

Далее на всех видах уточняют подробности, не учтенные при выполнении этапа VI (например, скругления, фаски). В соответствии с ГОСТ 2.305—68

оформляют разрезы и сечения, затем наносят графическое обозначение материала (штриховка сечений) по ГОСТ 2.306—68 и производят обводку изображений соответствующими линиями по ГОСТ 2.303—68 (рис. 117в).

*VIII. Нанесение размерных линий и условных знаков*

Размерные линии и условные знаки, определяющие характер поверхности (диаметр, радиус, квадрат, конусность, уклон, тип резьбы и т. п.), наносят по ГОСТ 2.307—68 (рис. 117в).

*IX. Нанесение размерных чисел*

При помощи измерительных инструментов определяют размеры элементов и наносят размерные числа на эскизе. Если у детали имеется резьба, то необходимо определить ее параметры и указать на эскизе соответствующее обозначение резьбы.

*X. Окончательное оформление эскиза*

При окончательном оформлении заполняется основная надпись. В случае необходимости приводятся сведения о предельных отклонениях размеров, формы и расположения поверхностей; составляются технические требования и выполняются пояснительные надписи.

Выполняя эскиз детали с натуры, следует критически относиться к форме и расположению отдельных ее элементов. Так, например, дефекты литья (неравномерность толщин стенок, смещение центров отверстий, неровные края, асимметрия частей детали, необоснованные приливы и т. п.) не должны отражаться на эскизе. Стандартизованные элементы детали (проточки, фаски, глубина сверления под резьбу, скругления и т. п.) должны иметь оформление и размеры, предусмотренные соответствующими стандартами.



#### 4. ДЕТАЛИРОВАНИЕ

##### Чтение и детализирование сборочных чертежей

Прочитать сборочный чертеж — значит, представить устройство и принцип работы изображенного на нем устройства.

Чтение сборочных чертежей осуществляют при подготовке производства и сборке изделия. В учебной практике чтение сборочного чертежа развивает умение мысленно представить устройство изделия и форму его составных частей. При чтении сборочных чертежей студенты по основной надписи, спецификации и чертежу определяют:

- наименование изделия и его составных частей;
- какие виды, разрезы и сечения даны на чертеже;
- назначение, устройство и принцип действия изображенного изделия;
- взаимное расположение и размеры деталей;
- взаимодействие составных частей, способы их соединения, порядок сборки и разборки;
- по номерам позиций, имеющимся на чертеже и в спецификации, отыскивают на чертеже изображение каждой детали, выявляя их формы;
- намечают для каждой детали число изображений на чертеже (оно должно быть минимальным) и масштаб изображения.

Особое внимание уделяют выбору главных изображений, которые должны давать наиболее полные представления о формах деталей и их размерах. Детали, ограниченные соосными поверхностями вращения, изображают так, чтобы их оси располагались относительно основной надписи горизонтально. Детали, изготавливаемые литьем, обычно изображают так, чтобы их основные базовые плоскости получали бы на чертеже горизонтальное положение.

При чтении чертежа надо учитывать проекционную связь изображений, а также и то, что на всех изображениях в разрезах одна и та же деталь заштриховывается в одном направлении и с равными интервалами между линиями штриховки, смежные детали — в различных направлениях.

Необходимо помнить, что по сборочному чертежу не изготавливают детали, поэтому при выполнении чертежа на нем допускаются упрощенные изображения деталей. Например, не показывают мелкие фаски, скругления, проточки, углубления, выступы, рифления и т. п.

Выполнение рабочих чертежей деталей по сборочным чертежам называется *детализацией*.

При выполнении этой работы студенты должны учитывать все требования и применять все положения стандартов ЕСКД в части изложения правил выполнения рабочих чертежей деталей.

В производственных условиях при детализации сборочных чертежей на рабочем чертеже детали нужно иметь не только изображение детали, но и

все данные для ее изготовления и контроля, т. е. обозначение шероховатости поверхностей, марку материала, предельные отклонения размеров и пр.

### **Требования, предъявляемые к чертежам деталей**

Рабочий чертёж детали — конструкторский документ, содержащий изображение детали и другие данные, необходимые для ее изготовления и контроля.

Рабочие чертежи деталей разрабатываются по чертежам общего вида проектной документации. Если в проектной документации чертёж общего вида изделия отсутствует, то чертежи деталей разрабатываются по сборочным чертежам изделий (рис. 119, 120).

В учебных условиях такая разработка проводится по учебным сборочным чертежам или эскизам деталей с натуры.

Чертёж детали должен содержать минимальное, но достаточное для представления формы детали количество изображений видов, разрезов и сечений, выполненных с применением условностей и упрощений по стандартам ЕСКД.

На чертеже должна быть обозначена шероховатость поверхностей детали и нанесены геометрически полно и технологически правильно все необходимые размеры.

Технические требования на чертеже помещают над основной надписью и они должны отражать текстовую информацию об изготовлении детали, не указанную графически, а также предельные отклонения размеров, геометрических форм и расположений поверхностей, сведения о материале.

На рабочих чертежах деталей, подвергаемых покрытию, указывают размеры и шероховатость поверхности до покрытия.

На каждую деталь выполняют отдельный чертёж. На каждом чертеже помещают основную надпись в соответствии с требованиями ГОСТ 2.104—68 и заполняют ее графы. Массу изделия указывают в килограммах без указания единицы измерения. В основной надписи чертежа наименование изделия должно соответствовать принятой терминологии и быть по возможности кратким. Наименование изделия записывают в именительном падеже единственного числа. В наименовании, состоящем из нескольких слов, на первом месте помещают имя существительное, например: «Колесо зубчатое».

В основной надписи чертежа детали указывают не более одного вида материала. Если для изготовления детали предусматривается использование заменителей материала, то их указывают в технических требованиях чертежа.

На чертеже должен быть указан способ нанесения надписей и знаков (гравирование, штемпелевание, чеканка и т. п.), покрытие всех поверхностей.

Если форма и размеры всех элементов определены на чертеже готовой детали, развертку (изображение и ее длину) не приводят.

Детали из прозрачного материала изображают как непрозрачные.

Пример оформления рабочего чертежа детали изображен на рис. 121.

В отличие от эскиза *рабочий чертеж детали* выполняют чертежными инструментами и в определенном масштабе. Такой чертеж, оформленный подлинными подписями лиц, участвующих в работе над чертежом, называется *подлинником*. С подлинника различными способами снимают копии — *дубликаты*. Дубликаты размножают и получают копии, необходимые для серийного и массового изготовления деталей.

Процесс выполнения чертежа детали состоит из некоторых этапов, которые имеют место и при эскизировании:

1. Ознакомление с формой и размерами детали.
2. Выбор главного вида и количества изображений.
3. Выбор формата листа и масштаба чертежа детали.
4. Компонка изображений на листе.
5. Нанесение условных знаков.
6. Нанесение размеров.
7. Оформление технических условий и заполнение граф основной надписи.

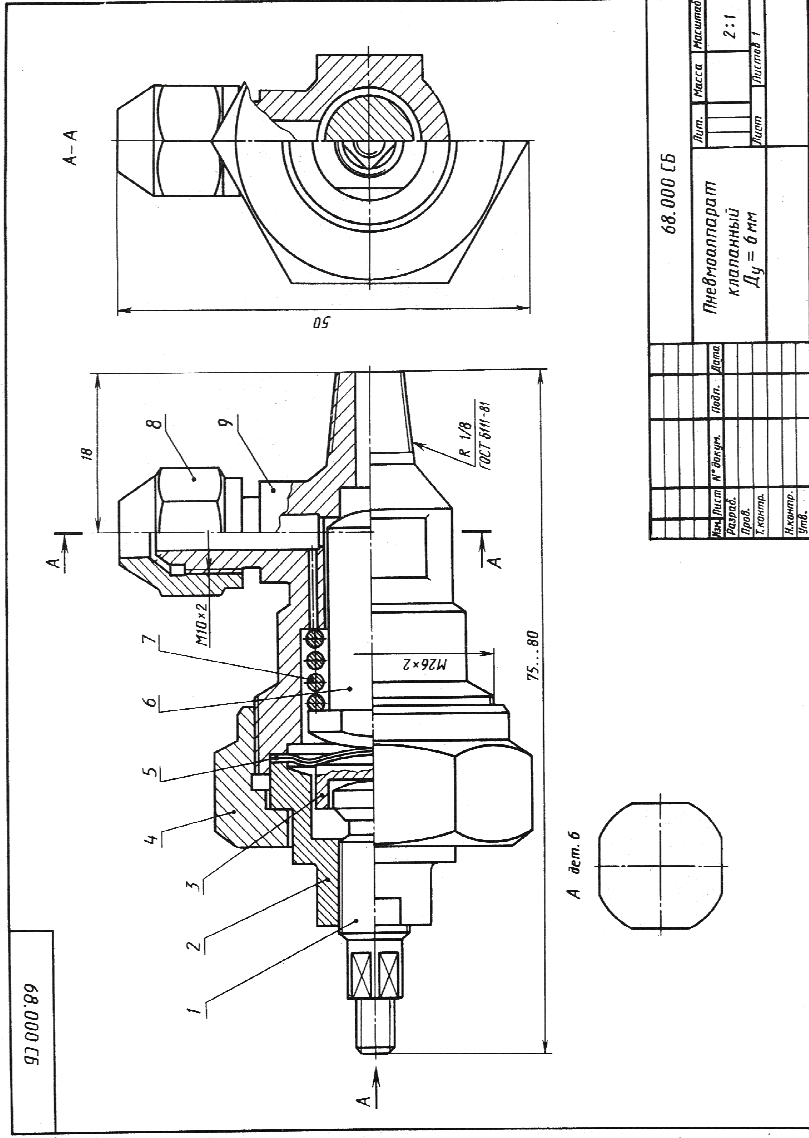
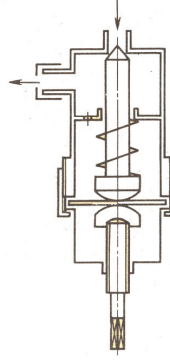


Рисунок 119 – Задание к детализованному чертежу (сборочный чертеж)

ПНЕВМОАППАРАТ КЛАПАННЫЙ

Клапанное устройство применяется для перекрытия воздушных линий с рабочим давлением до 1,568 МПа.

Для открытия воздушной линии вывертывается шпindelь 1 до упора. При этом клапан 6 под давлением воздуха и пружины 7 открывает проходное отверстие в корпусе 9.



Задание

1. Выполните рабочие чертежи деталей 1, 4, 6, 7, 8, 9.
2. Постройте аксонометрическую проекцию детали 9 или клапанного устройства в собранном виде с разрезом.
3. Определите о порядке сборки и разборки клапанного устройства.
4. Расскажите о порядке сборки и разборки клапанного устройства.
5. Как изображается на чертеже местный вид?
6. Для чего служит деталь 6?
7. Дайте определение детали по ГОСТ 2.101—68.
8. Что называется чертежом детали?
9. Какие детали в продольных разрезах показываются нерасчлененными?

Формат	Зона	Пов.	Обозначение	Наименование	Кол.	Примечание
A3			68.000 СБ	Документация		
A4			68.000 ТО	Сборочный чертёж		
				Техническое описание		
				Детали		
		1	68.001	Шпindelь	1	Ст3
		2	68.002	Втулка	1	Л62
		3	68.003	Тарелка	1	Ст3
		4	68.004	Гайка	1	Ст3
		5	68.005	Мембрана	2	Сталь 12Х
		6	68.006	Клапан	1	Сталь 40
		7	68.007	Пружина	1	Сталь 65Г
		8	68.008	Гайка	1	Л62
		9	68.009	Корпус	1	Л62

Рекомендуемая литература

- Вялков Г.П. Машиностроительное черчение. М.: Машиностроение, 1983.  
 Единая система конструкторской документации. Изображения — виды, разрезы, сечения. ГОСТ 2.305—68.  
 Единая система конструкторской документации. Нанесение размеров и предельных отклонений. ГОСТ 2.307—68.

Рисунок 120 – Спецификация к сборочному чертежу



### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Государственные стандарты единой системы конструкторской документации.
2. А.М. Бродский Инженерная графика (металлообработка) / А.М. Бродский. – 2-е изд., стер. – М.: «Академия», 2004. – 400 с.
3. Ю.И. Короев Начертательная геометрия: учеб. / Ю.И. Короев. - 3-е изд., стер. – М.: КНОРУС, 2011. – 432 с.
4. В.П. Куликов, А.В. Кузин, В.М. Демин. Инженерная графика / В.П. Куликов, А.В. Кузин, В.М. Демин, – 2-е изд., испр. и доп. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2007. – 368 с.
5. П.Г. Талалай. Начертательная геометрия на примерах. – СПб.: БЧВ-Петербург, 2011. – 288 с.: ил.
6. А.А. Чекмарев. Начертательная геометрия и черчение: учеб. для вузов / А.А. Чекмарев. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Юрайт; ИД Юрайт, 2011. – 471 с.

### ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ:

1. Метод начертательной геометрии.
2. Виды аксонометрических проекций.
3. Плоские сечения конуса.
4. Тени.
5. Способы построения теней.
6. Кривые линии и их классификация.
7. Развертки поверхностей.
8. Способ замены плоскостей проекций.
9. Способ вращения.
10. Основные свойства параллельного проецирования.
11. Плоские сечения многогранников.
12. Точка и прямая в плоскости.
13. Прямая, пересекающая поверхность.
14. Прямые частного положения.
15. Перспектива.
16. Главные линии плоскости.
17. Взаимное положение прямых.
18. Способы построения перспективы.
19. Способы задания плоскости.
20. Связь между координатой точки и ее проекцией.
21. Виды проецирования.
22. Проекция с числовыми отметками.
23. Точка встречи прямой с плоскостью.
24. Построение линии пересечения плоскостей.
25. Определение натуральной величины плоской фигуры.

26. Определение проекций плоской фигуры по ее совмещенному положению.
27. Построение проекций плоских фигур.
28. Построение сечений многогранников и кривых поверхностей.
29. Построение точек пересечения прямой с поверхностью.
30. Построение разверток поверхностей.
31. Построение поверхностей в изометрии и диметрии.
32. Поверхности вращения.
33. Определение эскиза детали.
34. Разновидности изображений, выполняемых на чертежах.
35. Изображение и обозначение резьбы метрической на стержне и в от-верстии.
36. Определение сборочного чертежа и правила его выполнения.
38. Что такое разрез? Разновидности разреза.
39. Применение проекций с числовыми отметками.
40. Правила нанесения размеров на чертежах.
41. Определение чертежа детали и его предназначение.
42. Когда применяют соединение половины вида и половины разреза?
43. Требования, предъявляемые к сборочным чертежам.
44. Элементы перспективы.
45. Тени геометрических тел.
46. Дать определение видов изделий: детали, сборочной единицы.
47. Типы линий, применяемых на чертежах.
48. Разрезы, их разновидности.
49. Каково назначение спецификации?
50. Определение сборочного чертежа и его назначение.

	Стр.
<b>Предисловие</b> .....	3
<b>Обозначения и символы</b> .....	4
<b>Основные положения раздела «Начертательная геометрия»</b> .....	5
<b>Введение</b> .....	5
<b>Тема 1.</b> Предмет и метод начертательной геометрии. Метод проекций. Виды проецирования. Свойства ортогонального проецирования. Пространственная модель координатных плоскостей проекций. Эпюр Монжа.....	6
<b>Тема 2.</b> Чертежи точек. Чертежи отрезков прямых линий. Определение длины отрезка прямой, следы прямой линии.....	10
<b>Тема 3.</b> Взаимные положения прямых. Проекция плоского угла	16
<b>Тема 4.</b> Плоскость. Прямые и точки в плоскости, взаимное положение двух плоскостей. Позиционные задачи. Метрические свойства прямоугольных проекций.....	19
<b>Тема 5.</b> Способы преобразования проекций. Способ замены плоскостей проекций. Способ вращения. Способ плоскопараллельного перемещения.....	32
<b>Тема 6.</b> Многогранные поверхности. Общие сведения. Пересечение многогранника плоскостью и прямой линией. ....	39
<b>Тема 7.</b> Кривые линии. Основные понятия и определения. Кривые поверхности. Построение касательной к кривой поверхности. Пересечение кривых поверхностей плоскостью и прямой линией.....	45
<b>Тема 8.</b> Развертки. Построение разверток многогранных поверхностей и тел вращения.....	62
<b>Тема 9.</b> Аксонометрические проекции.....	68
<b>Тема 10.</b> Перспектива. Геометрические основы перспективы. Элементы построения перспективы. Способы построения перспективы.....	74
<b>Тема 11.</b> Тени в ортогональных проекциях. Направление световых лучей. Тени геометрических тел. Способы построения теней. ....	81
<b>Тема 12.</b> Проекция с числовыми отметками.....	85
<b>Основные положения раздела инженерная графика</b> .....	89
1. Геометрические построения.....	89
2. Изображение предметов – виды, разрезы, сечения.....	93
3. Эскизы деталей.....	101
4. Деталирование.....	106
<b>Библиографический список</b> .....	112
<b>Вопросы к зачету</b> .....	112

Составители: Татьяна Витальевна Семенова,  
Елена Владимировна Петрова

# **НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА**

Курс лекций

Редактор            Н.К. Крупина

Подписано в печать 18 мая 2012 года

Формат 60×84 1/16. Объем 8,0 уч.-изд.д., 9,5 усл. печ. л.

Тираж 100 экз. Изд. № 58 Заказ №.538

Отпечатано в издательстве НГАУ  
630039, Новосибирск, ул. Добролюбова, 160