

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНЖЕНЕРНЫЙ ИНСТИТУТ

**ЭЛЕМЕНТЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ
И ВОЛНОВОЙ ОПТИКИ**

Учебное пособие

Новосибирск 2013

УДК 535.1/5 (075)
ББК 22.343.4, я 73
Э 456

Кафедра теоретической и прикладной физики

Составители: канд. техн. наук, доц. *В. Я. Чечуев*;
канд. техн. наук, доц. *С. В. Викулов*;
доц. *И. М. Дзю*

Рецензенты: д-р физ.-мат. наук, проф. *М. П. Синюков* (НГАВТ);
канд. физ.-мат. наук, доц. *В. И. Сигимов* (НГАВТ)

Элементы геометрической и волновой оптики: учеб. пособие / Новосибир. гос. аграр. ун-т. Инженер. ин-т; сост.: В. Я. Чечуев, С. В. Викулов, И. М. Дзю. — Новосибирск: Изд-во НГАУ, 2013. — 130 с.

Учебное пособие содержит изучаемый в курсе общей физики материал по геометрической и волновой оптике.

Предназначено для студентов всех форм обучения и направлений подготовки, реализуемых в НГАУ.

Утверждено и рекомендовано к изданию методическим советом Инженерного института (протокол № 13 от 22 января 2013 г.).

© Новосибирский государственный аграрный университет, 2013

ВВЕДЕНИЕ

По современным представлениям, свет — сложное явление: в одних случаях он ведет себя как электромагнитная волна, в других — как поток особых частиц (фотонов).

В электромагнитной волне колеблются векторы \vec{E} и \vec{H} . Длины волн λ_0 в вакууме видимого света заключены в пределах

$$\lambda_0 = 4000 \div 7600 \text{ \AA} \left(1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м} \right).$$

Как видим, они очень малы. Поэтому распространение видимого света можно в первом приближении рассматривать, отвлекаясь от его волновой природы и полагая, что свет распространяется вдоль некоторых линий, называемых лучами. В предельном случае, соответствующем $\lambda \rightarrow 0$, законы оптики можно сформулировать на языке геометрии. В соответствии с этим раздел оптики, в котором пренебрегают конечностью длин волн, называется геометрической (или лучевой) оптикой.

Материал, излагаемый в пособии, направлен на формирование компетенций в соответствии с Федеральными государственными образовательными стандартами по направлениям подготовки, реализуемым в НГАУ.

1. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

1.1. Законы геометрической оптики

Основу геометрической оптики образуют четыре закона: 1) закон прямолинейного распространения света; 2) закон отражения света; 3) закон преломления света; 4) закон независимости световых лучей.

Закон прямолинейного распространения утверждает, что в однородной среде свет распространяется прямолинейно. Этот закон является приближенным: при прохождении света через очень малые отверстия наблюдаются отклонения от прямолинейности, тем большие, чем меньше отверстие.

Законы отражения и преломления определяют направления отраженного *II* и преломленного *III* лучей при падении луча *I* света на границу раздела двух прозрачных сред (рис. 1.1).

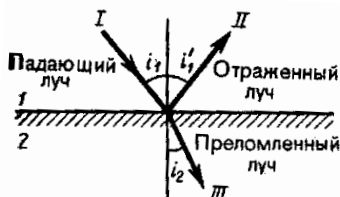


Рис. 1.1

Закон отражения: отраженный луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и перпендикуляром, проведенным к границе раздела двух сред в точке падения; угол i'_1 отражения равен углу i_1 падения.

Закон преломления: луч падающий, луч преломленный и перпендикуляр, проведенный к границе раздела в точке падения, лежат в одной плоскости; отношение синуса угла падения к синусу угла преломления равно отношению абсолютных показателей преломления второй среды к первой:

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (1.1)$$

Абсолютный показатель преломления показывает, во сколько раз скорость распространения света в данной среде меньше, чем скорость света в вакууме:

$$n = \frac{c}{v}. \quad (1.2)$$

Для любой среды $n > 1$. Из (1.2) следует, чем больше абсолютный показатель преломления среды, тем меньше скорость распространения света в ней. При сравнении абсолютных показателей преломления двух сред используют понятие оптической плотности среды.

Оптически более плотная среда — среда с большим показателем преломления.

Оптически менее плотная среда — среда с меньшим показателем преломления.

Закон независимости световых лучей утверждает, что лучи при пересечении не возмущают друг друга, т.е. пересечения лучей не мешают каждому из них распространяться независимо друг от друга. Этот закон справедлив лишь при не слишком больших интенсивностях света. При интенсивностях, достигаемых с помощью лазеров, независимость световых лучей перестает соблюдаться.

Первые три закона вытекают из принципа Ферма. В формулировке самого Ферма принцип гласит, что *свет распространяется по такому пути, для прохождения которого ему требуется минимальное время*.

Для прохождения участка пути ds (рис. 1.2) свету требуется время $dt = \frac{ds}{v}$, где v — скорость света в данной точке среды. Заменив v через c/n (1.2), получим, что $dt = (1/c)nds$. Следовательно, время τ , затрачивае-

мое светом на прохождение пути от точки 1 до точки 2, равно

$$\tau = \frac{1}{c} \int_1^2 n ds. \quad (1.3)$$

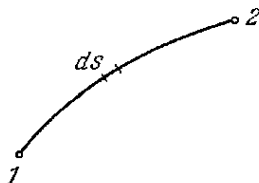


Рис. 1.2

Имеющая размерность длины величина

$$L = \int_1^2 n ds \quad (1.4)$$

называется *оптической длиной пути*. В однородной среде оптическая длина пути равна произведению геометрической длины пути s на показатель преломления среды n :

$$L = ns. \quad (1.5)$$

Согласно (1.3) и (1.4),

$$\tau = \frac{L}{c}. \quad (1.6)$$

Пропорциональность времени прохождения τ оптической длине пути L дает возможность сформулировать принцип Ферма следующим образом: свет распространяется по такому пути, оптическая длина которого минимальна. Точнее, оптическая длина пути должна быть экстремальной, т.е. либо минимальной, либо максимальной, либо стационарной — одинаковой для всех возможных путей.

В последнем случае все пути света между двумя точками оказываются *таутохронными* (требующими для своего прохождения одинакового времени).

Из принципа Ферма вытекает обратимость световых лучей. Действительно, оптический путь, который минимален в случае распространения света из точки 1 в точку 2 , окажется минимальным и в случае распространения света в обратном направлении.

Получим с помощью принципа Ферма законы отражения и преломления света. Пусть свет попадает из точки A в точку B , отразившись от поверхности MN (рис. 1.3; прямой путь из A в B прегражден непрозрачным экраном \mathcal{E}). Среда, в которой проходит луч, однородна. Поэтому минимальность оптической длины пути сводится к минимальности его геометрической длины. Геометрическая длина произвольно взятого пути равна $AO'B = A'O'B$ (вспомогательная точка A' является зеркальным изображением точки A). Из рисунка видно, что наименьшей длиной обладает путь луча, отразившегося в точке O , для которой угол отражения равен углу падения. Заметим, что при удалении точки O' от точки O геометрическая длина пути неограниченно возрастает, так что в данном случае имеется только один экстремум — минимум.

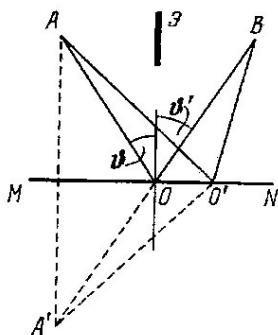


Рис. 1.3

Теперь найдем точку, в которой должен преломиться луч, распространяясь от A к B , чтобы оптическая длина была экстремальной (рис. 1.4). Для произвольного луча оптическая длина пути L равна

$$L = n_1 s_1 + n_2 s_2 = n_1 \sqrt{a_1^2 + x^2} + n_2 \sqrt{a_2^2 + (b - x)^2}.$$

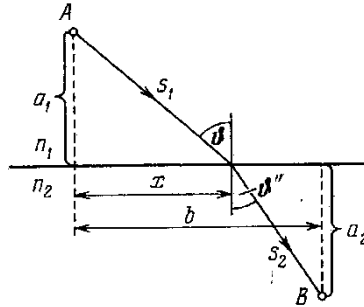


Рис. 1.4

Чтобы найти экстремальное значение, продифференцируем L по x и приравняем производную нулю:

$$\frac{dL}{dx} = \frac{n_1 x}{\sqrt{a_1^2 + x^2}} - \frac{n_2 (b - x)}{\sqrt{a_2^2 + (b - x)^2}} = n_1 \frac{x}{s_1} - n_2 \frac{b - x}{s_2} = 0.$$

Множители при n_1 и n_2 равны соответственно $\sin i_1$ и $\sin i_2$. Таким образом, получается соотношение

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2, \quad (1.7)$$

выражающее закон преломления.

Если свет распространяется из среды с большим показателем преломления n_1 (оптически более плотной) в среду с меньшим показателем преломления n_2 (оптически менее плотную), например, из стекла в воду, то, согласно (1.7),

$$\frac{\sin i_2}{\sin i_1} = \frac{n_1}{n_2} > 1.$$

Отсюда следует, что преломленный луч удаляется от нормали и угол преломления i_2 больше, чем угол падения (рис. 1.5, а). С увеличением угла падения увеличивается угол преломления (см. рис. 1.5, б) до тех пор, пока при некотором угле падения ($i = i_{np}$) угол преломления не окажется равным $\pi/2$. Угол i_{np} называется предельным углом. При углах падения $i_1 > i_{np}$ весь падающий свет полностью отражается (см. рис. 1.5, в).

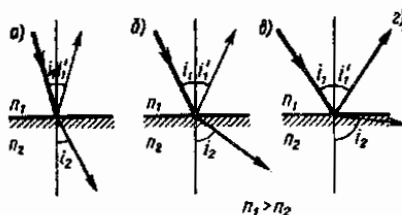


Рис. 1.5

По мере приближения угла падения к предельному интенсивность преломленного луча уменьшается, а отраженного — растет. Если $i_1 = i_{np}$, то интенсивность преломленного луча обращается в нуль, а интенсивность отраженного равна интенсивности падающего. Таким образом, при углах падения в пределах от i_{np} до $\pi/2$ луч не преломляется, а полностью отражается в первую среду, причем интенсивности отраженного и падающего лучей одинаковы. Это явление называется полным внутренним отражением.

Предельный угол i_{np} определим из формулы (1.7) при подстановке в нее $i_2 = \pi/2$. Тогда

$$\sin i_{np} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}. \quad (1.8)$$

Уравнение (1.8) удовлетворяет значениям угла i_{np} при $n_2 < n_1$. Следовательно, явление полного внутреннего отражения имеет место только при падении света

из среды оптически более плотной в среду оптически менее плотную.

Явление полного внутреннего отражения используется в призмах полного отражения. Показатель преломления стекла равен $n \approx 1,5$, поэтому предельный угол для границы «стекло — воздух» равен $i_{np} = \arcsin(1 / 1,5) = 42^\circ$. Поэтому при падении света на границу «стекло — воздух» при $i > 42^\circ$ всегда будет иметь место полное внутреннее отражение. На рис. 1.6, а–в показаны призмы полного отражения, позволяющие: а) повернуть луч на 90° ; б) повернуть изображение; в) обернуть лучи. Такие призмы применяются в оптических приборах (например, в биноклях, перископах), а также в рефрактометрах, позволяющих определять показатели преломления тел (по закону преломления, измеряя i_{np} , находим относительный показатель преломления двух сред, а также абсолютный показатель преломления одной из сред, если показатель преломления другой среды известен).

Явление полного внутреннего отражения используется также в световодах, представляющих собой тонкие, произвольным образом изогнутые нити (волокна) из оптически прозрачного материала. В волоконных деталях применяют стеклянное волокно, световедущая жила (сердцевина) которого окружается стеклом — оболочкой из другого стекла с меньшим показателем преломления. Свет, падающий на торец световода под углами, большими предельного, претерпевает на поверхности раздела сердцевины и оболочки пол-

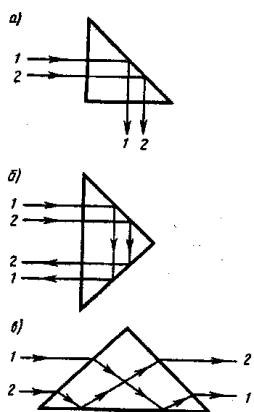


Рис. 1.6

ное отражение и распространяется только по световедущей жиле.

Таким образом, с помощью световодов можно как угодно искривлять путь светового пучка. Диаметр световедущих жил лежит в пределах от нескольких микрометров до нескольких миллиметров. Для передачи изображений, как правило, применяются многожильные световоды. Вопросы передачи световых волн и изображений изучаются в специальном отделе оптики — волоконной оптике. Световоды используются в электронно-лучевых трубках, в электронно-счетных машинах, для кодирования информации, в медицине (например, диагностика желудка), для целей интегральной оптики и т.д.

1.2. Центрированная оптическая система

Оптические системы обычно состоят из двух и более преломляющих поверхностей. Представляет интерес случай, когда центры всех поверхностей, входящих в состав оптической системы, лежат на одной прямой. Оптическая система, обладающая этим свойством, называется центрированной.

Прямая линия, на которой расположены центры всех поверхностей системы, называется главной оптической осью.

Всякая оптическая система осуществляет преобразование оптических пучков. Пучок образуется совокупностью лучей. Если лучи при своем продолжении пересекаются в одной точке, пучок называется гомоцентрическим. Гомоцентрическому пучку лучей соответствует сферическая волновая поверхность. На рис. 1.7, *а* показан сходящийся, а на рис. 1.7, *б* — расходящийся гомоцентрический пучок. Частным случаем гомоцентрического пучка является пучок параллельных лучей; ему соответствует плоская световая волна.

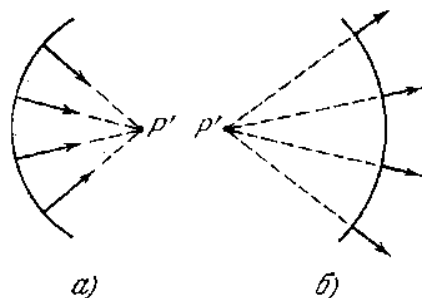


Рис. 1.7

Центрированная оптическая система обладает свойством сохранять гомоцентричность параксиального пучка независимо от числа преломляющих (или отражающих) поверхностей.

В этом случае лучи, вышедшие из точки P , пересекутся в одной точке P' . Эта точка представляет собой оптическое изображение точки P . Если любая точка предмета изображается в виде точки, изображение называется точечным, или стигматическим.

Изображение называется действительным, если световые лучи в точке P' действительно пересекаются (см. рис. 1.7, *a*) и мнимым, если в P' пересекаются продолжения лучей, проведенные в направлении, обратном направлению распространения света (см. рис. 1.7, *б*).

Вследствие обратимости световых лучей источник света P и изображение P' могут поменяться ролями — точечный источник, помещенный в P' , будет иметь свое изображение в P . По этой причине P и P' называются сопряженными точками.

Оптическая система, которая дает стигматическое изображение, геометрически подобное отображаемому предмету, называется идеальной. С помощью такой системы пространственная непрерывность точек P отображается в виде пространственной непрерывности точек P' . Первая непрерывность точек называется

ся пространством предметов, вторая — пространством изображений. В обоих пространствах точки, прямые и плоскости однозначно соответствуют друг другу. Такое соотношение двух пространств называется в геометрии коллинеарным соответствием.

Среди бесконечного множества сопряженных точек и сопряженных плоскостей имеются точки и плоскости, обладающими особыми свойствами. Такие точки и плоскости называются кардинальными. К их числу относятся фокальные, главные и угловые точки и плоскости. Задание кардинальных точек или плоскостей полностью определяет свойства идеальной центрированной оптической системы.

Фокальные плоскости и фокусы оптической системы. На рис. 1.8 показаны внешние преломляющие поверхности и оптическая ось некоторой идеальной центрированной оптической системы. Возьмем в пространстве предметов этой системы плоскость s , перпендикулярную к оптической оси. Из соображений симметрии следует, что сопряженная с s плоскость s' также перпендикулярна к оптической оси. Перемещение плоскости s относительно системы вызовет соответствующее перемещение плоскости s' . Когда плоскость s окажется очень далеко, дальнейшее увеличение ее расстояния от системы практически не вызывает изменения положения плоскости s' . Это означает, что в результате удаления плоскости s на бесконечность плоскость s' оказывается в определенном предельном положении F' . Плоскость F' , совпадающая с предельным положением плоскости s' , называется *задней фокальной плоскостью* оптической системы.

Точка пересечения задней фокальной плоскости с оптической осью называется *задним фокусом* системы F' . Эта точка сопряжена с удаленной на бесконечность

точкой P_∞ , лежащей на оси системы. Лучи, выходящие из P_∞ , образуют параллельный оси пучок. По выходе из системы они образуют пучок, сходящийся в фокусе F' .

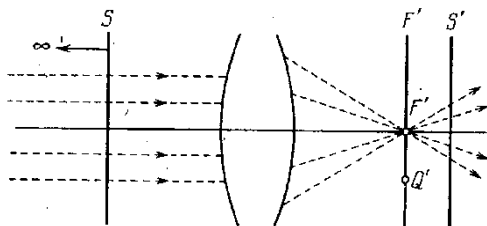


Рис. 1.8

Если удалить на бесконечность перпендикулярную к оси плоскость s' (рис. 1.9), сопряженная с ней плоскость s придет в предельное положение F , которое называется *передней фокальной плоскостью* системы.

Точка пересечения передней фокальной плоскости F с оптической осью называется *передним фокусом системы* F . Лучи, вышедшие из фокуса F , образуют после выхода из системы пучок параллельных оси лучей.

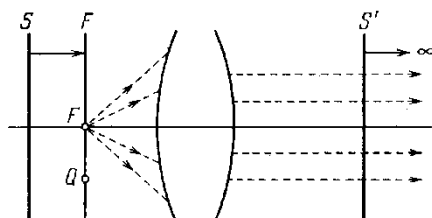


Рис. 1.9

Главные плоскости и точки. Рассмотрим две сопряженные плоскости, перпендикулярные к оптической оси системы. Отрезок прямой y (рис. 1.10), лежащий в одной из этих плоскостей, будет иметь своим изображением отрезок прямой y' , лежащий в другой плоскости (оба отрезка лежат в плоскости рисунка). Изображение y' может быть обращено либо в ту же сторону, что

и предмет y (см. рис. 1.10, a), либо в противоположную сторону (см. рис. 1.10, b).

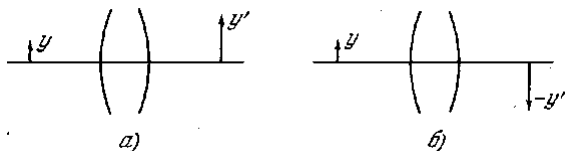


Рис. 1.10

В первом случае изображение называется *прямым*, во втором — *обратным*. Отрезки, откладываемые от оптической оси вверх, принято считать положительными, откладываемые вниз — отрицательными.

Отношение линейных размеров изображения и предмета называется линейным, или поперечным, увеличением β :

$$\beta = \frac{y'}{y}. \quad (1.9)$$

Линейное увеличение — алгебраическая величина.

Можно доказать, что существуют две такие сопряженные плоскости, которые отображают друг друга с увеличением $\beta = +1$. Эти плоскости называются *главными*. Плоскость, принадлежащая пространству предметов, именуется *передней главной плоскостью системы*. Ее обозначают буквой H . Плоскость, принадлежащую пространству изображений, именуют *задней главной плоскостью*. Ее обозначают H' . Точки пересечения главных плоскостей с оптической осью называются *главными точками системы*. Их обозначают теми же символами H и H' . В зависимости от устройства системы главные плоскости и точки могут находиться как вне, так и внутри системы.

Узловые плоскости и точки. Узловыми точками, или узлами, называются лежащие на оптической оси со-

пряженные точки N и N' , обладающие тем свойством, что проходящие через них сопряженные лучи параллельны между собой (см. лучи $1-1'$; $2-2'$ на рис. 1.11). Перпендикулярные к оси плоскости, проходящие через узлы, называются узловыми плоскостями.

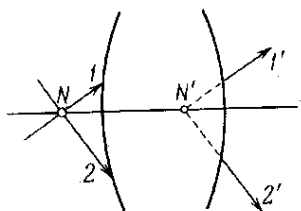


Рис. 1.11

Формула системы. Задание кардинальных плоскостей или точек полностью определяет свойства оптической системы. В частности, зная положение кардинальных плоскостей, можно построить оптическое изображение, даваемое системой. Возьмем в пространстве предметов отрезок OP , перпендикулярный к оптической оси (рис. 1.12). Положение этого отрезка можно задать либо расстоянием x , отсчитанным от точки F до точки O , либо расстоянием s от H до O . Величины x и s , как и фокусные расстояния f и f' , являются алгебраическими (на рисунке указываются их модули).

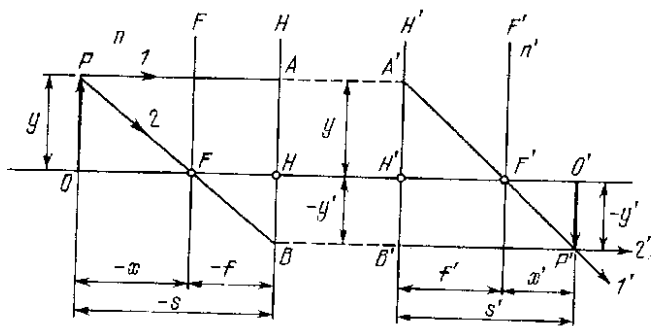


Рис. 1.12

Проведем из точки P луч 1 , параллельный оптической оси. Он пересечет плоскость H в точке A . В соответствии со свойствами главных плоскостей сопряженный лучу 1 луч $1'$ должен проходить через сопряженную с точкой A точку A' плоскости H' . Так как луч 1 параллелен оптической оси, сопряженный с ним луч $1'$ пойдет через задний фокус F' . Теперь проведем из точки P луч 2 , проходящий через передний фокус F . Он пересечет плоскость H в точке B . Сопряженный с ним луч $2'$ пройдет через сопряженную с B точку B' плоскости H' и будет параллельным оптической оси. Точка P' пересечения лучей $1'$ и $2'$ представляет собой изображение точки P . Изображение $O'P'$, как и отрезок OP , перпендикулярно к оптической оси.

Положение изображения $O'P'$ можно охарактеризовать либо расстоянием x' от точки F' до точки O' , либо расстоянием s' от H' до O' . Величины x' и s' являются алгебраическими. В случае, изображенном на рис. 1.12, они положительны.

Величина x' , определяющая положение изображения, связана с величиной x , определяющей положение предмета, и с фокусными расстояниями f и f' формулой Ньютона

$$xx' = ff'. \quad (1.10)$$

Если $n = n'$, то формула Ньютона приобретает вид

$$xx' = -f^2. \quad (1.11)$$

Обе формулы Ньютона представляют собой формулы центрированной оптической системы.

Линза. Самой простой центрированной оптической системой является линза. Она состоит из двух поверхностей, ограничивающих прозрачный (обычно стекло) материал, одна из которых обязательно является

сферической, а другая может быть сферической или плоской. В зависимости от вида ограничивающих поверхностей линзы бывают двояковыпуклыми, плоско-выпуклыми, выпукло-вогнутыми, двояковогнутыми, плосковогнутыми и вогнуто-выпуклыми (рис. 1.13). Легко убедиться, что линзы I, II, III являются собирательными, а линзы IV, V, VI — рассеивающими, если их материал оптически плотнее, чем окружающая среда. В противоположном случае линзы I, II, III являются рассеивающими, а линзы IV, V, VI — собирательными.

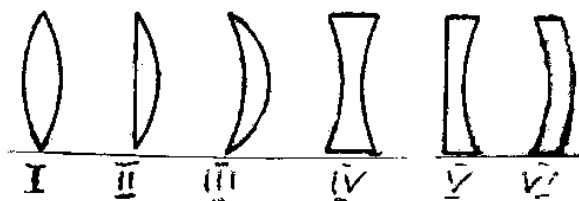


Рис. 1.13

Рассмотрим двояковыпуклую линзу (рис. 1.14). Линза называется *тонкой*, если ее толщина (расстояние между ограничивающими поверхностями) значительно меньше по сравнению с радиусами поверхностей, ограничивающих линзу. Прямая, проходящая через центры кривизны поверхностей линзы, называется главной оптической осью. Для всякой линзы существует точка, называемая оптическим центром линзы, лежащая на главной оптической оси и обладающая тем свойством, что лучи проходят сквозь нее, не преломляясь. Для простоты будем считать, что оптический центр совпадает с геометрическим центром средней части линзы.

На основе принципа Ферма нетрудно получить формулу тонкой линзы:

$$(N - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}. \quad (1.12)$$

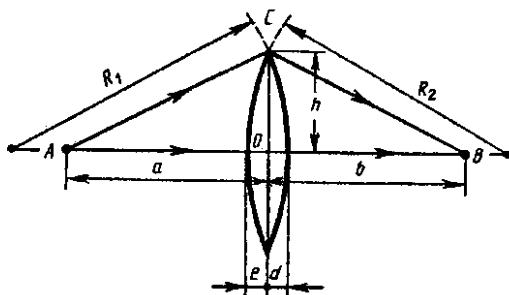


Рис. 1.14

Здесь $N = \frac{n}{n_1}$ — относительный показатель преломления (n и n_1 — соответственно абсолютные показатели преломления линзы и окружающей среды). Радиус кривизны выпуклой поверхности линзы считается положительным, вогнутой — отрицательным.

Если $a = \infty$, т.е. лучи падают на линзу параллельным пучком (рис. 1.15), то

$$\frac{1}{b} = (N - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

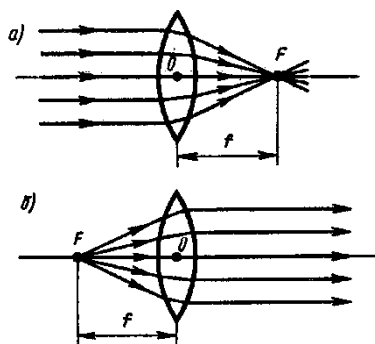


Рис. 1.15

Соответствующее этому случаю расстояние $b = OF = f$ называется фокусным расстоянием линзы, определяемым по формуле

$$f = \frac{1}{(N - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}.$$

Если $b = \infty$, т.е. изображение находится в бесконечности и, следовательно, лучи выходят из линзы параллельным пучком (см. рис. 1.15), то $a = OF = f$. Таким образом, фокусные расстояния линзы, окруженной с обеих сторон одинаковой средой, равны. Точки F , лежащие по обе стороны линзы на расстоянии, равном фокусному, называются фокусами линзы. Фокус — это точка, в которой после преломления собираются все лучи, падающие на линзу параллельно главной оптической оси. Величина

$$(N - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{f} = \Phi \quad (1.13)$$

называется *оптической силой линзы*. Ее единица — диоптрия (ДПТР). Диоптрия — оптическая сила линзы с фокусным расстоянием 1 м; 1 ДПТР = 1/м.

Линзы с положительной оптической силой являются собирающими, с отрицательной — рассеивающими. Плоскости, проходящие через фокусы линзы перпендикулярно ее главной оптической оси, называются *фокальными плоскостями*. В отличие от собирающей рассеивающая линза имеет мнимые фокусы. В мнимом фокусе сходятся (после преломления) воображаемые продолжения лучей, падающих на рассеивающую линзу параллельно главной оптической оси. Учитывая (1.13), формулу линзы можно записать в виде

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Для рассеивающей линзы расстояния f и b надо считать отрицательными.

Построение изображения предмета в линзах осуществляется с помощью следующих лучей:

1) луча, проходящего через оптический центр линзы и не изменяющего своего направления;

2) луча, идущего параллельно главной оптической оси; после преломления в линзе этот луч (или его продолжение) проходит через второй фокус линзы;

3) луча (или его продолжения), проходящего через первый фокус линзы; после преломления в ней он выходит из линзы параллельно ее главной оптической оси.

Для примера приведем построения изображений в собирающей (рис. 1.16) и в рассеивающей (рис. 1.17) линзах: действительное (см. рис. 1.16, *a*) и мнимое (см. рис. 1.16, *б*) изображения — в собирающей линзе, мнимое — в рассеивающей.

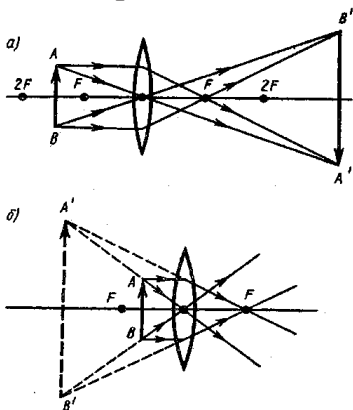


Рис. 1.16

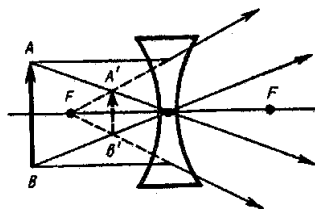


Рис. 1.17

Отношение линейных размеров изображения и предмета называется *линейным увеличением линзы*. Отрицательным значениям линейного увеличения соответствует действительное изображение (оно перевернутое), положительным — мнимое изображение (оно прямое).

В заключение надо сказать, что линза является далеко не идеальной оптической системой. Даваемые ею изображения предметов обладают рядом погрешностей.

1.3. Недостатки (абберации) оптических систем

При построении изображения малого предмета в тонкой линзе мы пользовались параксиальным пучком света. Кроме того, лучи параксиального пучка составляли небольшие углы с главной оптической осью. Далее падающий свет считали монохроматическим, а показатель преломления материала линзы — не зависящим от длины волны падающего света. На практике все эти условия не соблюдаются и возникают соответствующие недостатки оптических систем. Коротко остановимся на некоторых из них.

Сферическая абберация. В случае тонкой линзы параксиальный пучок, исходящий из точки s , после преломления в линзе пересекает оптическую ось в одной точке. Если же пучок света, исходящий из источника s , составляет большой угол с главной оптической осью, то лучи, составляющие разные углы, пересекают оптическую ось не в одной точке, а в разных точках, например s_1, s_2, s_3 (рис. 1.18). Лучи, более удаленные от центра линзы, сильнее преломляются и пересекают главную оптическую ось на более близких расстояниях от центра линзы. В результате на экране вместо стигматического точечного изображения получается расплывчатое пятно. Такая погрешность, связанная со сферичностью преломляющих поверхностей, называется сферической абберацией. Для количественной характеристики сферической абберации вводится понятие продольной абберации, равной линейному расстоянию точки пересечения крайних (лучи 3) на рис.1.18 и центральных (лучи 1) лучей пучка с главной оптической осью (s_3s_1).

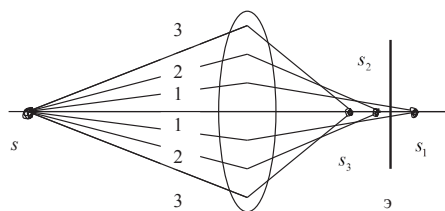


Рис. 1.18

Продольные aberrации собирающей и рассеивающей линз противоположны по знаку. Это позволяет, комбинируя такие линзы, уменьшить сферическую aberrацию.

Хроматическая aberrация. Из-за явления дисперсии (зависимость показателя преломления от длины волны) для данной линзы фокусы F_ϕ $F_{кр}$ для разных цветов будут смещены друг относительно друга (рис. 1.19). В результате этого изображение белого пятна получается цветным. Чередование цветов зависит от положения экрана наблюдения, а соответствующее искажение носит название хроматической aberrации. Хроматическая aberrация, подобно сферической, количественно характеризуется продольной хроматической aberrацией (F_ϕ $F_{кр}$). Для сведения к минимуму хроматической aberrации пользуются комбинацией линз, изготовленных из специально подобранных материалов. Такая система называется ахроматической.

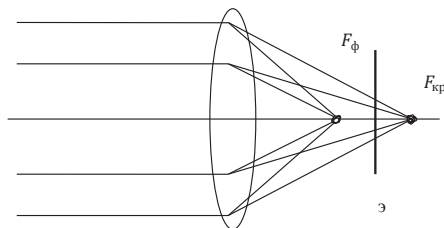


Рис. 1.19

Дисторсия. Погрешность, при которой при больших углах падения лучей на линзу линейное увеличение для точек предмета, находящихся на разных расстояниях от главной оптической оси, несколько различается, называется дисторсией. В результате нарушается геометрическое подобие между предметом (прямоугольная сетка на рис. 1.20, *а*) и его изображением (см. рис. 1.20, *б* — подушкообразная дисторсия; см. рис. 1.20, *в* — бочкообразная дисторсия). Дисторсию исправляют соответствующим подбором составляющих частей оптической системы.

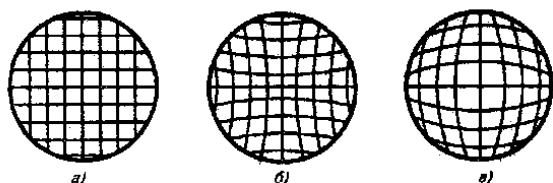


Рис. 1.20

Кома. Если через оптическую систему проходит широкий пучок света от светящейся точки, расположенной не на оптической оси, то получаемое изображение этой точки будет в виде освещенного пятнышка, напоминающего кометный хвост. Такая погрешность поэтому и называется комой. Устранение комы производится теми же приемами, что и сферической аберрации.

Астигматизм. Погрешность, обусловленная неодинаковостью кривизны оптической поверхности в разных плоскостях сечения падающего на нее светового пучка, называется астигматизмом. Так, изображение точки, удаленной от главной оптической оси, наблюдается на экране в виде расплывчатого пятна эллиптической формы. Это пятно в зависимости от расстояния экрана до оптического центра линзы вырождается

либо в вертикальную, либо в горизонтальную прямую. Астигматизм исправляется подбором радиусов кривизны преломляющих поверхностей и их фокусных расстояний. Системы, исправленные на сферическую, хроматическую абберации и астигматизм, называются анастигматами.

Устранение аббераций возможно лишь подбором специально рассчитанных сложных оптических систем.

1.4. Принцип Гюйгенса

Далее нам предстоит рассматривать процессы, происходящие за непрозрачной преградой с отверстиями, когда на эту преграду падает световая волна. В приближении геометрической оптики свет за преградой не должен проникать в область геометрической тени. В действительности же световая волна в принципе распространяется во всем пространстве за преградой, проникая в область геометрической тени, причем это проникновение оказывается тем более существенным, чем меньше размеры отверстий. При диаметре отверстий или ширине щелей, сравнимых с длиной световой волны, приближение геометрической оптики оказывается совершенно неправомерным.

Качественно поведение света за преградой может быть объяснено с помощью *принципа Гюйгенса*, который устанавливает способ построения фронта волны в момент времени $t + \Delta t$ по известному положению фронта в момент времени t .

Согласно принципу Гюйгенса, каждая точка, до которой доходит волновое движение, служит центром вторичных волн; огибающая этих волн дает положение фронта волны в следующий момент (рис. 1.21; среда предполагается неоднородной — скорость волны в нижней части рисунка больше, чем в верхней).

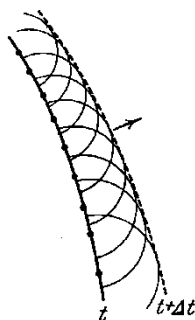


Рис. 1.21

Пусть на каждую преграду с отверстием падает параллельный ей фронт волны (рис. 1.22). По Гюйгенсу, каждая точка выделяемого отверстием участка волнового фронта служит центром вторичных волн, которые в однородной и изотропной среде будут сферическими. Построив огибающую вторичных волн, мы убеждаемся в том, что за отверстием волна проникает в область геометрической тени (на рис. 1.22 границы этой области показаны пунктиром), огибая края преграды.

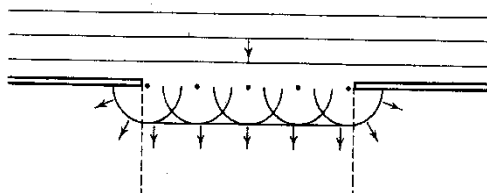


Рис. 1.22

Принцип Гюйгенса не дает никаких указаний об интенсивности волн, распространяющихся в различных направлениях. Этот недостаток был устранен Френелем, сформулировавшим принцип Гюйгенса-Френеля.

1.5. Фотометрические величины и единицы

Фотометрией называется раздел оптики, занимающийся измерением световых потоков и величин, связанных с такими потоками.

Сила света. Источник света, размерами которого можно пренебречь по сравнению с расстоянием от места наблюдения до источника, называется *точечным*. В однородной и изотропной среде волна, излучаемая точечным источником, будет сферической. Для характеристики точечных источников света применяется сила света I , которая определяется как поток излучения источника, приходящийся на единицу телесного угла:

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega} \quad (1.14)$$

($d\Phi$ — световой поток, излучаемый источником в пределах телесного угла $d\Omega$).

В общем случае сила света зависит от направления: $I = I(\vartheta, \varphi)$, (ϑ и φ — полярный и азимутальный углы в сферической системе координат). Если I не зависит от направления, источник света называется изотропным. Для изотропного источника

$$I = \frac{\Phi}{4\pi}, \quad (1.15)$$

где Φ — полный световой поток, излучаемый по всем направлениям.

В случае протяженного источника можно говорить о силе света элемента его поверхности ds . Тогда под $d\Phi$ в формуле (1.14) следует понимать световой поток, излучаемый элементом поверхности ds в пределах телесного угла $d\Omega$.

Единица силы света — кандела (кд) является одной из основных единиц системы СИ. Ее значение прини-

мается таким, чтобы яркость полного излучателя при температуре затвердевания платины была равна 60 кд на 1 м².

Под полным излучателем понимается устройство, обладающее свойствами абсолютно черного тела.

Световой поток. Единицей светового потока является люмен (лм). Он равен световому потоку, излучаемому изотропным источником с силой света в 1 кд в пределах телесного угла в один стерadian:

$$1 \text{ лм} = 1 \text{ кд} \cdot 1 \text{ ср.} \quad (1.16)$$

Опытным путем установлено, что световому потоку в 1 лм, образованному излучением с длиной волны $\lambda = 0,555$ мкм, соответствует поток энергии в 0,0016 Вт. Световому потоку в 1 лм, образованному излучением с другой λ , соответствует поток энергии

$$\Phi_v = 0,0016 / V(\lambda) \text{ Вт.} \quad (1.17)$$

Освещенность. Степень освещенности некоторой поверхности падающим на нее светом характеризуется величиной

$$E = \frac{d\Phi_{\text{пад}}}{ds}, \quad (1.18)$$

называемой освещенностью ($d\Phi_{\text{пад}}$ — световой поток, падающий на элемент поверхности ds).

Единицей освещенности является люкс (лк), равный освещенности, создаваемой потоком в 1 лм, равномерно распределенным по поверхности площади в 1 м²:

$$1 \text{ лк} = 1 \text{ лм} : 1 \text{ м}^2. \quad (1.19)$$

Светимость. Протяженный источник света можно охарактеризовать *светимостью* M различных его участков, под которой понимается световой поток, испуска-

емый единицей площади наружу по всем направлениям (в пределах значений α от 0 до $\pi/2$; α — угол, образуемый данным направлением с внешней нормалью к поверхности) (рис. 1.23):

$$M = \frac{d\Phi_{\text{исп}}}{ds} \quad (1.20)$$

($d\Phi_{\text{исп}}$ — поток, испускаемый наружу по всем направлениям элементом поверхности ds источника).

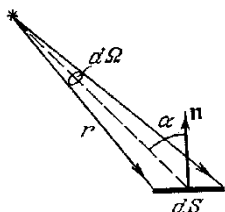


Рис. 1.23

Светимость может возникнуть за счет отражения поверхностью падающего на нее света. Тогда под $d\Phi_{\text{исп}}$ в формуле (1.20) следует понимать поток, отраженный элементом поверхности ds по всем направлениям.

Единицей светимости является люмен на квадратный метр (лм/м²).

Яркость. Светимость характеризует излучение (или отражение) света данным местом поверхности по всем направлениям. Для характеристики излучения (отражения) света в заданном направлении служит *яркость* L . Яркость определяется как отношение силы света элементарной поверхности Δs в заданном направлении к проекции площадки Δs на плоскость, перпендикулярную к взятому направлению.

Рассмотрим элементарный телесный угол $d\Omega$, опирающийся на светящуюся площадку Δs и ориентированный в направлении (ϑ, φ) (рис. 1.24). Сила света площадки Δs в данном направлении, согласно рис. 1.23,

равна $I = d\Phi/d\Omega$, где $d\Phi$ — световой поток, распространяющийся в пределах угла $d\Omega$. Проекцией Δs на плоскость, перпендикулярную к направлению (ϑ, φ) (на рис. 1.24 след этой плоскости изображен пунктиром), будет $\Delta s \cdot \cos \vartheta$. Следовательно, яркость равна

$$L = \frac{d\Phi}{d\Omega \cdot \Delta s \cdot \cos \vartheta}. \quad (1.21)$$

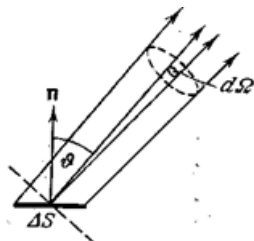


Рис. 1.24

В общем случае яркость различна для разных направлений: $L = L(\vartheta, \varphi)$. Как и светимость, яркость может быть использована для характеристики поверхности, отражающей падающий на нее свет.

Согласно формуле (1.21), поток, излучаемый площадкой Δs в пределах телесного угла $d\Omega$ по направлению, определяемому ϑ и φ , равен

$$d\Phi = L(\vartheta, \varphi) d\Omega \cdot \Delta s \cdot \cos \vartheta. \quad (1.22)$$

Источники, яркость которых одинакова по всем направлениям ($L = \text{const}$), называются ламбертовскими (подчиняющимися закону Ламберта), или косинусными. Строго следует закону Ламберта только абсолютно черное тело. Светимость M и яркость L ламбертовского источника связаны простым соотношением

$$M = \pi L. \quad (1.23)$$

Единицей яркости служит кандела на квадратный метр ($\text{кд}/\text{м}^2$).

2. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

2.1. Световая волна

В волновой оптике рассматриваются оптические явления, в которых проявляется волновая природа света (интерференция, дифракция, поляризация и дисперсия света). Так как свет представляет собой электромагнитные волны, то в основе волновой оптики лежат уравнения Максвелла и вытекающие из них соотношения для электромагнитных волн. В классической волновой оптике рассматриваются среды, линейные по своим оптическим свойствам, т.е. такие, диэлектрическая и магнитная проницаемость которых не зависят от интенсивности света. Поэтому в волновой оптике справедлив принцип суперпозиции волн.

Явления, наблюдающиеся при распространении света в оптически нелинейных средах, исследуются в нелинейной оптике. Нелинейные оптические эффекты становятся существенными при очень больших интенсивностях света, излучаемого мощными лазерами.

В электромагнитной волне колеблются векторы \vec{E} и \vec{H} . Как показывает опыт, физиологическое, фотохимическое и другие действия света вызываются колебаниями электрического вектора. В соответствии с этим в дальнейшем мы будем говорить о *световом векторе*, подразумевая под ним вектор напряженности электрического поля. О магнитном векторе световой волны мы упоминать почти не будем.

Модуль амплитуды светового вектора будем обозначать, как правило, буквой A (иногда E_m). Соответственно изменение во времени и пространстве проекции светового вектора на направление, вдоль которого он колеблется, будет описываться уравнением

$$E = A \cdot \cos(\omega t - kr + \alpha). \quad (2.1)$$

Здесь k — волновое число; r — расстояние, отсчитываемое вдоль направления распространения световой волны. Для плоской волны в непоглощающей среде $A = \text{const}$, для сферической волны A убывает как $1/r$.

Абсолютный показатель преломления среды определяется соотношением

$$n = \frac{c}{v}, \quad (2.2)$$

где v — фазовая скорость волны в данной среде. Из волнового уравнения для электромагнитных волн следует, что

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}. \quad (2.3)$$

Подставляя (2.3) в (2.2), получим

$$n = \sqrt{\epsilon\mu}.$$

Для подавляющего большинства прозрачных веществ μ практически не отличается от единицы. Поэтому можно считать, что

$$n = \sqrt{\epsilon}. \quad (2.4)$$

Формула (2.4) связывает оптические свойства вещества с его электромагнитными свойствами. Длины волн видимого света заключены в пределах

$$\lambda_0 = 4000 \div 7600 \text{ \AA} \quad \left(1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м} \right).$$

Указанные значения относятся к световым волнам в вакууме. В веществе длины световых волн будут иными. В случае колебаний частоты ν длина волны в вакууме равна $\lambda_0 = c / \nu$. В среде, в которой фазовая скорость световой волны $v = c/n$, длина волны имеет значение

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{c}{\nu n} = \frac{\lambda_0}{n}. \quad (2.5)$$

Частоты видимых световых волн лежат в пределах

$$\nu = (0,39 \div 0,75) \cdot 10^{15} \text{ Гц.}$$

Частота изменений вектора плотности потока энергии, переносимой волной, будет в 2 раза больше. Ни глаз, ни какой-либо иной приемник световой энергии не может уследить за столь частыми изменениями потока энергии, вследствие чего они регистрируют усредненный по времени поток. Модуль среднего по времени значения плотности потока энергии, переносимой световой волной, носит название интенсивности света I в данной точке пространства. Плотность потока электромагнитной энергии определяется вектором Пойнтинга \vec{s} . Следовательно,

$$I = \langle \vec{s} \rangle = \left\langle \left[\vec{E} \times \vec{H} \right] \right\rangle. \quad (2.6)$$

Усреднение производится за время «срабатывания» прибора, которое много больше периода колебаний волны. Измеряется интенсивность либо в ваттах, либо в люменах на 1 м^2 .

Можно показать, что интенсивность света пропорциональна показателю преломления среды и квадрату амплитуды световой волны.

Отсюда — при распространении света в однородной среде можно считать, что интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды световой волны:

$$I \sim A^2. \quad (2.7)$$

Несмотря на то, что световые волны поперечны, они обычно не обнаруживают асимметрии относительно луча. Это обусловлено тем, что в естественном све-

те (т.е. в свете, испускаемом обычными источниками) имеются колебания, совершающиеся в самых различных направлениях, перпендикулярных к лучу.

2.2. Интерференция световых волн

Пусть две монохроматические волны одинаковой частоты, накладываясь друг на друга, возбуждают в некоторой точке пространства колебания одинакового направления:

$$A_1 \cdot \cos(\omega t + \alpha_1), \quad A_2 \cdot \cos(\omega t + \alpha_2).$$

Амплитуда результирующего колебания в данной точке определяется выражением

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cdot \cos \delta, \quad (2.8)$$

где $\delta = \alpha_2 - \alpha_1$.

Если разность δ возбуждаемых волнами колебаний остается постоянной во времени, то волны называются когерентными.

В случае некогерентных волн δ непрерывно изменяется, принимая с равной вероятностью любые значения, вследствие чего среднее по времени значение $\cos \delta$ равно нулю. Поэтому

$$\langle A^2 \rangle = \langle A_1^2 \rangle + \langle A_2^2 \rangle.$$

Отсюда, приняв во внимание соотношение (2.8), заключаем, что интенсивность, наблюдаемая при наложении некогерентных волн, равна сумме интенсивностей, создаваемых каждой из волн в отдельности:

$$I = I_1 + I_2. \quad (2.9)$$

В случае когерентных волн $\cos \delta$ имеет постоянное во времени (но свое для каждой точки пространства) значение, так что

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \cos \delta . \quad (2.10)$$

В тех точках пространства, для которых $\cos \delta > 0$, I будет превышать $I_1 + I_2$; в точках, для которых $\cos \delta < 0$, I будет меньше $I_1 + I_2$. Таким образом, при наложении когерентных световых волн происходит перераспределение светового потока в пространстве, в результате чего в одних местах возникают максимумы, а в других — минимумы интенсивности. Это явление называется интерференцией волн. Особенно отчетливо проявляется интерференция в том случае, когда интенсивность обеих интерферирующих волн одинакова: $I_1 = I_2$. Тогда, согласно (2.10), в максимумах $I = 4I_1$, в минимумах же $I = 0$. Для некогерентных волн при том же условии получается всюду одинаковая интенсивность: $I = 2I_1$.

Из сказанного вытекает, что при освещении какой-либо поверхности несколькими источниками света должна, казалось бы, наблюдаться интерференционная картина с характерным для нее чередованием максимумов и минимумов интенсивности. Однако из повседневного опыта известно, что в указанном случае освещенность поверхности монотонно убывает по мере удаления от источников света и никакой интерференционной картины не наблюдается. Таким образом, волны, излучаемые независимыми источниками света, всегда некогерентны.

Когерентные световые волны можно получить, разделив (с помощью отражений или преломлений) волну, излучаемую одним источником на две части. Если заставить эти две волны пройти разные оптические пути, а потом наложить их друг на друга, то возникнет интерференция. Разность оптических длин путей, проходимых интерферирующими волнами, не должна быть

очень большой, так как складывающиеся колебания должны принадлежать одному и тому же результирующему цугу волн. Если эта разность будет порядка 1 м, наложатся колебания, соответствующие разным цугам, и интерференции не будет.

Пусть разделение на две когерентные волны происходит в точке O (рис. 2.1). До точки P первая волна проходит в среде с показателем преломления n_1 путь s_1 , вторая волна проходит в среде с показателем преломления n_2 путь s_2 . Если в точке O фаза колебания равна ωt , то первая волна возбудит в точке P колебание $A_1 \cdot \cos \omega \left(t - \frac{s_1}{v_1} \right)$, а вторая волна — колебание $A_2 \cdot \cos \omega \left(t - \frac{s_2}{v_2} \right)$, ($v_1 = \frac{c}{n_1}$ и $v_2 = \frac{c}{n_2}$ — фазовые скорости волн).

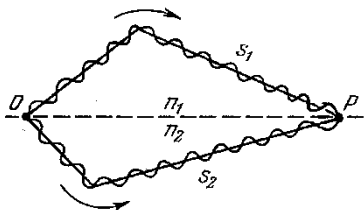


Рис. 2.1

Следовательно, разность фаз колебаний, возбуждаемых в точке P , будет равна

$$\delta = \omega \left(\frac{s_2}{v_2} - \frac{s_1}{v_1} \right) = \frac{\omega}{c} (n_2 s_2 - n_1 s_1).$$

Заменив ω/c через $2\pi\nu/c = 2\pi/\lambda_0$ (λ_0 — длина волны в вакууме), выражению для разности фаз можно придать вид

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot \Delta, \quad (2.11)$$

где
$$\Delta = n_2 s_2 - n_1 s_1 = L_2 - L_1 \quad (2.12)$$

есть величина, равная разности оптических длин проходимых волнами путей (оптическая разность хода).

Из (2.11) следует, что если оптическая разность хода равна целому числу длин волн в вакууме

$$\Delta = \pm m \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (2.13)$$

то разность фаз δ оказывается кратной 2π , и колебания, возбуждаемые в точке P обеими волнами, будут происходить с одинаковой фазой. Таким образом, (2.13) есть условие интерференционного максимума.

Если Δ равна полуцелому числу длин волн в вакууме

$$\Delta = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (2.14)$$

то $\delta = \pm(2m+1)\pi$, так что колебания в точке P находятся в противофазе. Значит, (2.14) есть условие интерференционного минимума.

Рассмотрим две цилиндрические когерентные световые волны, исходящие из источников s_1 и s_2 , имеющих вид параллельных тонких светящихся нитей либо узких щелей (рис. 2.2).

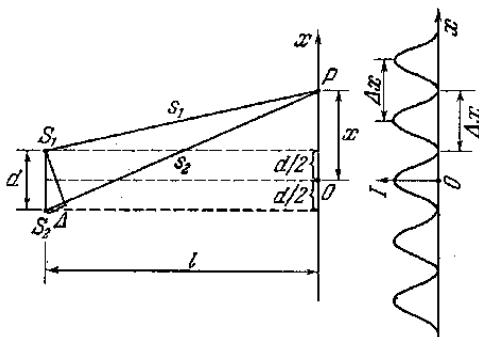


Рис. 2.2

Область, в которой эти волны перекрываются, называется полем интерференции. Во всей этой области наблюдается чередование мест с максимальной и минимальной интенсивностью света. Если в поле интерференции внести экран, то на нем будет видна интерференционная картина, имеющая вид чередующихся светлых и темных полос. Вычислим ширину этих полос в предположении, что экран параллелен плоскости, проходящей через источники s_1 и s_2 . Положение точки на экране будем характеризовать координатой x , отсчитываемой в направлении, перпендикулярном к линиям s_1 и s_2 . Начало отсчета выберем в точке O . Источники будем считать колеблющимися в одинаковой фазе. Из рис. 2.2 видно, что

$$s_1^2 = \ell^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2, \quad s_2^2 = \ell^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2.$$

Следовательно,

$$s_2^2 - s_1^2 = (s_2 + s_1)(s_2 - s_1) = 2xd.$$

Для получения различимой интерференционной картины расстояние между источниками должно быть значительно меньшее. Расстояние x , в пределах которого образуются интерференционные полосы, также бывает значительно меньше ℓ . В этих условиях можно положить $s_2 + s_1 = 2\ell$. Тогда $s_2 - s_1 = \frac{xd}{\ell}$. Умножив $s_2 - s_1$ на показатель преломления среды n , получим оптическую разность хода

$$\Delta = n \frac{xd}{\ell}. \quad (2.15)$$

Подстановка этого значения Δ в условие (2.13) дает, что максимумы интенсивности будут наблюдаться при значениях x , равных

$$x_{\max} = \pm m \frac{\ell}{d} \lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (2.16)$$

Здесь $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$ — длина волны в среде, заполняющей пространство между источниками и экраном.

Подставив (2.15) в условие (2.14), получим координаты минимумов интенсивности:

$$x_{\min} = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \frac{\ell}{d} \lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (2.17)$$

Назовем расстояние между двумя соседними максимумами интенсивности расстоянием между интерференционными полосами, а расстояние между соседними минимумами интенсивности — шириной интерференционной полосы.

Из формул (2.15) и (2.16) следует, что расстояние между полосами и ширина полосы имеют одинаковое значение, равное

$$\Delta x = \frac{\ell}{d} \lambda. \quad (2.18)$$

Согласно (2.18), расстояние между полосами растет с уменьшением расстояния между источниками d . При d , сравнимом с ℓ , расстояние между полосами было бы того же порядка, что и λ . В этом случае отдельные полосы были бы неразличимы. Для того чтобы интерференционная картина стала отчетливой, необходимо, чтобы выполнялось условие $d \ll \ell$.

Если интенсивность интерферирующих волн одинакова ($I_1 = I_2 = I_0$), то, согласно (2.10), результирующая интенсивность в точках, для которых разность фаз равна δ , определяется выражением

$$I = 2I_0 (1 + \cos \delta) = 4I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2}. \quad (2.19)$$

Поскольку $\delta \sim \Delta$, то, в соответствии с (2.15), δ растет пропорционально x . Следовательно, интенсивность изменяется вдоль экрана по закону квадрата косинуса. Справа на рис. 2.2 показана зависимость I от x , получающаяся в монохроматическом свете.

Ширина интерференционных полос и расстояние между ними зависят от длины волны λ . Только в центре картины, при $x = 0$, совпадают максимумы всех длин волн. По мере удаления от центра картины максимумы разных цветов смещаются друг относительно друга все больше и больше.

Измерив расстояние между полосами Δx и зная ℓ и d , можно по формуле (2.18) вычислить λ . Именно из опытов по интерференции света были впервые определены длины волн для лучей разного цвета.

Когерентность. Различают временную и пространственную когерентность.

Временная когерентность. Описанный процесс интерференции двух когерентных световых волн является идеализированным. В действительности этот процесс гораздо сложнее. Это обусловлено тем, что монохроматическая волна, описываемая выражением $A \cdot \cos(\omega t - kr + \alpha)$, в природе не существует. Всякая же реальная световая волна складывается из волн, испускаемых многими атомами.

Процесс излучения отдельного атома продолжается около 10^{-8} с. За это время успевает образоваться световая волна (цуг волн) протяженностью примерно 3 м. «Погаснув», атом через некоторое время «вспыхивает» вновь. Но фаза нового цуга никак не связана с фазой предыдущего. В испускаемой телом световой волне излучение одной группы атомов через время порядка 10^{-8} с сменяется излучением другой группы, при этом фаза результирующей волны претерпевает случайные изменения.

Сменяет друг друга в данной точке пространства в данный момент времени относительно небольшое число цугов. Основная масса цугов проходит через рассматриваемую точку, не прерываясь. Поэтому фаза волны, образованной наложением огромного числа цугов, порождаемых отдельными атомами, не может совершать больших скачков. Она изменяется случайным образом небольшими шагами.

Когда некоторая величина x изменяется скачками, равными b , причем приращения $+b$ и $-b$ являются равновероятными, то говорят, что эта величина совершает *случайные блуждания*. Можно показать, что величина, совершающая случайные блуждания, в среднем все больше удаляется от первоначального значения.

То же самое происходит и в том случае, если «шаги», совершаемые при случайных блужданиях, неодинаковы.

Фаза волны совершает случайные блуждания. Время $t_{\text{ког}}$, за которое случайное изменение фазы волны достигает значения порядка π , называется *временем когерентности*. За это время колебание как бы забывает свою первоначальную фазу и становится некогерентным по отношению к самому себе.

Соответствующий расчет дает, что время когерентности обратно интервалу частот $\Delta\nu$, представленных в данной световой волне:

$$t_{\text{ког}} \sim \frac{1}{\Delta\nu} \quad (2.20)$$

(знак « \sim » означает «по порядку величины равно»).

Из соотношения (2.20) следует, чем шире интервал частот, представленных в данной световой волне, тем меньше время когерентности этой волны. Для монохроматической волны $\Delta\nu = 0$ и время когерентности бесконечно велико.

Расстояние $\ell_{\text{ког}} = ct_{\text{ког}}$, на которое перемещается волна за время когерентности, называется *длиной когерентности* (или длиной цуга). Длина когерентности — это то расстояние, на котором случайное изменение фазы достигает значения порядка π .

Частота связана с длиной волны в вакууме соотношением $\nu = c / \lambda_0$. Продифференцировав это соотношение, найдем, что $\Delta\nu = c \cdot \Delta\lambda_0 / \lambda_0^2$ (знак минус, получающийся при дифференцировании, мы опустим, кроме того, положим $\lambda_0 \approx \lambda$). Подставив $\Delta\nu$ в (2.20), получим для времени когерентности выражение

$$t_{\text{ког}} \sim \lambda^2 / c \cdot \Delta\lambda. \quad (2.21)$$

Отсюда

$$\ell_{\text{ког}} \sim \lambda^2 / \Delta\lambda. \quad (2.22)$$

Пространственная когерентность. В реальной световой волне амплитуда и фаза колебаний изменяются не только вдоль направления распространения волны, но и в плоскости, перпендикулярной к этому направлению. Случайные изменения разности фаз в двух точках этой плоскости увеличиваются с расстоянием между ними. Расстояние $\rho_{\text{ког}}$, на котором разность фаз достигает значения порядка π , называется длиной пространственной когерентности, или *радиусом когерентности*.

Нарушение пространственной когерентности обусловлено тем, что различные участки протяженного источника света излучают несогласованно — со случайно изменяющейся разностью фаз. При прочих равных условиях длина пространственной когерентности уменьшается при увеличении размеров источника.

Если источник имеет форму диска, диаметр которого виден из данной точки под углом φ , то, как показывают расчеты,

$$\rho_{\text{ког}} \sim \lambda / \varphi . \quad (2.23)$$

Для точечного источника $\varphi = 0$ и длина пространственной когерентности бесконечно велика.

Угловой размер Солнца составляет около 0,01 рад, длина световых волн примерно 5000 Å. Следовательно, радиус когерентности приходящих от Солнца световых волн

$$\rho_{\text{ког}} \sim 5000 / 0,01 = 0,05 \text{ мм} .$$

Радиус когерентности световой волны вблизи поверхности излучающего ее тела составляет несколько длин волн. По мере удаления от источника длина пространственной когерентности возрастает. Излучение лазера обладает огромной временной и пространственной когерентностью. У выходного отверстия лазера пространственная когерентность наблюдается во всем поперечном сечении светового пучка.

2.3. Способы наблюдения интерференции света

Рассмотрим две интерференционные схемы, одна из которых использует для разделения световой волны на две части отражение, а другая — преломление света.

Зеркала Френеля. Два плоских соприкасающихся зеркала OM и ON располагаются так, что их отражающие поверхности образуют угол, близкий к π (рис. 2.3). Соответственно угол φ на рисунке очень мал. Параллельно линии пересечения зеркал O на расстоянии r от нее помещается прямолинейный источник света (например, узкая светящаяся щель). Зеркала отбрасывают на экран \mathcal{E} две цилиндрические когерентные волны, распространяющиеся так, как если бы они исходили из мнимых источников s_1 и s_2 . Непрозрачный экран \mathcal{E}_1 преграждает свету путь от источника s к экрану \mathcal{E} .

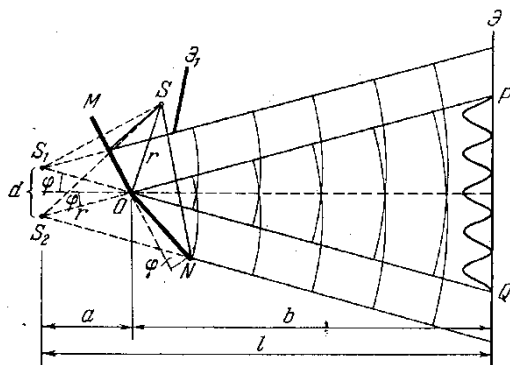


Рис. 2.3

Луч OQ представляет собой отражение луча SO от зеркала OM , луч OP — отражение луча SO от зеркала ON . Легко сообразить, что угол между лучами OP и OQ равен 2φ . Поскольку S и S_1 расположены относительно OM симметрично, длина отрезка OS_1 равна OS , т.е. r . Аналогичные рассуждения приводят к тому же результату для отрезка OS_2 . Таким образом, расстояние между источниками S_1 и S_2 равно

$$d = 2r \cdot \sin \varphi \approx 2r\varphi.$$

Из рис. 2.3 видно, что $a = r \cdot \cos \varphi \approx r$. Следовательно,

$$\ell = r + b,$$

где b — расстояние от линии пересечения зеркал O до экрана \mathcal{E} . Подставив найденные значения d и ℓ в формулу (2.18), получим ширину интерференционной полосы

$$\Delta x = \frac{r + b}{2r\varphi}. \quad (2.24)$$

Область перекрытия волн PQ имеет протяженность $2b \cdot \text{tg} \approx 2b\varphi$. Разделив эту длину на ширину полосы Δx , найдем максимальное число интерференционных

полос, которое можно наблюдать с помощью зеркал Френеля при данных параметрах схемы:

$$N = \frac{4br \cdot \varphi^2}{\lambda(r+b)}. \quad (2.25)$$

Бипризма Френеля. Изготовленные из одного куска стекла две призмы с малым преломляющим углом ϑ имеют одну общую грань (рис. 2.4). Параллельно этой грани на расстоянии a от нее располагается прямолинейный источник света S .

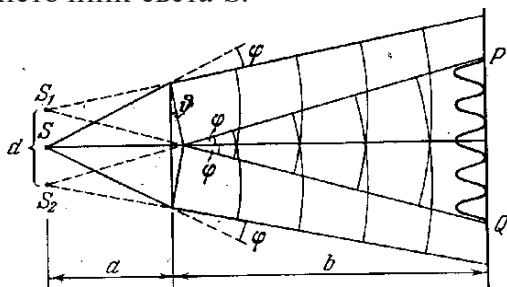


Рис. 2.4

Можно показать, что в случае, когда преломляющий угол ϑ призмы очень мал и углы падения лучей на грань призмы не очень велики, все лучи отклоняются призмой на практически одинаковый угол, равный

$$\varphi = (n-1)\vartheta$$

(n — показатель преломления призмы).

Угол падения лучей на бипризму невелик. Поэтому все лучи отклоняются каждой из половин бипризмы на одинаковый угол. В результате образуются две когерентные цилиндрические волны, исходящие из мнимых источников S_1 и S_2 , лежащих в одной плоскости с S . Расстояние между источниками равно

$$d = 2a \cdot \sin \varphi \approx 2a\varphi = 2a(n-1)\vartheta.$$

Расстояние от источников до экрана

$$\ell = a + b.$$

Ширину интерференционной полосы находим по формуле (2.18):

$$\Delta x = \frac{a + b}{2a(n - 1)\vartheta} \lambda. \quad (2.26)$$

Область перекрытия волн PQ имеет протяженность

$$2b \cdot \operatorname{tg} \vartheta \approx 2b\vartheta = 2b(n - 1)\vartheta.$$

Максимальное число наблюдаемых полос

$$N = \frac{4ab(n - 1)^2 \vartheta^2}{\lambda(a + b)}. \quad (2.27)$$

2.5. Интерференция света при отражении от тонких пластинок

При падении световой волны на пластинку (или пленку) происходит отражение от обеих поверхностей пластинки. В результате возникают две световые волны, которые при известных условиях могут интерферировать.

Пусть на прозрачную плоскопараллельную пластинку падает плоская световая волна, которую можно рассматривать как параллельный пучок лучей (рис. 2.5).

Пластинка отбрасывает вверх два параллельных пучка света, из которых один образовался за счет отражения от верхней поверхности пластинки, второй — вследствие отражения от нижней поверхности. При входе в пластинку и при выходе из нее второй пучок претерпевает преломление. Кроме этих двух пучков пластинка отбросит вверх пучки, возникающие в результате трех-, пяти- и т.д. кратного отражения от по-

верхностей пластинки. Однако ввиду их малой интенсивности эти пучки принимать во внимание не будем. Не будем также интересоваться пучками, прошедшим сквозь пластинку.

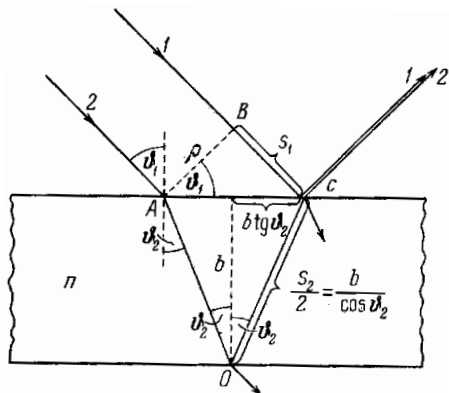


Рис. 2.5

Разность хода, приобретаемая лучами 1 и 2 до того, как они сойдутся в точке C, равна

$$\Delta = nS_2 - S_1, \quad (2.28)$$

где S_1 — отрезка BC; S_2 — суммарная длина отрезков AO и OC; n — показатель преломления пластинки. Показатель преломления среды, окружающей пластинку, полагаем равным единице. Из рис. 2.5 видно, что $S_1 = 2b \cdot \operatorname{tg} \vartheta_2 \cdot \sin \vartheta_1$, $S_2 = 2b / \cos \vartheta_2$ (b — толщина пластинки). Подстановка этих значений в (2.28) дает

$$\Delta = \frac{2bn}{\cos \vartheta_2} - 2b \operatorname{tg} \vartheta_2 \cdot \sin \vartheta_1 = 2b \frac{n^2 - \sin \vartheta_2 \cdot \sin \vartheta_1}{n \cdot \cos \vartheta_2}.$$

Произведя замену $n \cdot \sin \vartheta_2 = \sin \vartheta_1$ и учтя, что

$$n \cdot \cos \vartheta_2 = \sqrt{n^2 - n^2 \sin^2 \vartheta_2} = \sqrt{n^2 - \sin^2 \vartheta_1}, \quad (2.29)$$

получим: $\Delta = 2b \sqrt{n^2 - \sin^2 \vartheta_1}$.

При вычислении разности фаз δ между колебаниями в лучах 1 и 2 нужно, кроме оптической разности хода, учесть возможность изменения фазы волны при отражении. В точке C отражение происходит от границы раздела среды оптически менее плотной со средой оптически более плотной. Поэтому фаза волны претерпевает изменение на π . В точке O отражение происходит от границы раздела среды оптически более плотной со средой оптически менее плотной, так что скачка фазы не происходит. В итоге между лучами 1 и 2 возникает дополнительная разность фаз, равная π . Ее можно учесть, добавив к Δ (или вычтя из нее) половину длины волны в вакууме. В результате получим:

$$\Delta = 2b\sqrt{n^2 - \sin^2\vartheta_1} - \frac{\lambda_0}{2}. \quad (2.30)$$

Итак, при падении на пластинку плоской волны образуются две отраженные волны. Выясним условия, при которых эти волны окажутся когерентными и смогут интерферировать. Рассмотрим два случая.

Плоскопараллельная пластинка. Обе плоские отраженные волны распространяются в одном направлении, образуя с нормалью к пластинке угол падения ϑ_1 . Эти волны смогут интерферировать, если будут соблюдены условия как временной, так и пространственной когерентности.

Для того чтобы имела место временная когерентность, разность хода (2.30) не должна превышать длину когерентности, равную $\lambda^2 / \Delta\lambda \approx \lambda_0^2 / \Delta\lambda_0$. Следовательно, должно соблюдаться условие

$$2b\sqrt{n^2 - \sin^2\vartheta_1} - \frac{\lambda_0}{2} < \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda_0}$$

или

$$b < \frac{\lambda_0 (\lambda_0 / \Delta\lambda_0 + 1 / 2)}{2\sqrt{n^2 - \sin^2\vartheta_1}}.$$

В этом соотношении половиной можно пренебречь по сравнению с $\lambda_0 / \Delta\lambda_0$. Выражение $\sqrt{n^2 - \sin^2\vartheta_1} \approx 1$. С учетом этого получим:

$$b < \frac{\lambda_0^2}{2\Delta\lambda_0}, \quad (2.31)$$

т.е. удвоенная толщина пластинки должна быть меньше длины когерентности. Оценим ее величину. Положив $\lambda_0 = 5000 \text{ \AA}$ и $\Delta\lambda_0 = 20 \text{ \AA}$, получим:

$$\frac{5000^2}{2 \cdot 20} \approx 6 \cdot 10^5 \text{ \AA} = 0,06 \text{ мм}.$$

Теперь рассмотрим условия соблюдения пространственной когерентности. Поставим на пути отраженных пучков экран \mathcal{E} (рис. 2.6). Приходящие в точку P' лучи I' и $2'$ отстоят в падающем пучке на расстоянии ρ' . Если это расстояние не превышает радиуса когерентности $\rho_{\text{ког}}$ падающей волны, лучи I' и $2'$ будут когерентными и создадут в точке P' освещенность, определяемую значением разности хода Δ , отвечающим углу падения ϑ_1' . Другие пары лучей, идущие под тем же углом ϑ_1' , создадут в остальных точках экрана такую же освещенность. Таким образом, экран окажется равномерно освещенным (в частном случае, когда $\Delta = (m + 1 / 2) \lambda_0$, экран будет темным).

При изменении наклона пучка (т.е. при изменении угла ϑ_1) освещенность экрана будет меняться.

Радиус когерентности солнечного света имеет значение порядка 0,05 мм. При угле падения 45° можно положить $\rho \approx b$. Расчет показывает, что для возник-

новения интерференции в этих условиях должно выполняться соотношение

$$b < 0,05 \text{ мм.}$$

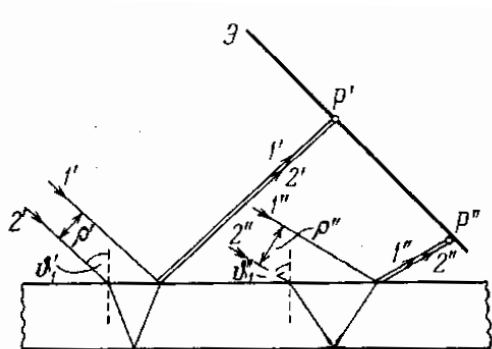


Рис. 2.6

Таким образом, ограничения, накладываемые временной и пространственной когерентностями, приводят к тому, что интерференция при освещении пластинки солнечным светом наблюдается только в том случае, если толщина пластинки не превышает нескольких сотых миллиметра.

Практически интерференцию от плоскопараллельной пластинки наблюдают, поставив на пути отраженных пучков линзу, которая собирает лучи в одной точке экрана, расположенного в фокальной плоскости линзы (рис. 2.7). Освещенность в этой точке зависит от значения величины (2.30). При $\Delta = m\lambda_0$ получаются максимумы, при $\Delta = (m + 1/2)\lambda_0$ — минимумы интенсивности. Условие максимума интенсивности имеет вид

$$2b\sqrt{n^2 - \sin^2\vartheta_1} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0. \quad (2.32)$$

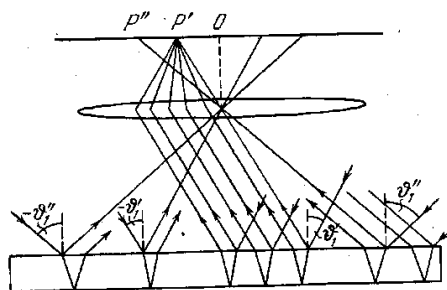


Рис. 2.7

Пусть тонкая плоскопараллельная пластинка освещается рассеянным монохроматическим светом (см. рис. 2.7). Расположим параллельно пластинке линзу, в фокальной плоскости которой поместим экран. В рассеянном свете имеются лучи самых разнообразных направлений. Лучи, параллельные плоскости рисунка и падающие на пластинку под углом ϑ_1' , после отражения от обеих поверхностей пластинки соберутся линзой в точке P' и создадут в этой точке освещенность, определяемую значением оптической разности хода. Лучи, идущие в других плоскостях, но падающие на пластинку под тем же углом ϑ_1' , соберутся линзой в других точках, отстоящих от центра экрана O на такое же расстояние, как и точка P' . Освещенность во всех этих точках будет одинакова. Таким образом, лучи, падающие на пластинку под одинаковым углом ϑ_1' , создадут на экране совокупность одинаково освещенных точек, расположенных по окружности с центром в O . Аналогично лучи, падающие под углом ϑ_1'' , создадут совокупность одинаково (но иначе, поскольку Δ иная) освещенных точек, расположенных по окружности другого радиуса. В результате на экране возникает система чередующихся светлых и темных круговых полос с общим центром в точке O . Каждая полоса образована лучами, падающими на пластинку под одинаковым углом ϑ_1 . Поэтому получа-

ющиеся в описанных условиях интерференционные полосы носят название полос равного наклона.

Поэтому в белом свете получается совокупность смещенных друг относительно друга полос, образованных лучами разных цветов, и интерференционная картина приобретает радужную окраску.

Пластинка переменной толщины. Рассмотрим пластинку в виде клина с углом при вершине φ (рис. 2.8). Пусть на нее падает параллельный пучок лучей. Теперь лучи, отразившиеся от разных поверхностей пластинки, не будут параллельными. Они будут пересекаться в точках Q, Q' и т.д. Можно показать, что эти и другие аналогичные им точки лежат в одной плоскости, проходящей через вершину клина O . При малом угле клина φ разность хода лучей можно с достаточной точностью вычислять по формуле (2.30), беря в качестве b толщину пластинки в месте падения на нее лучей.

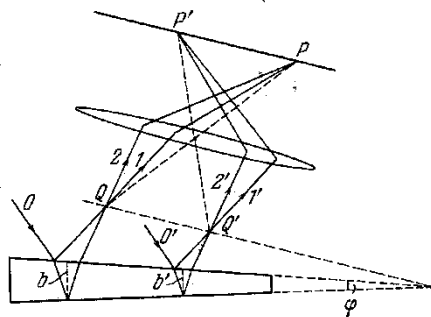


Рис. 2.8

Поскольку разность хода для лучей, отразившихся от различных участков клина, теперь неодинакова, освещенность экрана будет неравномерной — на экране появятся светлые и темные полосы. Каждая из таких полос возникает в результате отражения от участков клина с одинаковой толщиной, вследствие чего их называют *полосами равной толщины*.

Интерференционная картина, получающаяся при отражении плоской волны, локализована вблизи поверхности клина (штриховая линия Q, Q' на рис. 2.8). По мере приближения к вершине клина условия интерференции становятся более благоприятными. Поэтому отчетливость интерференционной картины уменьшается при перемещении от вершины клина к его основанию.

Полосы практически равной толщины наблюдают, поместив вблизи клина линзу и за ней экран (см. рис. 2.8). Роль линзы может играть хрусталик, а роль экрана — сетчатка глаза.

При наблюдении в белом свете полосы будут окрашенными, так что поверхность пластинки или пленки представляется имеющей радужную окраску. Такую окраску имеют, например, расплывшиеся на поверхности воды тонкие пленки нефти или масла, а также мыльные пленки. Цвета побежалости, возникающие на поверхности стальных изделий при их закалке, также обусловлены интерференцией от пленки прозрачных окислов.

Классическим примером полос равной толщины являются *кольца Ньютона*. Они наблюдаются при отражении света от соприкасающихся толстой плоскопараллельной пластинки и плосковыпуклой линзы с большим радиусом кривизны (рис. 2.9).

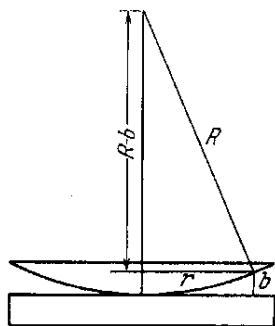


Рис. 2.9

Роль тонкой пленки, от поверхности которой отражаются когерентные волны, играет воздушный зазор между пластинкой и линзой (вследствие большой толщины пластинки и линзы за счет отражений от других поверхностей интерференционные полосы не возникают). При нормальном падении света полосы равной толщины имеют вид концентрических окружностей, при наклонном падении — эллипсов. Найдем радиусы колец Ньютона, получающихся при падении света по нормали к пластинке. В этом случае оптическая разность хода равна удвоенной толщине зазора (предполагается, что в зазоре $n = 1$). Из рис. 2.9 следует, что

$$R^2 = (R - b)^2 + r^2 \approx R^2 - 2Rb + r^2, \quad (2.33)$$

где R — радиус кривизны линзы; r — радиус окружности, всем точкам которой соответствует одинаковый зазор b . Ввиду малости b мы пренебрегли b^2 по сравнению с $2Rb$. В соответствии с (2.33) $2b = r^2 / R$. Чтобы учесть возникающее при отражении от пластинки изменение фазы на π , нужно к полученному результату прибавить $\lambda_0 / 2$. В результате получится:

$$\Delta = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2}. \quad (2.34)$$

В точках, для которых $\Delta = m' \lambda_0 = 2m' (\lambda_0 / 2)$, возникнут максимумы, в точках, для которых $\Delta = (m' + 1 / 2) \lambda_0 = (2m' + 1) \lambda_0 / 2$, — минимумы интенсивности. Оба условия можно объединить в одно:

$$\Delta = m \frac{\lambda_0}{2},$$

причем четным значениям m будут соответствовать максимумы, а нечетным — минимумы интенсивности. Подставив сюда (2.34) для Δ и разрешив получившее-

ся уравнение относительно r , найдем радиусы светлых и темных колец Ньютона:

$$r = \sqrt{R\lambda_0(m-1)/2} \quad (m = 1, 2, 3, \dots). \quad (2.35)$$

Четным m соответствуют радиусы светлых колец, нечетным m — радиусы темных колец. Значению $m = 1$ соответствует $r = 0$, т.е. точка в месте касания пластинки и линзы. В этой точке наблюдается минимум интенсивности, обусловленный изменением фазы на π при отражении световой волны от пластинки.

Применение интерференции. Изучая форму и положение интерференционных полос, можно судить о свойствах исследуемой пластинки. Ценность интерференционного метода заключается в том, что он чувствителен к малому изменению параметров, поскольку длина световых волн, для которых наблюдается интерференция, имеет порядок 10^{-7} м.

В связи с этим интерференционный метод применяется для исследования качества полировки поверхностей, для определения малых углов между поверхностями прозрачных тел, для определения малых удлинений тел при их нагревании и т.д.

Остановимся более подробно на таких применениях интерференции, как просветление оптики и получение высокоотражающих интерференционных слоев.

Просветление оптики. В основе просветления оптики лежит интерференция при отражении от тонких пленок. Прохождение света через каждую преломляющую поверхность линзы сопровождается отражением примерно 4% падающего света. В сложных объективах такие отражения совершаются многократно, и суммарная потеря светового потока достигает заметной величины. Кроме того, отражения от поверхностей линз приводят к возникновению бликов. В просветленной оптике

для устранения отражения света на каждую свободную поверхность линзы наносится тонкая пленка вещества с иным, чем у линзы, показателем преломления (2.10).



Рис. 2.10

Толщина пленки $nd = \lambda / 4$ подбирается так, чтобы волны, отраженные от обеих ее поверхностей, погасили друг друга. Особенно хороший результат достигается в том случае, если показатель преломления пленки равен корню квадратному из показателя преломления линзы. При этом условие интенсивность обеих отраженных от поверхностей пленки волн одинакова. Так как добиться одновременного гашения для всех длин невозможно, то это обычно делается для наиболее восприимчивой глазом волны $\lambda_0 \approx 5500 \text{ \AA}$. Поэтому объективы с просветленной оптикой имеют синевато-красный оттенок.

Высокоотражающие интерференционные покрытия (интерференционные зеркала). Наряду с необходимостью уменьшать коэффициент отражения часто приходится решать и противоположную задачу — получать высокоотражающие поверхности. И здесь на помощь приходит явление интерференции. Легко убедиться, что если в системе, изображенной на рис. 2.10, показатель преломления диэлектрического слоя (пленки) взять больше показателя преломления стекла ($n > n_0$), то произойдет

увеличение коэффициента отражения R . Вследствие того, что потеря полуволны будет происходить теперь только на внешней поверхности пленки, оптическая разность хода между отраженными когерентными волнами $1'$ и $2'$ будет равна $\lambda / 4 + \lambda / 4 + \lambda / 2 = \lambda$, что соответствует разности фаз, равной 2π . Таким образом, вследствие взаимного усиления отраженных волн коэффициент отражения увеличится.

К сожалению, данным методом практически невозможно получить $R > 0,3$. Получить R близким к единице можно с помощью многолучевой интерференции, приводящей к сужению интерференционных максимумов и резкому увеличению их интенсивности. Для получения многолучевой интерференции пользуются системой многих слоев, нанесенных на отражающую поверхность. В результате удастся получить коэффициент отражения $R \approx 0,99$, что особенно важно в лазерной технике. Для получения такого высокого коэффициента отражения на поверхность стекла наносят 11–13 слоев.

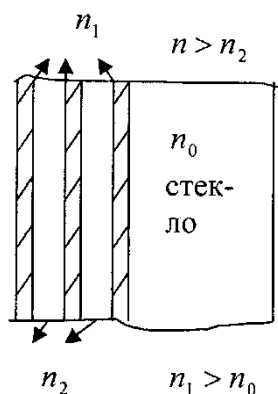


Рис. 2.11

Слои наносят следующим образом. На стекло (рис. 2.11) наносят определенное число диэлектриче-

ских пленок с разными показателями преломления, но с одинаковой оптической толщиной, равной $\lambda / 4$, причем их наносят так, чтобы между двумя слоями с большим показателем преломления n_1 (например, сульфид цинка, для которого $n_1 \approx 2,3$) находилась диэлектрическая пленка с малым показателем преломления n_2 (например, фторид лития с $n_2 \approx 1,3$). Легко убедиться, что в этом случае все отраженные волны будут синфазными и поэтому будут взаимно усиливаться. Характерным свойством такой высокоотражающей системы является тот факт, что она действует в довольно узкой спектральной области, причем, чем больше коэффициент отражения, тем уже соответствующая область. Например, значения коэффициента отражения $R \approx 0,9$, полученного с помощью семи слоев, добиваются в области шириной $\Delta\lambda = 5000 \text{ \AA}$.

Явление интерференции также применяется в очень точных измерительных приборах, называемых интерферометрами. Все интерферометры основаны на одном и том же принципе и различаются лишь конструктивно. На рис. 2.12 представлена упрощенная схема интерферометра Майкельсона.

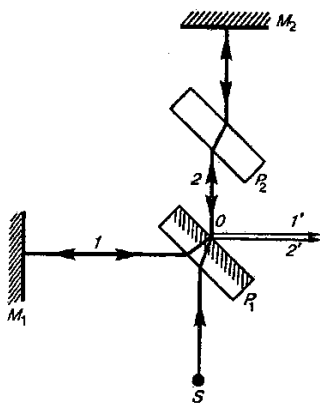


Рис. 2.12

Монохроматический свет от источника S падает под углом 45° на плоскопараллельную пластинку P_1 . Сторона пластинки, удаленная от S , посеребренная и полупрозрачная, разделяет луч на две части: луч 1 отражается от зеркала M_1 и, возвращаясь обратно, вновь проходит через пластинку P_1 (луч $1'$). Луч 2 идет к зеркалу M_2 , отражается от него, возвращается обратно и отражается от пластинки P_1 (луч $2'$). Так как первый из лучей проходит сквозь пластинку P_1 дважды, то для компенсации возникающей разницы хода на пути второго луча ставится пластинка P_2 (точно такая же, как и P_1 , только не покрытая слоем серебра).

Лучи $1'$ и $2'$ когерентны, следовательно, будет наблюдаться интерференция, результат которой зависит от оптической разности хода луча 1 от точки O до зеркала M_1 и луча 2 от точки O до зеркала M_2 . При перемещении одного из зеркал на расстояние $\lambda / 4$ разность хода обоих лучей увеличится на $\lambda / 2$ и произойдет смена освещенности зрительного поля. Следовательно, по незначительному смещению интерференционной картины можно судить о малом перемещении одного из зеркал и использовать интерферометр Майкельсона для точного (порядка 10^{-7} м) измерения длин (измерения длин, длины волны света, измерения длины тела при изменении температуры).

Применение интерферометров очень многообразно. Они применяются для изучения качества изготовления оптических деталей, исследования быстротекущих процессов, происходящих в воздухе, обтекающем летательные аппараты и т.д.

В заключение отметим: мы указали далеко не все области применения интерференции.

3. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Дифракцией называется совокупность явлений, связанных с отклонениями от законов геометрической оптики, наблюдаемых при распространении света в среде с резко выраженными неоднородностями. Дифракция, в частности, приводит к огибанию световыми волнами препятствий и проникновению света в область геометрической тени.

Для наблюдения дифракции световых волн необходимо создание специальных условий. Это обусловлено малостью световых волн.

Между интерференцией и дифракцией нет существенного физического различия. Оба явления заключаются в перераспределении светового потока в результате суперпозиции волн. По историческим причинам перераспределение интенсивности, возникающее в результате суперпозиции волн, возбуждаемых конечным числом дискретных когерентных источников, принято называть интерференцией волн. Перераспределение интенсивности, возникающее вследствие суперпозиции волн, возбуждаемых когерентными источниками, расположенными непрерывно, принято называть дифракцией волн.

Наблюдение дифракции осуществляется обычно по следующей схеме. На пути световой волны, распространяющейся от некоторого источника, помещается непрозрачная преграда, закрывающая часть волновой поверхности световой волны. За преградой располагается экран, на котором возникает дифракционная картина.

Различают два вида дифракции. Если источник света S и точка наблюдения P расположены от препятствия настолько далеко, что лучи, падающие на препятствие, и лучи, идущие в точку P , образуют практически параллельные пучки, говорят о дифракции в параллельных

лучах, или о дифракции Фраунгофера. В противном случае говорят о дифракции Френеля.

3.1. Принцип Гюйгенса – Френеля. Зоны Френеля

Проникновение световых волн в область геометрической тени может быть объяснено с помощью принципа Гюйгенса (см. п. 1.4). Однако этот принцип не дает сведений об амплитуде, а следовательно, и об интенсивности волн, распространяющихся в различных направлениях. Френель дополнил принцип Гюйгенса представлением об интерференции вторичных волн. Учет амплитуд и фаз вторичных волн позволяет найти амплитуду результирующей волны в любой точке пространства. Развитый таким образом принцип Гюйгенса получил название принципа Гюйгенса — Френеля.

Согласно принципу Гюйгенса — Френеля каждый элемент волновой поверхности S (рис. 3.1) служит источником вторичной сферической волны, амплитуда которой пропорциональна величине элемента dS .

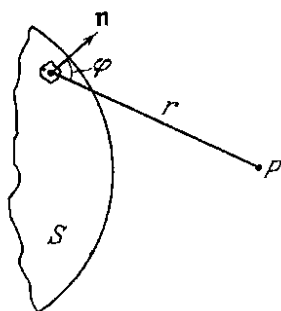


Рис. 3.1

Амплитуда сферической волны убывает с расстоянием r от источника по закону $1 / r$. Следовательно, от каждого участка dS волновой поверхности в точку P , лежащую перед этой поверхностью, приходит колебание

$$dE = K \frac{A_0 dS}{r} \cdot \cos(\omega t - kr + \alpha_0). \quad (3.1)$$

В этом выражении $(\omega t + \alpha_0)$ — фаза колебаний в месте расположения волновой поверхности S ; k — волновое число; r — расстояние от элемента поверхности dS до точки P . Множитель A_0 определяется амплитудой светового колебания в том месте, где находится dS . Коэффициент K зависит от угла φ между нормалью \vec{n} к площадке dS и направлением от dS к точке P . При $\varphi = 0$ этот коэффициент максимален, при $\varphi = \pi / 2$ он обращается в нуль.

Результирующее колебание в точке P представляет собой суперпозицию колебаний (3.1), взятых по всей волновой поверхности S :

$$E = \int_S K(\varphi) \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0) dS. \quad (3.2)$$

Эта формула является аналитическим выражением принципа Гюйгенса — Френеля.

Вычисления по формуле (3.2) представляют собой в общем случае трудную задачу. Однако, как показал Френель, в случаях, отличающихся симметрией, нахождение амплитуды результирующего колебания может быть осуществлено простым алгебраическим или геометрическим суммированием.

Чтобы понять суть метода, разработанного Френелем, определим амплитуду светового колебания, возбужденного в точке P сферической волной, распространяющейся в изотропной однородной среде из точечного источника S (рис. 3.2).

Волновые поверхности такой волны симметричны относительно прямой SP . Воспользовавшись этим, разобьем изображенную на рисунке волновую поверх-

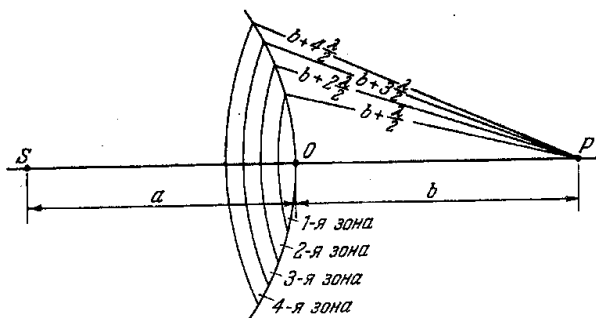


Рис. 3.2

ность на кольцевые зоны, построенные так, что расстояния от краев каждой зоны до точки P отличаются на $\lambda / 2$ (λ — длина волны в той среде, в которой распространяется волна). Обладающие таким свойством зоны носят название *зон Френеля*. Можно показать, что при не слишком больших m (m — номер зоны) площади зон примерно одинаковы. Радиус внешней границы m -й зоны определяется выражением

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} m \lambda . \quad (3.3)$$

Если положить $a = b = 1$ м и $\lambda = 5000 \text{ \AA}$, то для радиуса первой (центральной) зоны получается значение $r_1 = 0,5$ мм. Радиусы последующих зон возрастают как \sqrt{m} .

Итак, площади зон примерно одинаковы. Расстояние b_m от зоны до точки P медленно растет с номером зоны m . Угол φ между нормалью к элементам зоны и направлением на точку P также растет с m . Все это приводит к тому, что амплитуда A_m колебания, возбужденного m -й зоной в точке P , монотонно убывает с ростом m . Даже при очень больших m , когда площадь зоны начинает заметно расти с m , убывание множителя $K(\varphi)$ перевешивает рост площади, так что A_m про-

должна убывать. Таким образом, амплитуды колебаний, возбуждаемых в точке P зонами Френеля, образуют монотонно убывающую последовательность:

$$A_1 > A_2 > A_3 > \dots > A_m > A_{m+1} > \dots$$

Фазы колебаний, возбуждаемых соседними зонами, отличаются на π . Поэтому амплитуда A результирующего колебания в точке P может быть представлена в виде

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \quad (3.4)$$

В это выражение все амплитуды от нечетных зон входят с одним знаком, а от четных зон — с другим.

Запишем выражение (3.4) в виде

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots \quad (3.5)$$

Вследствие монотонного убывания A_m можно приближенно считать, что

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}.$$

Тогда выражения в скобках будут равны нулю и формула (3.5) упрощается:

$$A = \frac{A_1}{2}. \quad (3.6)$$

Согласно последней формуле, амплитуда, создаваемая в некоторой точке P всей сферической волновой поверхностью, равна половине амплитуды, создаваемой одной лишь центральной зоной. Если на пути волны поставить непрозрачный экран с отверстием, оставляющим открытой только центральную зону Френеля, амплитуда в точке P будет равна A_1 , т.е. в 2 раза превзойдет амплитуду (3.6). Соответственно интенсивность

света в точке P будет в этом случае в 4 раза больше, чем при отсутствии преград между точками S и P .

Итак, колебания от четных и нечетных зон Френеля находятся в противофазе и, следовательно, взаимно ослабляют друг друга. Если поставить на пути световой волны пластинку, которая перекрывала бы все четные или нечетные зоны, то интенсивность света в точке P резко возрастает. Такая пластинка, называемая зонной, действует подобно собирающей линзе. Еще большего эффекта можно достичь, не перекрывая четные (или нечетные) зоны, а изменяя фазу их колебаний на π . Это можно осуществить с помощью прозрачной пластинки, толщина которой в местах, соответствующих четным и нечетным зонам, отличается на надлежащим образом подобранную величину. Такая пластинка называется фазовой зонной пластинкой. По сравнению с перекрывающей зоны амплитудной зонной пластинкой фазовая дает дополнительное увеличение амплитуды в 2 раза, а интенсивность света — в 4 раза.

В качестве примеров рассмотрим дифракции от круглого отверстия и диска.

Дифракция от круглого отверстия. Поставим на пути сферической световой волны непрозрачный экран с вырезанным в нем отверстием радиуса r_0 . Расположим экран так, чтобы перпендикуляр, опущенный из источника света S , попал в центр отверстия (рис. 3.3).

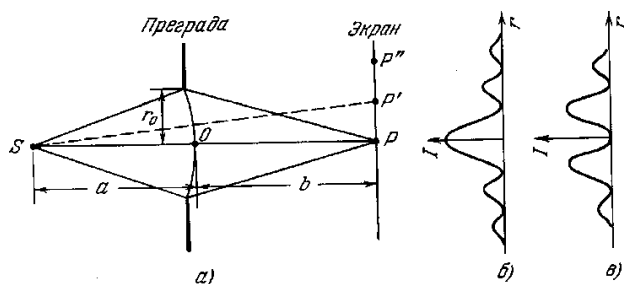


Рис. 3.3

На продолжении этого перпендикуляра возьмем точку P . При радиусе отверстия r_0 , значительно меньшем, чем указанные на рисунке длины a и b , длину a можно считать равной расстоянию от источника S до преграды, а длину b — расстоянию от преграды до точки P . Если расстояния a и b удовлетворяют соотношению

$$r_0 = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} m \lambda, \quad (3.7)$$

где m — целое число, то отверстие оставит открытыми ровно m первых зон Френеля, построенных для точки P . Из формулы (3.7)

$$m = \frac{r_0^2}{\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right). \quad (3.8)$$

В соответствии с (3.8) амплитуда в точке P будет равна

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \pm A_m. \quad (3.9)$$

Представив (3.9) в виде, аналогичном (3.5), и положив выражения в скобках равными нулю, придем к формулам

$$A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2} \quad (m - \text{нечетное}),$$

$$A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_{m-1}}{2} - A_m \quad (m - \text{четное}).$$

Амплитуды от двух соседних зон практически одинаковы. Поэтому $\frac{A_{m-1}}{2} - A_m$ можно заменить на $-\frac{A_m}{2}$. В результате получится

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}, \quad (3.10)$$

где знак плюс берется для нечетных m и минус — для четных. Для малых m амплитуда A_m мало отличается от A_1 . Следовательно, при нечетных m амплитуда в точке P будет приближенно равна A_1 , при четных m — нулю.

Выясним характер дифракционной картины, которая будет наблюдаться на экране, помещенном за преградой. Вследствие симметричного расположения отверстия относительно прямой SP освещенность в разных точках экрана будет зависеть только от расстояния r от точки P . В самой этой точке интенсивность будет достигать максимума или минимума в зависимости от того, каким — четным или нечетным — будет число открытых зон Френеля. Пусть, например, это число равно трем. Тогда в центре дифракционной картины получится максимум интенсивности. Картина зон Френеля для точки P дана на рис. 3.4, *а*.

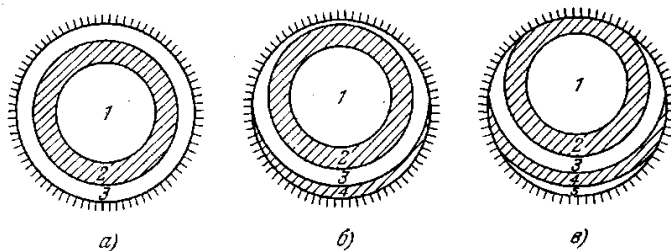


Рис. 3.4

Теперь сместимся по экрану в точку P' . Ограниченная краями отверстия картина зон Френеля для точки P' имеет вид, показанный на рис. 3.4, *б*. Края отверстия закроют часть третьей зоны, одновременно частично откроется четвертая зона. В итоге интенсивность уменьшится и при некотором положении точки P' достигнет минимума. Если сместиться по экрану в точку Френеля, одновременно откроется частично пятая зона (см. рис. 3.4, *в*). В итоге действие открытых

нечетных зон перевесит действие открытых участков четных зон, и интенсивность достигнет максимума, правда более слабого, чем максимум, наблюдающийся в точке P .

Таким образом, дифракционная картина от круглого отверстия имеет вид чередующихся светлых и темных концентрических колец. В центре картины будет либо светлое (m — нечетное), либо темное (m — четное) пятно.

Дифракция от круглого диска. Поместим между источниками света S и точкой наблюдения P непрозрачный круглый диск радиуса r_0 (рис. 3.5). Если диск закроет m первых зон Френеля, амплитуда в точке P будет равна

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots = \\ = \frac{A_{m+1}}{2} + \left(\frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2} \right) + \dots$$

Выражения, стоящие в скобках, можно положить равными нулю, следовательно,

$$A = \frac{A_{m+1}}{2}. \quad (3.11)$$

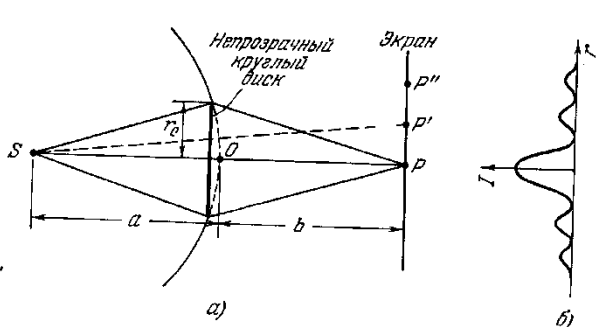


Рис. 3.5

Выясним характер картины, получающейся на экране. Очевидно, что освещенность может зависеть только от расстояния r до точки P . При небольшом числе за-

крытых зон амплитуда A_{m+1} мало отличается от A_1 . Поэтому интенсивность в точке P будет почти такая же, как и при отсутствии преграды между источником S и точкой P . Для точки P' , смещенной относительно точки P в любом радиальном направлении, диск будет перекрывать $(m+1)$ зоны, одновременно откроется часть m -й зоны. Это вызовет уменьшение интенсивности. При некотором положении точки P' интенсивность достигнет минимума. Если сместиться из центра картины еще дальше, диск перекроет дополнительно часть $(m+2)$ -й зоны, одновременно откроется часть $(m-1)$ -й зоны. В результате интенсивность возрастет и в точке P'' достигнет максимума.

Таким образом, в случае непрозрачного круглого диска дифракционная картина имеет вид чередующихся светлых и темных концентрических колец. В центре картины помещается светлое пятно. Изменение интенсивности света I с расстоянием r от точки P изображено на рис. 3.5, б.

Дифракция Фраунгофера от щели. Пусть на очень длинную узкую прямоугольную щель ширины b падает по нормали к ней плоская световая волна (рис. 3.6). Поместим за щелью собирательную линзу, а в фокальной плоскости линзы экран. Волновые поверхности падающей волны, плоскость щели и экран параллельны друг другу.

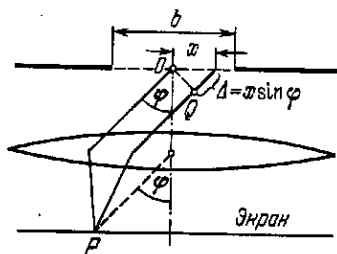


Рис. 3.6

Рассчитаем дифракционную картину методом зон Френеля. Для этого разобьем щель на зоны Френеля, имеющие вид полос, параллельных ребрам щели. Ширина зоны равна $\lambda / 2 \cdot \sin \varphi$, так что оптическая разность хода лучей, проведенных из краев зоны в данном направлении, равна $\lambda / 2$. Все зоны в заданном направлении излучают свет совершенно одинаково. При интерференции света от каждой пары соседних зон амплитуда результирующих колебаний равна нулю, так как эти зоны вызывают колебания с одинаковыми амплитудами, но противоположными фазами. Таким образом, результат интерференции в точке P определяется тем, сколько зон Френеля укладывается в щели. Если число зон четное, т.е.

$$b \cdot \sin \varphi = \pm \frac{2k\lambda}{2} \quad (k = 1, 2, \dots), \quad (3.12)$$

то наблюдается дифракционный минимум (полная темнота). Знак минус в правой части формулы (3.12) соответствует лучам света, распространяющимся от щели под углом $-\varphi$.

Если число зон нечетное, т.е.

$$b \cdot \sin \varphi = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (k = 1, 2, \dots), \quad (3.13)$$

то наблюдается дифракционный максимум, соответствующий действию одной зоны Френеля. Величина k называется порядком дифракционного максимума.

В направлении $\varphi = 0$ наблюдается самый интенсивный центральный максимум нулевого порядка: здесь колебания, вызываемые всеми участками щели, совершаются в одной фазе.

Расчет дифракционной картины, основанный на использовании метода зон Френеля, является приближенным. Точное решение этой задачи осуществляется

путем разбиения щели на бесконечное число одинаковых бесконечно узких полос. В результате для распределения интенсивности света в дифракционной картине получим соотношение

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2 \left[\left(\frac{\pi b}{\lambda} \right) \cdot \sin \varphi \right]}{\left[\left(\frac{\pi b}{\lambda} \right) \cdot \sin \varphi \right]^2}, \quad (3.14)$$

где I_0 — интенсивность в середине интерференционной картины (при $\varphi = 0$);

I_{φ} — интенсивность в точке, положение которой определяется данным углом φ . График функции (3.14) изображен на рис. 3.7.

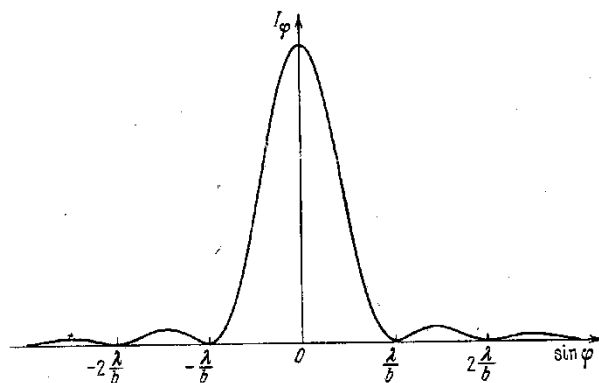


Рис. 3.7

Краям центрального максимума соответствуют значения угла φ , получающиеся из условия $b \cdot \sin \varphi = \pm \lambda$. Эти значения равны $\pm \arcsin(\lambda / b)$. Следовательно, угловая ширина центрального максимума равна

$$\delta \varphi = 2 \arcsin \frac{\lambda}{b}. \quad (3.15)$$

Дифракционная решетка. Дифракционной решеткой называется совокупность большого числа одинаковых, отстоящих друг от друга на одно и то же расстояние, щелей (рис. 3.8). Расстояние d между серединами соседних щелей называется периодом решетки.

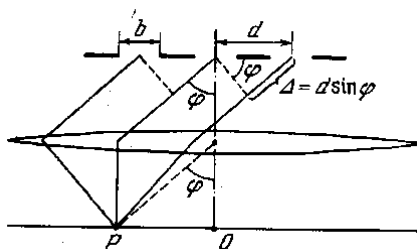


Рис. 3.8

Расположим параллельно решетке собирающую линзу, в фокальной плоскости которой поставим экран. Выясним характер дифракционной картины, получающейся на экране при падении на решетку плоской световой волны (для простоты будем считать, что волна падает на решетку нормально). Каждая из щелей даст на экране картину, описываемую кривой на рис. 3.7. Картины от всех щелей придутся на одно и то же место экрана (независимо от положения щели, центральный максимум лежит против центра линзы). Если бы колебания, приходящие в точку P от различных щелей, были некогерентными, результирующая картина от N щелей отличалась бы от картины, создаваемой одной щелью лишь тем, что все интенсивности возросли бы в N раз. Однако колебания от различных щелей являются в большей или меньшей степени когерентными; поэтому результирующая интенсивность будет отлична от $N \cdot I_\varphi$ (I_φ — интенсивность, создаваемая одной щелью).

В дальнейшем мы будем предполагать, что радиус когерентности падающей волны намного превышает длину решетки, так что колебания от всех щелей мож-

но считать когерентными друг относительно друга. В этом случае результирующее колебание в точке P , положение которой определяется углом φ , представляет собой сумму N колебаний с одинаковой амплитудой A_φ , сдвинутых относительно друг друга по фазе на одну и ту же величину δ .

Соответствующий расчет дает

$$I_{\text{реу}} = I_0 \frac{\sin^2 \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}}{\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} \right)^2} \cdot \frac{\sin^2 \frac{N \pi d \sin \varphi}{\lambda}}{\sin^2 \frac{\pi d \sin \varphi}{\lambda}} \quad (3.16)$$

(I_0 – интенсивность, создаваемая одной щелью против центра линзы).

Первый множитель в (3.16) обращается в нуль в точках, для которых

$$b \cdot \sin \varphi = \pm k \lambda \quad (k = 1, 2, 3, \dots). \quad (3.17)$$

В этих точках интенсивность, создаваемая каждой из щелей в отдельности, равна нулю.

Второй множитель в (3.16) принимает значение N^2 в точках, удовлетворяющих условию

$$d \cdot \sin \varphi = \pm m \lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (3.18)$$

Для направлений, определяемых этим условием, колебания от отдельных щелей взаимно усиливают друг друга, вследствие чего амплитуда колебаний в соответствующей точке экрана равна

$$A_{\text{max}} = N \cdot A_\varphi \quad (3.19)$$

(A_φ – амплитуда колебания, посылаемого одной щелью под углом φ).

Условие (3.18) определяет положения максимумов интенсивности, называемых главными. Число m опре-

деляет порядок главного максимума. Максимум нулевого порядка только один, максимумов 1-го, 2-го и т.д. порядков имеется по два.

Возведя равенство (3.19) в квадрат, получим, что интенсивность главных максимумов I_{\max} в N_2 раз больше интенсивности I_φ , создаваемой в направлении φ одной щелью:

$$I_{\max} = N^2 I_\varphi. \quad (3.20)$$

Кроме минимумов, определяемых условием (3.17), в промежутках между соседними главными максимумами имеется $(N - 1)$ добавочных минимумов. Эти минимумы возникают в тех направлениях, для которых колебания от отдельных щелей взаимно погашают друг друга. Направления добавочных минимумов определяются условием

$$d \cdot \sin \varphi = \pm \frac{k'}{N} \lambda \quad (3.21)$$

$$(k' = 1, 2, \dots, N - 1, N + 1, \dots, 2N - 1, 2N + 1, \dots).$$

В формуле (3.21) k' принимает все целочисленные значения, кроме $0, N, 2N, \dots$, т.е. кроме тех, при которых условие (3.21) переходит в (3.18). На рис. 3.9 приведен график функции (3.16) для $N = 4$ и $d/b = 3$.

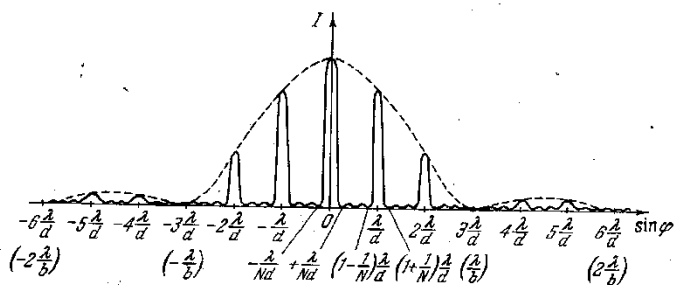


Рис. 3.9

Пунктирная кривая, проходящая через вершины главных максимумов, изображает интенсивность от одной щели, умноженную на N^2 .

Количество наблюдающихся главных максимумов определяется отношением периода решетки d к длине волны λ :

$$m \leq \frac{d}{\lambda}. \quad (3.22)$$

Положение главных максимумов зависит от длины волны λ . Поэтому при пропускании через решетку белого света все максимумы, кроме центрального, разложатся в спектр, фиолетовый конец которого обращен к центру дифракционной картины, красный — наружу. Таким образом, дифракционная решетка представляет собой спектральный прибор. Заметим, что в то время как стеклянная призма сильнее всего отклоняет фиолетовые лучи, дифракционная решетка, напротив, сильнее отклоняет красные лучи.

Основными характеристиками всякого спектрального прибора являются его дисперсия и расстояние между двумя спектральными линиями, отличающимися по длине волны на единицу (например, на 1 \AA). Разрешающая сила определяет минимальную разность длин волн $\lambda\delta$, при которой две линии воспринимаются в спектре раздельно.

Угловой дисперсией называется величина

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda}, \quad (3.23)$$

где $\delta\varphi$ — угловое расстояние между спектральными линиями, отличающимися по длине волны на $\delta\lambda$.

Чтобы найти угловую дисперсию дифракционной решетки, продифференцируем условие (3.18) главного

максимума слева по φ , а справа по λ . Опуская знак минус, получим:

$$d \cdot \cos \varphi \cdot \delta \varphi = m \delta \lambda .$$

Отсюда

$$D = \frac{\delta \varphi}{\delta \lambda} = \frac{m}{d \cdot \cos \varphi} .$$

В пределах небольших углов $\cos \varphi \approx 1$, поэтому можно положить

$$D \approx \frac{m}{d} . \quad (3.24)$$

Разрешающей силой спектрального прибора называют безразмерную величину

$$R = \frac{\lambda}{\delta \lambda} , \quad (3.25)$$

где $\delta \lambda$ — минимальная разность длин двух спектральных линий, при которой эти линии воспринимаются раздельно.

Возможность разрешения (т.е. отдельного восприятия) двух близких спектральных линий зависит не только от расстояния между ними, определяемого дисперсией прибора, но также и от ширины спектрального максимума. На рис. 3.10 показана результирующая интенсивность (сплошные кривые), наблюдающаяся при наложении двух близких максимумов (пунктирные кривые). В случае *a* оба максимума воспринимаются как один. В случае *б* между максимумами лежит минимум. Два близких максимума воспринимаются глазом раздельно в том случае, если интенсивность в промежутке между ними составляет не более 80% от интенсивности максимума. Согласно критерию, предложенному Рэле-

ем, такое соотношение имеет место в том случае, если середина одного максимума совпадает с краем другого (см. рис. 3.10, б).

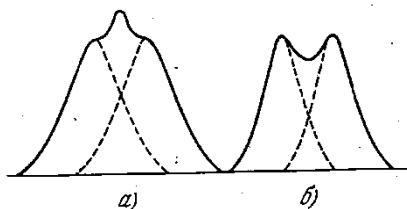


Рис. 3.10

Можно показать, что разрешающая сила дифракционной решетки определяется соотношением

$$R = mN. \quad (3.26)$$

Отсюда, разрешающая сила дифракционной решетки пропорциональна порядку спектра m и N . На рис. 3.11 сопоставлены дифракционные картины, получающиеся для двух спектральных линий с помощью решеток, отличающихся значениями дисперсий D и разрешающей силы R . Решетки *I* и *II* обладают одинаковой разрешающей силой (у них одинаковое число щелей N), но различной дисперсией (у решетки *I* период d в 2 раза больше, соответственно дисперсия D в 2 раза меньше, чем у решетки *II*).

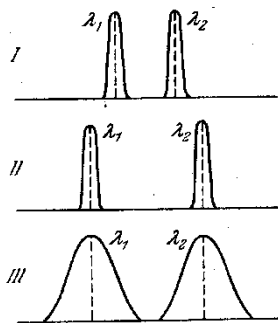


Рис. 3.11

Решетки II и III имеют одинаковую дисперсию (у них одинаковые d), но разную разрешающую силу (у решетки II число щелей N и разрешающая сила в 2 раза больше, чем у решетки III).

Дифракция рентгеновских лучей. Дифракция наблюдается также на трехмерных структурах, т.е. пространственных образованиях, обнаруживающих периодичность по трем не лежащим в одной плоскости направлениям. Подобными структурами являются все кристаллические тела. Однако их период ($\sim 10^{-10}$ м) слишком мал для того, чтобы можно было наблюдать дифракцию в видимом свете. В случае кристаллов условие $d > \lambda$ (условие возникновения дифракционных максимумов) выполняется только для рентгеновских лучей.

Ю. В. Вульф и английские физики У. Г. и У. Л. Брэгги показали независимо друг от друга, что расчет дифракционной картины от кристаллической решетки можно осуществить следующим простым способом. Проведем через узлы кристаллической решетки параллельные равноотстоящие плоскости (рис. 3.12), которые мы будем называть атомными слоями.

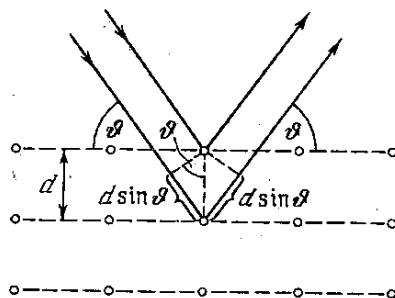


Рис. 3.12

Если падающая на кристалл волна плоская, огибающая вторичных волн, порождаемых атомами, лежа-

щими в таком слое, также будет представлять собой плоскость. Таким образом, суммарное действие атомов, лежащих в одном слое, можно представить в виде плоской волны, отразившейся от усеянной атомами поверхности по обычному закону отражения.

Плоские вторичные волны, отразившиеся от разных атомных слоев, когерентны и будут интерферировать между собой подобно волнам, посылаемым в данном направлении различными щелями дифракционной решетки. При этом, как и в случае решетки, вторичные волны будут практически погашать друг друга во всех направлениях, кроме тех, для которых разность хода между соседними волнами является кратной λ . Из рис. 3.12 видно, что разность хода двух волн, отразившихся от соседних атомных слоев, равна $2d \cdot \sin \vartheta$, где d — период идентичности кристалла в направлении, перпендикулярном к рассматриваемым слоям; ϑ — угол, дополнительный к углу падения и называемый *углом скольжения* падающих лучей. Следовательно, направления, в которых получаются дифракционные максимумы, определяются условием

$$2d \cdot \sin \vartheta = \pm m\lambda \quad (m = 1, 2, \dots). \quad (3.27)$$

Это соотношение называется формулой Брэгга-Вульфа.

Атомные слои в кристалле можно провести множеством способов. Каждая система слоев может дать дифракционный максимум, если для нее окажется выполнимым условие (3.27). Однако заметную интенсивность имеют лишь те максимумы, которые получаются за счет отражений от слоев, достаточно густо усеянных атомами.

Дифракция рентгеновских лучей от кристаллов находит два основных применения. Она используется для

исследования спектрального состава рентгеновского излучения (рентгеновская спектроскопия) и для изучения структуры кристаллов (рентгеноструктурный анализ).

Голография (т.е. «полная запись», от греческого: голо — весь, графо — пишу) есть особый способ фиксирования на фотопластинке световой волны, отраженной предметом. При освещении этой пластинки (голограммы) пучком света зафиксированная на ней волна восстанавливается в почти первоначальном виде, так что при восприятии восстановленной волны глазом зрительное ощущение бывает практически таким, каким оно было бы при наблюдении самого предмета.

Голография была изобретена английским физиком Д. Габором в 1947 г. Однако практически идея Габора была осуществлена только после появления в 1960 г. источников света высокой степени когерентности — лазеров. Исходная схема Габора была усовершенствована американскими физиками Э. Лейтоном и Ю. Упатниексом, которые получили в 1963 г. первые лазерные голограммы. Ю. Н. Денисюк в России предложил в 1963 г. оригинальный метод фиксирования голограмм толстослойной эмульсией. Этот метод, в отличие от голограмм на тонкослойной эмульсии, дает цветное изображение предмета.

Здесь мы ограничимся элементарным рассмотрением метода получения голограмм на тонкослойной эмульсии.

Если мы хотим регистрировать и восстанавливать волну, то необходимо уметь регистрировать и восстанавливать амплитуду и фазу идущей от предмета волны. Такая возможность представляется в связи с тем, что фазовая и амплитудная информация заложена в формуле (см. подраздел 2.2)

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cdot \cos(\alpha_2 - \alpha_1). \quad (3.28)$$

Как видно из этого выражения, распределение интенсивности в интерференционной картине определяется кроме амплитуд интерферирующих волн также и разностью их фаз. Следовательно, для регистрации как фазовой, так и амплитудной информации необходимо кроме волны, идущей от предмета (будем ее называть предметной волной), иметь еще одну когерентную с ней волну (которую принято называть опорной волной).

Таким образом, приходим к выводу: для регистрации и восстановления волны, дифрагированной предметом, (следовательно, промодулированной как по фазе, так и по амплитуде), необходимо заставить ее проинтерферировать с когерентной опорной волной с известной фазой, затем с помощью дифракции опорной волны извлечь из общей интерференционной картины предметную волну. Это и есть идея голографирования. Ее практически можно осуществить следующим образом.

Расширенный с помощью простого оптического устройства пучок лазера (рис. 3.13) одновременно направляется на исследуемый объект и на зеркало. Отраженная от зеркала опорная волна и рассеянная объектом световая волна падают на обычную фотопластинку, где происходит регистрация возникшей сложной интерференционной картины. После соответствующей экспозиции фотопластинку проявляют, в результате чего получается так называемая голограмма — зарегистрированная на фотопластинке интерференционная картина, полученная при наложении опорной и предметной волн.

Для восстановления волнового поля предмета, тем самым для получения его объемного изображения, голограмму помещают в то место, где была расположена фотопластинка при фотографировании, и затем освещают

шают голограмму световым пучком того же лазера под тем же углом, под которым было осуществлено экспонирование. При этом происходит дифракция опорной волны на голограмме, и мы видим «мнимое» объемное изображение со всеми присущими самому объекту свойствами.

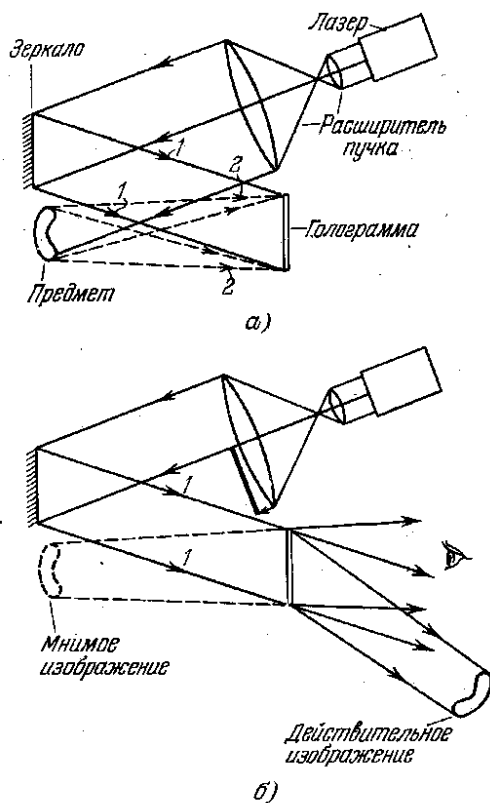


Рис. 3.13

От голограммы в глаз попадает такая же волна, какая попала бы от самого объекта. Кроме мнимого изображения получается также действительное изображение объекта, имеющее рельеф, противоположный рельефу самого объекта (см. рис. 3.13, б).

Элементарные расчеты показывают, что голограмма восстанавливает ту из волн, участвовавших в ее образовании, которая отсутствовала при восстановлении волнового фронта. Пусть на фотопластинке сходятся две когерентные волны с плоскими фронтами (рис. 3.14). Углы падения первой и второй волн обозначим соответственно через i_1 и i_2 .

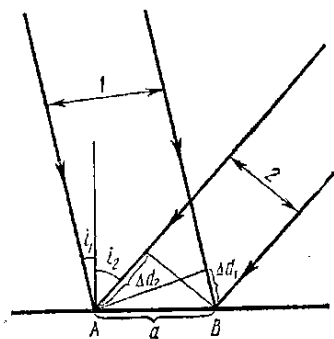


Рис. 3.14

В результате интерференции двух когерентных волн на пластинке образуется система интерференционных полос. Пусть точки A и B соответствуют положениям двух соседних полос. Поскольку при переходе от A к B разность хода пучков 1 и 2 меняется на λ , то $\Delta d_1 + \Delta d_2 = \lambda$, где $\Delta d_1 = a \cdot \sin i_1$, $\Delta d_2 = a \cdot \sin i_2$; a — расстояние между серединами двух соседних полос.

Зарегистрированная таким образом голограмма представляет собой дифракционную решетку с постоянной a , определяемой как

$$a = \frac{\lambda}{\sin i_1 + \sin i_2}. \quad (3.29)$$

Если предположить, что коэффициент пропускания фотопластинки по амплитуде линейно зависит от интенсивности падающего на нее света, то полученная

система полос, как следует из (3.28), будет иметь синусоидальное распределение пропускания.

Направим теперь на голограмму (синусоидальную дифракционную решетку) один из пучков, принимавших участие в ее образовании, например пучок I). Если угол падения луча на дифракционную решетку обозначить через i , а угол дифракции через β , то, как известно, они связаны соотношением

$$a(\sin i + \sin \beta) = m\lambda,$$

где m — порядок спектра.

Для синусоидальной решетки $m = 1$ и поэтому $\sin \beta = \frac{\lambda}{a} - \sin i$. Поскольку в нашем случае угол падения есть i_1 , то, положив $i = i_1$ и учитывая $\frac{\lambda}{a} = \sin i_1 + \sin i_2$, получим:

$$\sin \beta = \sin i_1 + \sin i_2 - \sin i_1 = \sin i_2,$$

отсюда $\beta = i_2$, т.е. при освещении голограммы пучком I восстанавливается пучок 2 . Если освещение голограммы производилось бы пучком 2 , то восстановился бы пучок 1 .

Таким образом, голограмма восстанавливает ту из волн, участвовавших в ее образовании, которая отсутствовала при восстановлении волнового фронта.

Рассматривая из разных положений объемное изображение предмета, даваемое голограммой, можно увидеть более удаленные предметы, закрытые более близкими из них (можно заглянуть за ближние предметы). Это объясняется тем, что перемещая голову в сторону, мы воспринимаем изображение, восстановленное от периферической части голограммы, на которую при экспонировании падали также лучи, отраженные от скрытых предметов.

Голограмму можно расколоть на несколько кусков. Но даже малая часть голограммы восстанавливает полное изображение. Однако уменьшение размеров голограммы приводит к ухудшению четкости получаемого изображения. Это объясняется тем, что голограмма для опорного пучка служит дифракционной решеткой, а при уменьшении числа штрихов дифракционной решетки ее разрешающая способность уменьшается.

Методы голографии (запись голограммы в трехмерных средах, цветное и панорамное голографирование и т.д.) все более развиваются.

Применения голографии разнообразны, но наиболее важными являются запись и хранение информации. В качестве будущих разработок могут служить ЭВМ с голографической памятью, голографический электронный микроскоп, голографическое кино и телевидение и т.д.

4. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

4.1. Естественный и поляризованный свет

В естественном свете колебания векторов \vec{E} и \vec{H} различных перпендикулярных к лучу направлений быстро и беспорядочно сменяют друг друга. Поэтому все направления колебаний равновероятны. Свет, у которого направления колебаний упорядочены каким-либо образом, называется поляризованным. Если колебания светового вектора происходят только в одной проходящей через луч плоскости, свет называется плоско- (или линейно-) поляризованным. Упорядоченность колебаний может заключаться в том, что вектор \vec{E} поворачивается вокруг луча, одновременно пульсируя по величине. В результате конец вектора \vec{E} описывает эллипс. Такой свет называется эллиптически поляризованным. Если конец вектора \vec{E} описывает окружность, свет называется поляризованным по кругу.

Рассмотрим два взаимно-перпендикулярных электрических колебания, совершающихся вдоль осей x и y и отличающихся по фазе на δ :

$$E_x = A_1 \cdot \cos \omega t, \quad E_y = A_2 \cdot \cos(\omega t + \delta). \quad (4.1)$$

Результирующая напряженность \vec{E} является векторной суммой напряженностей E_x и E_y (рис. 4.1, a). Угол φ между направлением вектора \vec{E} и осью x определяется соотношением

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{E_y}{E_x} = \frac{A \cdot \cos(\omega t + \delta)}{A_1 \cdot \cos \omega t}. \quad (4.2)$$

Если разность фаз δ претерпевает случайные хаотические изменения, то и угол φ , т.е. направление светового вектора \vec{E} , будет испытывать скачкообразные неупорядоченные изменения. Следовательно, есте-

ственный свет можно представить как наложение двух некогерентных световых волн, поляризованных во взаимно-перпендикулярных плоскостях и имеющих одинаковую интенсивность. Такое представление упрощает рассмотрение прохождения света через поляризованные устройства.

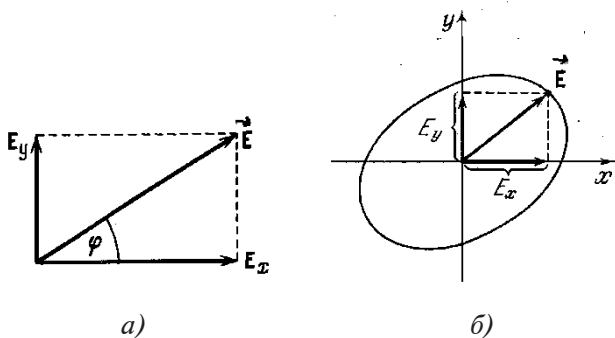


Рис. 4.1

Теперь допустим, что накладывающиеся поляризованные во взаимно-перпендикулярных плоскостях световые волны когерентны. В этом случае при сложении взаимно-перпендикулярных электрических колебаний E_x и E_y , совершающихся с постоянной разностью фаз (т.е. когерентных), конец результирующего вектора E в общем случае движется по эллипсу (см. рис. 4.1, б), в частности, может получиться движение по прямой или окружности. Следовательно, две плоскополяризованные световые волны, плоскости колебаний которых взаимно-перпендикулярны, при наложении друг на друга дают эллиптически поляризованную световую волну. При разности фаз δ , равной нулю или π , эллипс вырождается в прямую и получается плоскополяризованный свет. При $\delta = \pm\pi/2$ и равенстве амплитуд складываемых волн эллипс превращается в окружность — получается свет, поляризованный по кругу.

В зависимости от направления вращения вектора \vec{E} различают правую и левую эллиптическую и круговую поляризацию.

Плоскость, в которой колеблется световой вектор в плоскополяризованной волне, называется *плоскостью колебаний*, или *плоскостью поляризации*.

Плоскополяризованный свет можно получить из естественного с помощью приборов, называемых *поляризаторами*. Эти приборы свободно пропускают колебания, параллельные плоскости, которую называют плоскостью поляризатора, и полностью или частично задерживают колебания, перпендикулярные к этой плоскости. Поляризатор, задерживающий перпендикулярные к плоскости поляризатора колебания только частично, называется несовершенным. На выходе из такого поляризатора получается свет, в котором колебания одного направления преобладают над колебаниями других направлений. Такой свет называется *частично поляризованным*.

Если пропустить частично поляризованный свет через поляризатор, то при вращении прибора вокруг направления луча интенсивность прошедшего света будет изменяться в пределах от I_{\max} до I_{\min} , причем переход от одного из этих значений к другому будет совершаться при повороте на угол, равный $\pi/2$. Выражение

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (4.3)$$

называется степенью поляризации. К эллиптически поляризованному свету понятие степени поляризации неприменимо (у такого света колебания полностью упорядочены).

Колебание амплитуды A , совершающееся в плоскости, образующей с плоскостью поляризатора угол φ ,

можно разложить на два колебания с амплитудами $A_{\parallel} = A \cdot \cos \varphi$ и $A_{\perp} = A \cdot \sin \varphi$ (рис. 4.2; луч перпендикулярен к плоскости рисунка). Первое колебание пройдет через прибор, второе будет задержано. Интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды. Поэтому если на поляризатор падает плоскополяризованный свет интенсивности I_0 , то интенсивность прошедшего света определяется соотношением

$$I = I_0 \cdot \cos^2 \varphi \quad (4.4)$$

(рис. 4.3; φ — угол между плоскостью колебаний падающего света и плоскостью поляризатора). Формула (4.4) носит название закона Малюса.

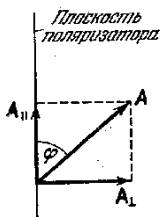


Рис. 4.2

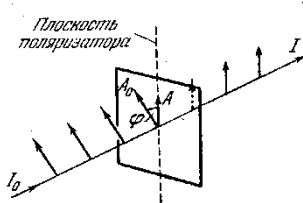


Рис. 4.3

4.2. Поляризация света при отражении и преломлении

Если угол падения света на границу раздела двух прозрачных диэлектриков (например, на поверхность стеклянной пластинки) отличен от нуля, то отраженный и преломленный лучи оказываются частично поляризованными. В отраженном луче преобладают колебания, перпендикулярные к плоскости падения, в преломленном луче — колебания, параллельные плоскости падения (рис. 4.4). Степень поляризации зависит от угла падения.

Обозначим через $\vartheta_{Бр}$ угол, определяемый условием

$$\operatorname{tg} \vartheta_{Бр} = n_{12} \quad (4.5)$$

(n_2 — показатель преломления второй среды относительно первой). При угле падения, равном ϑ_{Br} , отраженный луч полностью поляризован (он содержит только колебания, перпендикулярные к плоскости падения). Степень поляризации преломленного луча при угле падения, равном ϑ_{Br} , достигает наибольшего значения, однако этот луч остается поляризованным только частично.

Соотношение (4.5) носит название закона Брюстера. Легко убедиться в том, что при падении света под углом Брюстера отраженный и преломленный лучи взаимно-перпендикулярны.

Явление поляризации света при отражении и преломлении объясняет электромагнитная теория Максвелла. Мы ограничимся качественным объяснением. Предположим для простоты, что отражение и преломление происходят на границе диэлектрика с вакуумом. Падающая световая волна, проникнув в диэлектрик, заставляет оптические электроны атомов совершать вынужденные колебания. Колеблющиеся электроны излучают электромагнитные волны, которые мы назовем вторичными. Вне диэлектрика вторичные волны, налагаясь друг на друга, дают отраженную волну. Внутри диэлектрика вторичные волны складываются с падающей первичной волной. Результирующая первичной и вторичной волн образует преломленную волну. Вынужденные колебания электронов совершаются в направлении вектора \vec{E} этой результирующей волны.

Рассмотрим один из электронов, излучающих вторичную волну. Разложим колебание электрона на два колебания, одно из которых совершается в плоскости падения, второе — в направлении, перпендикулярном к этой плоскости.

Первое колебание изображено на рис. 4.5 сплошной двусторонней стрелкой, второе — штриховой стрелкой.

Каждому из колебаний соответствует плоскополяризованная вторичная волна. Сильнее всего электрон излучает в направлении, перпендикулярном к направлению колебаний; в направлении колебаний электрон не излучает.

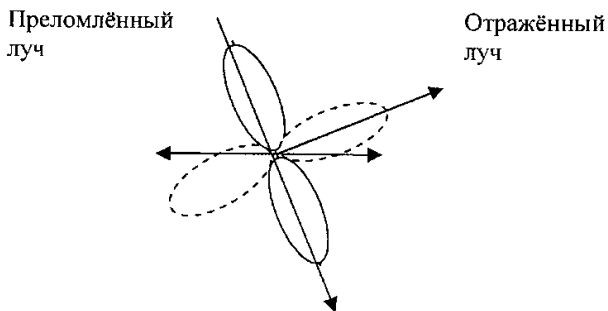


Рис. 4.5

Из рис. 4.5 следует, что в направлении отраженного луча интенсивность вторичной волны с плоскостью колебаний, перпендикулярной к плоскости падения (штриховой лепесток), намного превышает интенсивность вторичной волны, в которой вектор \vec{E} колеблется в плоскости падения (сплошной лепесток). Следовательно, в отраженном луче колебания, перпендикулярные к плоскости падения, преобладают над колебаниями иных направлений, поэтому отраженный луч оказывается частично поляризованным. При падении света под углом Брюстера направление колебаний электронов, параллельных плоскости падения (сплошная двусторонняя стрелка), совпадает с направлением отраженного луча, так что интенсивность вторичной волны с соответствующим направлением колебаний обращается в нуль — отраженный луч оказывается полностью поляризованным.

В естественном падающем луче интенсивность колебаний различных направлений одинакова. Энергия

этих колебаний распределяется между отраженной и преломленной волнами. Поэтому если в отраженном луче будет больше интенсивность колебаний одного направления, то в силу закона сохранения энергии в преломленном луче должна быть больше интенсивность колебаний другого направления. Отсюда следует, что преломленный луч будет частично поляризован.

4.3. Поляризация света при двойном лучепреломлении

При прохождении света через все прозрачные кристаллы, за исключением принадлежащих к кубической системе, наблюдается явление, заключающееся в том, что упавший на кристалл луч разделяется на два луча, распространяющихся с разными скоростями и в разных направлениях. Это явление получило название двойного лучепреломления.

Кристаллы, обладающие двойным лучепреломлением, подразделяются на одноосные и двуосные. У одноосных кристаллов один из преломленных лучей подчиняется обычному закону преломления. Этот луч называется обыкновенным и обозначается буквой *o*. Для другого луча, называемого необыкновенным (его обозначают буквой *e*), отношение синуса угла падения и угла преломления не остается постоянным при изменении угла падения. Даже при нормальном падении света на кристалл необыкновенный луч не лежит, как правило, в одной плоскости с падающим лучом и нормально к преломляющей поверхности. Примерами одноосных кристаллов могут служить исландский шпат, кварц и турмалин. У двуосных кристаллов (слюда, гипс) оба луча необыкновенные. Далее мы ограничимся рассмотрением только одноосных кристаллов.

У одноосных кристаллов имеется направление, вдоль которого обыкновенный и необыкновенный лучи

распространяются, не разделяясь, и с одинаковой скоростью. Это направление называется оптической осью кристалла. Любая прямая, параллельная данному направлению, также является оптической осью кристалла.

Любая плоскость, проходящая через оптическую ось, называется главным сечением, или главной плоскостью, кристалла. Обычно рассматривают главное сечение, проходящее через световой луч.

Исследование обыкновенного и необыкновенного лучей показывает, что оба луча полностью поляризованы во взаимно-перпендикулярных направлениях (рис. 4.6).

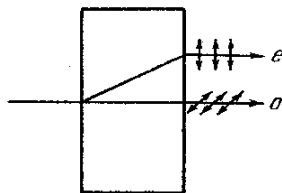


Рис. 4.6

Плоскость колебаний обыкновенного луча перпендикулярна к главному сечению кристалла. В необыкновенном луче колебания светового вектора совершаются в плоскости, совпадающей с главным сечением. По выходе из кристалла оба луча отличаются друг от друга только направлением поляризации.

В некоторых кристаллах один из лучей поглощается сильнее другого. Это явление называется *дихроизмом*. Очень сильным дихроизмом в видимых лучах обладает кристалл турмалина. В нем обыкновенный луч практически полностью поглощается на длине 1 мм. В кристаллах сульфата йодистого хинина один из лучей поглощается на пути примерно в 0,1 мм.

На явлении двойного лучепреломления основано действие поляризационного устройства, называемого призмой Николя (или просто николем). Оно представ-

ляет собой призму из исландского шпата (рис. 4.7), разрезанную по диагонали и склеенную канадским бальзамом.

Показатель преломления n канадского бальзама лежит между показателями преломления обыкновенного и необыкновенного лучей в исландском шпате ($n_0 > n > n_e$). Угол падения подбирается таким, чтобы обыкновенный луч претерпевал на прослойке бальзама полное внутреннее отражение и отклонялся в сторону, необыкновенный же луч свободно проходил через эту прослойку и выходил из призмы.

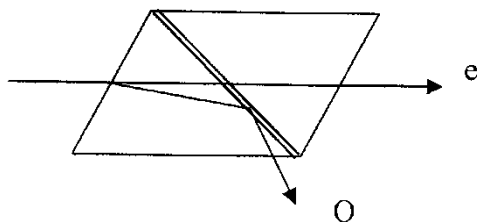


Рис. 4.7

Отметим, что поляризационное устройство, используемое для исследования характера поляризации света, называется *анализатором*.

Двойное лучепреломление объясняется анизотропией кристаллов. В кристаллах некубической системы диэлектрическая проницаемость ϵ оказывается зависящей от направления. В одноосных кристаллах ϵ в направлении оптической оси и в направлениях, перпендикулярных к ней, имеет значения ϵ_{\parallel} и ϵ_{\perp} . В других направлениях ϵ имеет промежуточные значения. Если откладывать из некоторой точки отрезки, длина которых равна значению ϵ в данном направлении, то концы отрезков образуют эллипсоид вращения, ось которого совпадает с оптической осью кристалла. Согласно (2.4), $n = \sqrt{\epsilon}$. Следовательно, из анизотропии ϵ вы-

текает, что световым волнам с различными направлениями колебаний вектора \vec{E} соответствуют разные значения показателя преломления n . Поэтому скорость световых волн зависит от направления колебаний светового вектора \vec{E} .

В обыкновенном луче колебания светового вектора происходят в направлении, перпендикулярном главному сечению кристалла (на рис. 4.8 эти колебания изображены точками на соответствующем луче). Поэтому при любом направлении обыкновенного луча (на рис. 4.8 указаны три направления — 1, 2, 3) вектор \vec{E} образует с оптической осью кристалла прямой угол, и скорость световой волны будет одна и та же, равная $v_0 = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{\perp}}}$. Изображая скорость обыкновенного луча в виде отрезков, отложенных по разным направлениям, получим сферическую поверхность. На рис. 4.8 показано пересечение этой поверхности с плоскостью чертежа. Представим, что в точке O внутри кристалла помещается точечный источник света. Тогда построенная нами сфера будет волновой поверхностью обыкновенных лучей.

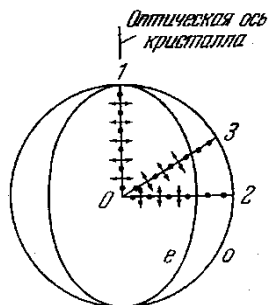


Рис. 4.8

Колебания в необыкновенном луче совершаются в главном сечении. Поэтому для разных лучей направ-

ления колебаний вектора \vec{E} (на рис. 4.8 эти направления изображены двусторонними стрелками) образуют с оптической осью разные углы α . Для луча 1 угол $\alpha = \pi / 2$, вследствие чего скорость имеет значение $v_0 = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{\perp}}}$, для луча 2 угол $\alpha = 0$ и скорость равна $v_e = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{\parallel}}}$. Для луча 3 скорость имеет промежуточное значение. Можно доказать, что волновая поверхность необыкновенных лучей представляет собой эллипсоид вращения.

Ход обыкновенного и необыкновенного лучей в кристалле можно определить с помощью принципа Гюйгенса. На рис. 4.9 построены волновые поверхности обыкновенного и необыкновенного лучей с центром в точке 2, лежащей на поверхности кристалла. Построение выполнено для момента времени, когда волновой фронт падающей плоской волны достигает точки 1. Огибающие всех вторичных волн (волны, центры которых лежат в промежутке между точками 1 и 2, на рисунке не показаны) для обыкновенного и необыкновенного лучей, очевидно, представляют собой плоскости. Преломленные лучи o и e , вышедшие из точки 2, проходят через точку касания огибающей с соответствующей волновой поверхностью. Из рис. 4.9 следует, что обыкновенный луч o совпадает с нормалью к соответствующей волновой поверхности. Необыкновенный же луч e заметно отклоняется от нормали к волновой поверхности.

Рассмотрим кристаллическую пластинку, вырезанную параллельно оптической оси. При нормальном падении плоскополяризованного света на такую пластинку из нее выйдут два когерентных луча, поляризованных во взаимно-перпендикулярных направлени-

ях. Отношение амплитуд этих лучей зависит от угла φ между плоскостью колебаний в падающем луче и оптической осью пластинки (рис. 4.10).

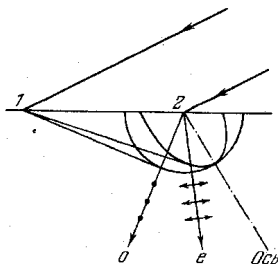


Рис. 4.9

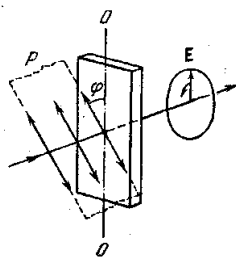


Рис. 4.10

При $\varphi = \pi / 4$ амплитуды будут одинаковыми. Поскольку обыкновенный и необыкновенный лучи распространяются с разной скоростью, между ними возникает разность фаз, зависящая от толщины пластинки и разности показателей преломления $n_o - n_e$. Пластика, у которой возникающая при прохождении через нее разность хода лучей o и e равна $\lambda / 4$ (соответственно разность фаз $\pi/2$), называется пластинкой в четверть волны.

Таким образом, при падении на пластинку в четверть волны плоскополяризованного света из пластинки выходят два световых колебания, совершаемых во взаимно-перпендикулярных направлениях и сдвинутых по фазе на $\pi/2$. В этом случае конец результирующего вектора \vec{E} движется по эллипсу. Следовательно, вышедший из пластинки свет будет эллиптически поляризованным.

В частном случае, когда $\varphi = 45^\circ$, свет будет поляризован по кругу.

На свойстве пластинки в четверть волны основан способ получения эллиптически поляризованного света (и света, поляризованного по кругу). Он заключает-

ся в последовательном пропускании естественного света через поляризатор и пластинку в четверть волны. Вращая пластинку вокруг направления луча, можно изменять отношение полуосей эллипса. Отметим, что при $\varphi = 0$ или $\pi / 2$ из пластинки выходит плоскополяризованный свет.

4.4. Искусственная оптическая анизотропия

В прозрачных аморфных телах, а также в кристаллах кубической системы может возникать двойное лучепреломление под влиянием внешних воздействий. В частности, это происходит при механических деформациях тел. Мерой возникающей оптической анизотропии служит разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей. Экспериментально установлено, что эта разность пропорциональна напряжению σ в данной точке тела (т.е. силе, приходящейся на единицу площади):

$$n_0 - n_e = k\sigma \quad (4.6)$$

(k — коэффициент пропорциональности, зависящий от свойств вещества).

Поместим стеклянную пластинку Q между скрещенными поляризаторами P и P' (рис. 4.11). Пока стекло не деформировано, такая система света не пропускает. Если же пластинку подвергнуть сжатию, то свет через пластинку начинает проходить, причем наблюдаемая в прошедших лучах картина оказывается испещренной цветными полосами. Каждая полоса соответствует одинаково деформированным местам пластинки. Следовательно, по расположению полос можно судить о распределении напряжений внутри пластинки. На этом основывается оптический метод исследования напряжений.

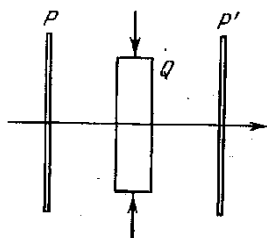


Рис. 4.11

В 1875 г. Керром было обнаружено возникновение двойного лучепреломления в жидкостях и в аморфных твердых телах под воздействием электрического поля. Это явление получило название эффекта Керра. Позже этот эффект был наблюден и в газах. На рис. 4.12 показана схема установки для исследования эффекта Керра в жидкостях. Установка состоит из ячейки Керра, помещенной между скрещенными поляризаторами P и P' . Ячейка Керра представляет собой герметический сосуд с жидкостью, в которую введены пластины конденсатора. При подаче на пластины напряжения между ними возникает практически однородное электрическое поле. Под его действием жидкость приобретает свойства одноосного кристалла с оптической осью, ориентированной вдоль поля.

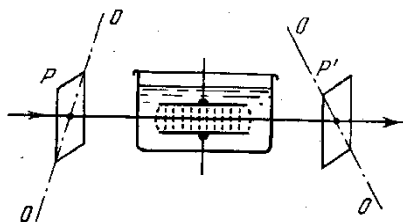


Рис. 4.12

Возникающая разность показателей преломления n_0 и n_e пропорциональна квадрату напряженности поля E :

$$n_0 - n_e = kE^2. \quad (4.7)$$

На пути l между обыкновенным и необыкновенным лучами возникает разность хода

$$\Delta = (n_0 - n_e) \ell = k \ell E^2$$

или разность фаз

$$\delta = \frac{\Delta}{\lambda_0} 2\pi = 2\pi \frac{k}{\lambda_0} \ell E^2$$

или

$$\delta = 2\pi B \ell E^2, \quad (4.8)$$

где B — характерная для вещества величина, называемая *постоянной Керра*.

Наибольшей постоянной Керра обладает нитробензол ($C_6H_5NO_2$). Постоянная Керра зависит от температуры вещества и длины волны света.

Эффект Керра объясняется различной поляризуемостью молекул по разным направлениям. В отсутствие поля молекулы ориентированы хаотически, поэтому жидкость в целом не обнаруживает анизотропии. Под действием поля молекулы поворачиваются так, чтобы в направлении поля были ориентированы либо их дипольные электрические моменты (у полярных молекул), либо направления наибольшей поляризуемости (у неполярных молекул). В результате жидкость становится анизотропной. Ориентирующему действию поля противится тепловое движение молекул. Этим обуславливается уменьшение постоянной Керра с повышением температуры.

Время, в течение которого устанавливается (при включении поля) или исчезает (при выключении поля) преимущественная ориентация молекул, составляет $10^{-13} - 10^{-10}$ с. Поэтому ячейка Керра, помещенная между скрещенными поляризаторами, может служить прак-

тически безынерционным световым затвором. В отсутствие напряжения на конденсаторе затвор будет закрыт. При включении напряжения затвор пропускает значительную часть света, падающего на первый поляризатор.

Ячейка Керра применяется в скоростной фото- и киносъемке, в оптической телефонии, в схемах для управления лазерами и т.д.

4.5. Вращение плоскости поляризации

Вращение плоскости поляризации, обнаруженное впервые на кристаллах кварца, заключается в повороте плоскости поляризации плоскополяризованного света при прохождении через вещество. Вещества, обладающие таким свойством, называют оптически активными.

Пусть монохроматический свет падает от источника S на систему «поляризатор P — анализатор A » (рис. 4.13), которые поставлены скрещенно. В этом случае свет до наблюдателя не дойдет, так как анализатор не пропускает в соответствии с законом Малюса (4.4) плоскополяризованный свет при $\varphi = 90^\circ$.

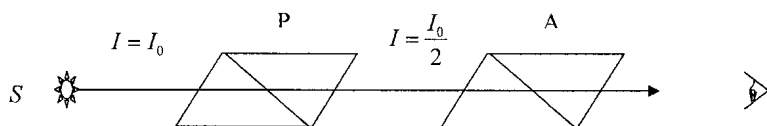


Рис. 4.13

Если между поляризатором и анализатором поместить кварцевую пластинку так, чтобы свет проходил вдоль ее оптической оси, то свет дойдет до наблюдателя. Если же анализатор повернуть на некоторый угол, то можно вновь добиться затемнения. Это свидетельствует о том, что кварцевая пластинка вызвала поворот плоскости поляризации на угол, соответствующий повороту анализатора для получения затмения.

Используя в опыте свет различной длины волн, можно обнаружить дисперсию вращения плоскости поляризации, т.е. зависимость угла поворота от длины волны.

Для определенной длины волны угол α поворота плоскости поляризации пропорционален расстоянию l , пройденному светом в оптически активном веществе:

$$\alpha = \alpha_0 \cdot l, \quad (4.9)$$

где α_0 — постоянная вращения.

Существует две модификации кварца, каждая из которых поворачивает плоскость поляризации в определенном направлении: по часовой стрелке — правовращающий (положительный) кварц, против часовой стрелки — левовращающий (отрицательный). Постоянная вращения в обоих случаях одинакова (направление вращения устанавливается относительно наблюдателя, смотрящего навстречу лучу).

Оптически активными являются также многие некристаллические тела: чистые жидкости (например, скипидар), растворы оптически активных веществ в неактивных растворителях (раствор сахара в воде), некоторые газы и пары (пары камфары).

Для растворов был установлен следующий количественный закон:

$$\alpha = [\alpha_0] c l, \quad (4.10)$$

где c — концентрация оптически активного вещества; l — толщина слоя раствора; $[\alpha_0]$ — удельное вращение, которое приблизительно обратно пропорционально квадрату длины волны и зависит от температуры и свойств растворителя.

Соотношение (4.10) лежит в основе весьма чувствительного метода измерения концентрации растворенных веществ, в частности сахара.

Этот метод (поляриметрия, или сахариметрия) широко используют в медицине для определения концентрации сахара в моче, в биофизических исследованиях.

Вращение плоскости поляризации растворами обусловлено взаимодействием электромагнитной волны с асимметричными молекулами растворенного оптически активного вещества. Такие молекулы не обладают зеркальной симметрией, т.е. при их «отражении» в зеркале получается иная форма. «Левая» молекула является зеркальным отображением «правой». Молекулы с одинаковой химической формулой, но разной структурой поворачивают плоскости поляризации в разных направлениях.

Поляриметрию применяют не только для определения концентрации растворов, но и как метод исследования структурных превращений, в частности в молекулярной биофизике.

Магнитное вращение плоскости поляризации. Оптически неактивные вещества приобретают способность вращать плоскость поляризации под действием магнитного поля. Это явление было обнаружено Фарадеем и поэтому называется иногда эффектом Фарадея. Оно наблюдается только при распространении света вдоль направления намагниченности.

Угол поворота плоскости поляризации φ определяется соотношением

$$\varphi = V\ell \cdot H. \quad (4.11)$$

Здесь V — постоянная Верде (удельное магнитное вращение); ℓ — путь, пройденный светом в исследуемом веществе; H — напряженность магнитного поля.

Направление вращения определяется направлением магнитного поля и от направления луча не зависит.

Магнитное вращение плоскости поляризации обусловлено возникающей под действием магнитного поля прецессией электронных орбит.

Оптически активные вещества под действием магнитного поля приобретают дополнительную способность вращать плоскость поляризации, которая складывается с их естественной способностью.

5. РАСПРОСТРАНЕНИЕ СВЕТА В ВЕЩЕСТВЕ

5.1. Дисперсия света

Дисперсией света называется зависимость показателя преломления вещества n от длины волны λ_0 (или частоты ω)

$$n = f(\lambda_0). \quad (5.1)$$

Для всех прозрачных бесцветных веществ функция (5.1) имеет в видимой части спектра характер, показанный на рис. 5.1. С увеличением длины волны показатель преломления падает: $\frac{dn}{d\lambda_0} < 0$. В этом случае дисперсия называется нормальной.

Если вещество поглощает часть лучей, то в области поглощения дисперсия обнаруживает аномалию — показатель преломления при увеличении длины волны увеличивается: $\frac{dn}{d\lambda_0} > 0$ (рис. 5.2). Такой ход зависимости n от λ_0 называется аномальной дисперсией.

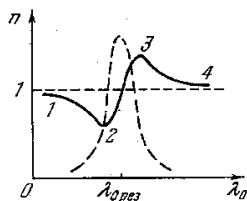


Рис. 5.1

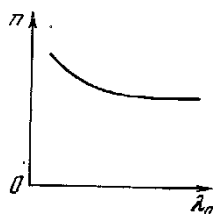


Рис. 5.2

Среды, обладающие дисперсией, называются диспергирующими. В диспергирующих средах скорость световых волн зависит от длины λ_0 или частоты ω .

Дисперсия света может быть объяснена на основе электромагнитной теории и электронной теории вещества. Как показал Г.А. Лоренц, для качественного понимания многих оптических явлений достаточно

ограничиться гипотезой о существовании внутри атомов электронов, связанных квазиупруго. Будучи выведенными из положения равновесия, такие электроны начинают колебаться, постепенно теряя энергию колебания на излучение электромагнитных волн. В результате колебания будут затухающими. Затухание можно учесть, введя «силу трения излучения», пропорциональную скорости электрона.

При прохождении электромагнитной волны через вещество каждый электрон оказывается под воздействием лоренцевой силы

$$\vec{F} = -e\vec{E} - e[\vec{v} \cdot \vec{B}].$$

Как показывает расчет, вторым слагаемым можно пренебречь и считать, что при прохождении через вещество электромагнитной волны каждый электрон находится под воздействием силы

$$F = -eE_0 \cos(\omega t + \alpha)$$

(E_0 — амплитуда напряженности электрического поля волны; α — величина, определяемая координатами данного электрона).

Видимый свет оказывает заметное воздействие только на внешние, слабее других связанные с атомами электроны, называемые валентными, или оптическими, электронами. Собственные частоты внутренних электронов сильно отличаются от частот оптического диапазона. Поэтому колебания внутренних электронов световой волной практически не возбуждаются.

Для простоты рассмотрим случай, когда в атоме имеется только один оптический электрон. Кроме того, будем считать, что атомы не взаимодействуют друг с другом (что в первом приближении справедливо для газообразных веществ).

Чтобы облегчить вычисления, затуханием за счет излучения вначале пренебрежем. Потом учтем затухание, внося в соответствующие формулы поправки.

В результате расчета получим:

$$n^2 = 1 + \frac{N}{\varepsilon_0} \cdot \frac{\frac{e^2}{m}}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (5.2)$$

Здесь N — число молекул в единице объема; e — заряд электрона; m — его масса.

При частотах ω , заметно отличающихся от собственной частоты ω_0 , $n^2 \approx 1$. Вблизи собственной частоты функция (5.2) терпит разрыв: при стремлении ω к ω_0 слева она обращается в $+\infty$, при стремлении справа — в $-\infty$ (рис. 5.3). Такое поведение функции обусловлено тем, что мы пренебрегли трением излучения (напомним, что при пренебрежении трением амплитуда вынужденных колебаний при резонансе обращается в бесконечность). Учет трения излучения приводит к зависимости n^2 от ω , показанной на рис. 5.3 сплошной кривой. Перейдя от n^2 к n , получим кривую, изображенную на рис. 5.2. Участок 3–4 аналогичен кривой, приведенной на рис. 5.1. Участки 1–2 и 3–4 соответствуют нормальной дисперсии $\left(\frac{dn}{d\lambda_0} < 0\right)$. На участке 2–3 дисперсия аномальна $\left(\frac{dn}{d\lambda_0} > 0\right)$.

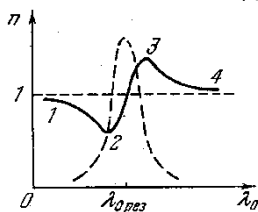


Рис. 5.3

В области $1-2$ показатель преломления меньше единицы, следовательно, фазовая скорость волны превышает c . Однако это не противоречит теории относительности, основывающейся на утверждении, что скорость передачи сигнала не может превзойти c . Передача сигнала с помощью идеально монохроматической волны невозможна.

5.2. Поглощение света

При прохождении световой волны через вещество часть энергии волны затрачивается на возбуждение колебаний электронов. Частично эта энергия вновь возвращается излучению в виде вторичных волн, порождаемых электронами; частично же она переходит в энергию движения атомов, т.е. во внутреннюю энергию вещества. Поэтому интенсивность света при прохождении через вещество уменьшается — свет поглощается в веществе. Вынужденные колебания электронов, а следовательно, и поглощение света становятся особенно интенсивными при резонансной частоте (пунктирная кривая на рис. 5.2).

Опыт показывает, что интенсивность света при прохождении через вещество убывает по экспоненциальному закону:

$$I = I_0 \cdot e^{-x\ell}. \quad (5.3)$$

Здесь I_0 — интенсивность света на входе в поглощающий слой; ℓ — толщина слоя; x — коэффициент поглощения. Это соотношение носит название закона Бугера. Продифференцировав (5.3), получим:

$$dI = -xI_0 \cdot e^{-x\ell} d\ell = -xId\ell. \quad (5.4)$$

Из (5.4) следует, что убыль интенсивности на пути $d\ell$ пропорциональна длине этого пути к значению са-

мой интенсивности. Коэффициентом пропорциональности служит коэффициент поглощения.

Из формулы (5.3) вытекает, что при $\ell = 1/x$ интенсивность I оказывается в e раз меньше, чем I_0 . Таким образом, коэффициент поглощения есть величина, обратная толщине слоя, при прохождении которого интенсивность света убывает в e раз.

Коэффициент поглощения зависит от длины волны света λ (или частоты ω). Газы при высоких давлениях, а также жидкости и твердые тела дают широкие полосы поглощения (рис. 5.4, а). По мере повышения давления газов максимумы поглощения, первоначально очень узкие (см. рис. 5.4, б), все более расширяются, и при высоких давлениях спектр поглощения газов приближается к спектрам поглощения жидкостей. Этот факт указывает на то, что расширение полос поглощения есть результат взаимодействия атомов друг с другом.

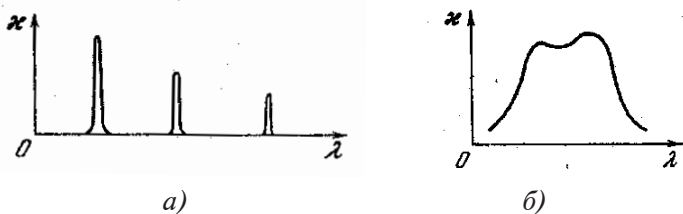


Рис. 5.4

Металлы практически непрозрачны для света. Это обусловлено наличием в металлах свободных электронов. Под действием электрического поля световой волны свободные электроны приходят в движение — в металле возникают быстропеременные токи, сопровождающиеся выделением ленц-джоулева тепла. В результате энергия световой волны быстро убывает, превращаясь во внутреннюю энергию металла.

5.3. Рассеяние света

С классической точки зрения процесс рассеяния света заключается в том, что свет, проходящий через вещество, вызывает колебания электронов в атомах. Колеблющиеся электроны возбуждают вторичные волны, распространяющиеся по всем направлениям. Это явление, казалось бы, должно при всех условиях приводить к рассеянию света. Однако вторичные волны являются когерентными, так что необходимо учесть их взаимную интерференцию.

Соответствующий расчет дает, что в случае однородной среды вторичные волны полностью гасят друг друга во всех направлениях, кроме направления распространения первичной волны. Поэтому перераспределения света по направлениям, т.е. рассеяния, не происходит.

Вторичные волны не погашают друг друга в боковых направлениях только при распространении света в неоднородной среде. Световые волны, дифрагируя на неоднородностях среды, дают дифракционную картину, характеризующуюся довольно равномерным распределением интенсивности по всем направлениям.

Такую дифракцию на мелких неоднородностях называют рассеянием света. Среды с явно выраженной оптической неоднородностью носят название мутных сред. К их числу относят: 1) дымы, т.е. взвеси в газах мельчайших твердых частиц; 2) туманы — взвеси в газах мельчайших капелек жидкости; 3) взвеси или суспензии, образованные плавающими в жидкости твердыми частичками; 4) эмульсии, т.е. взвеси мельчайших капелек одной жидкости в другой, не растворяющей первую; 5) твердые тела вроде перламутра, опалов, молочных стекол и т.п.

Свет, рассеянный на частицах, размеры которых значительно меньше длины световой волны, оказыва-

ется частично поляризованным. Это объясняется тем, что колебания электронов, вызванные рассеиваемым световым пучком, происходят в плоскости, перпендикулярной к пучку (рис. 5.5).

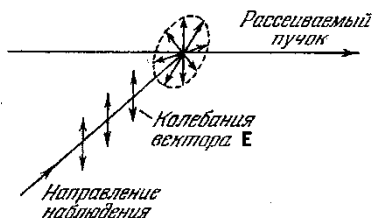


Рис. 5.5

Колебания вектора \vec{E} во вторичной волне происходит в плоскости, проходящей через направление колебаний зарядов. Поэтому свет, рассеиваемый частицами в направлениях, перпендикулярных к пучку, будет полностью поляризован.

В направлениях, образующих с пучком угол, отличный от прямого, рассеянный свет поляризован только частично.

В результате рассеяния света в боковых направлениях интенсивность в направлении распространения света убывает быстрее, чем в случае одного лишь поглощения. Поэтому для мутного вещества в выражении (5.3), наряду с коэффициентом поглощения, должен стоять добавочный коэффициент x' , обусловленный рассеянием:

$$I = I_0 e^{-(x+x')\ell}. \quad (5.5)$$

Постоянная x' называется коэффициентом экстинкции.

Если размеры неоднородностей малы по сравнению с длиной световой волны (не более $\sim 0,1\lambda$), интенсивность рассеянного света I оказывается пропорциональ-

ной четвертой степени частоты или обратно пропорциональной четвертой степени длины волны:

$$I \sim \omega^4 \sim \frac{1}{\lambda^4}. \quad (5.6)$$

Эта зависимость носит название закона Рэлея. Ее происхождение легко понять, если учесть, что мощность излучения колеблющегося заряда пропорциональна четвертой степени частоты, т.е. обратно пропорциональна четвертой степени длины волны.

Даже тщательно очищенные от посторонних примесей и загрязнений жидкости и газы в некоторой степени рассеивают свет. Причиной появления в этом случае оптических неоднородностей являются флуктуации плотности (т.е. наблюдаемые в пределах малых объемов отклонения плотности от ее среднего значения). Эти флуктуации вызваны беспорядочным движением молекул вещества, поэтому обусловленное ими рассеяние света называется *молекулярным*.

Молекулярным рассеянием объясняется голубой цвет неба. Непрерывно возникающие в атмосфере вследствие беспорядочного движения молекул места сгущения и разрежения воздуха рассеивают солнечный свет. При этом, согласно закону (5.6), голубые и синие лучи рассеиваются сильнее, чем желтые и красные, обуславливая голубой цвет неба. Когда Солнце находится низко над горизонтом, распространяющиеся непосредственно от него лучи проходят большую толщу рассеивающей среды, в результате чего они оказываются обогащенными большими длинами волн. По этой причине небо на заре окрашивается в красные тона.

Особенно благоприятные условия для возникновения значительных флуктуаций плотности имеются вблизи критического состояния вещества (в критической

точке $\frac{dp}{dV} = 0$). Эти флуктуации приводят к столь интенсивному рассеянию света, что «на просвет» стеклянная ампула с веществом кажется совершенно черной.

Это явление называется критической опалесценцией.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Укажите диапазон длин волн видимого света в вакууме и в стекле с показателем преломления $n = 1,5$. Когда законы оптики можно сформулировать на языке геометрии?

2. Сформулируйте принцип Ферма. Какая величина называется оптической длиной пути? Каков ее физический смысл?

3. Перечислите законы, составляющие основу геометрической оптики. Всегда ли они выполняются?

4. В чем состоит явление полного внутреннего отражения? Где оно используется?

5. Укажите фокальные плоскости и фокусы оптической системы.

6. В чем состоит принцип Гюйгенса?

7. Постройте изображение в собирающей и рассеивающей линзах.

8. Укажите аберрации оптических систем.

9. Перечислите фотометрические величины и единицы их измерения.

10. Какие волны являются когерентными? Почему некогерентны естественные источники света?

11. Дайте определение времени и длине когерентности.

12. Нарисуйте схему получения интерференции в опыте Юнга. Зачем нужен первый экран?

13. Напишите формулу, определяющую разность хода для полос равного наклона. В чем состоит просветление оптики?

14. Кольца Ньютона. Максимум или минимум интенсивности наблюдается в центре колец? Какую окраску имеют кольца?

15. Сформулируйте принцип Гюйгенса — Френеля.

16. Дайте определение дифракционной решетке. Какая величина называется периодом решетки? Напишите условия максимума и минимума.

17. Дайте определения угловой дисперсии и разрешающей силы дифракционной решетки. Напишите формулы, определяющие их величину.

18. Укажите природу рентгеновского излучения и напишите формулу Брэгга — Вульфа.

19. Укажите принцип голографии.

20. Сформулируйте закон Малюса и Брюстера.

21. Почему возникает двойное лучепреломление?

22. Укажите принцип действия сахариметра.

23. Какая дисперсия называется нормальной и какая аномальной?

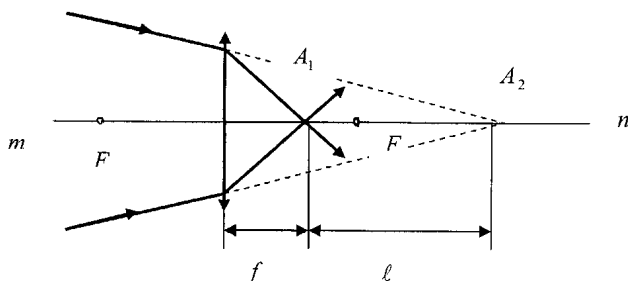
24. Почему небо голубое, а закаты красные?

25. Почему на перекрестке самый важный, запрещающий проезд, свет красный?

26. Объясните происхождение светлого пятна в центре тени, отбрасываемой диском.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. На пути сходящегося пучка лучей поставили собирающую линзу с фокусным расстоянием $F = 7$ см. В результате лучи сошлись в точке A_1 (рисунок) на расстоянии $f = 5$ см от линзы. На каком расстоянии l от точки A_1 сойдутся лучи, если линзу убрать?



Решение

Точка A_2 , в которой пересеклись бы сходящиеся лучи, если бы линзы не было, является как бы мнимым точечным источником по отношению к линзе, а точка A_1 , в которой действительно пересекутся лучи после преломления в линзе, представляет собой действительное изображение этого мнимого источника. Поэтому формула линзы применительно к этому случаю будет иметь вид

$$-\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}.$$

Здесь d — расстояние от точки A_2 , т.е. от мнимого источника до линзы, а f — расстояние от действительного изображения A_1 до линзы. Расстояние f и фокусное расстояние F нам известны, поэтому из данной формулы мы можем найти расстояние d , которое связано с искомым расстоянием l . Определим d :

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{f} - \frac{1}{F} = \frac{F - d}{f \cdot F}, \text{ откуда } d = \frac{f \cdot F}{F - f}.$$

Из рисунка следует, что

$$\ell = d - f$$

или

$$\ell = \frac{f \cdot F}{F - f} - f = f \left(\frac{F}{F - 1} - 1 \right) = f \frac{F - F + f}{F - f} = \frac{f^2}{F - f}.$$

Подставив числа, получим:

$$\ell = \frac{25}{7 - 5} = 12,5 \text{ см}.$$

Задача 2. Тонкая собирающая линза с оптической силой $D_1 = 3$ дптр сложена вплотную с тонкой рассеивающей линзой с оптической силой $D_2 = -1$ дптр так, что их главные оптические оси совпадают. Расстояние от предмета до системы этих линз $d = 80$ см. Найти высоту изображения H , если высота предмета $h = 10$ см.

Решение

Оптическая сила D системы тонких линз, сложенных вплотную, равна алгебраической сумме оптических систем этих линз в отдельности. Поскольку вторая линза рассеивающая и ее оптическая сила D_2 отрицательна, то

$$D = D_1 - D_2. \quad (1)$$

При вычислении надо подставить только модуль $|D_2|$.

Теперь систему этих двух линз мы будем рассматривать как одну линзу с оптической силой D . По формуле этой линзы

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = D \text{ или, с учетом (1) } , \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = D_1 - D_2. \quad (2)$$

Линейное увеличение линзы

$$\Gamma = \frac{H}{h} \text{ и } F = \frac{f}{d}, \text{ поэтому } \frac{H}{h} = \frac{f}{d}, \text{ откуда } H = h \frac{f}{d}. \quad (3)$$

Определим f из (2) и подставим его в (3). Тогда получим:

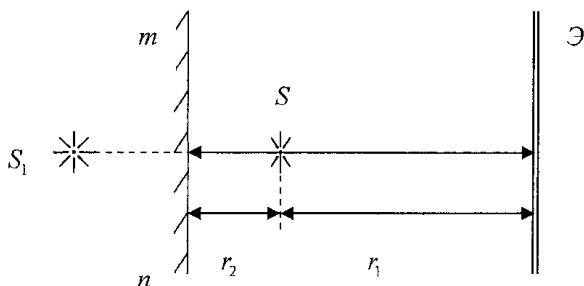
$$\frac{1}{f} = D_1 - D_2 - \frac{1}{d} = \frac{d(D_1 - D_2) - 1}{d},$$

$$f = \frac{d}{d(D_1 - D_2) - 1}; H = \frac{h}{d(D_1 - D_2) - 1}. \quad (4)$$

Произведем вычисления:

$$H = \frac{0,1}{0,8(3-1)-1} = 0,17 \text{ м.}$$

Задача 3. На расстоянии $r_1 = 1$ м от экрана Э расположен точечный источник света S с силой света $I = 80$ кд. По другую сторону от этого источника на расстоянии $r_2 = 50$ см от него расположено плоское зеркало mn (рисунок). Чему равна освещенность E экрана напротив источника света?



Решение

Освещенность E равна сумме освещенностей E_1 , созданной на экране реальным источником света S и E_2 , созданной мнимым источником света S_1 :

$$E = E_1 + E_2. \quad (1)$$

По закону освещенности, при угле падения

$$\alpha = 0^\circ, E_1 = \frac{I}{r_1^2}. \quad (2)$$

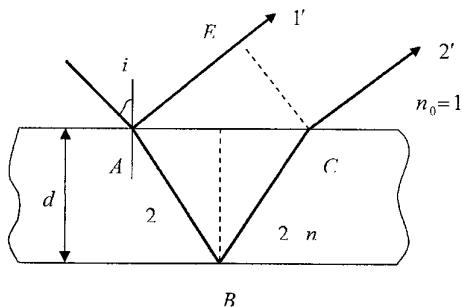
Сила света мнимого источника S_1 такая же, как и действительного, а расположен он на расстоянии r_2 от зеркала, поэтому расстояние от мнимого источника S_1 до экрана равно $r_1 + 2r_2$. С учетом этого

$$E_2 = \frac{I}{(r_1 + 2r_2)^2}. \quad (3)$$

Подставив (2) и (3) в (1), получим:

$$\begin{aligned} E &= \frac{I}{r_1^2} + \frac{I}{(r_1 + 2r_2)^2} = I \left[\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{(r_1 + 2r_2)^2} \right] = \\ &= 80 \left[\frac{1}{1^2} + \frac{1}{(1 + 2 \cdot 0,5)^2} \right] = 100 \text{ лк.} \end{aligned}$$

Задача 4. На мыльную пленку под углом $i = 45^\circ$ падает луч. При какой наименьшей толщине d пленки отраженные лучи будут окрашены в желтый цвет ($\lambda = 600$ нм)? Показатель преломления мыльной воды $n = 1,33$.



Решение

Ход лучей изображен на рисунке. Разность хода лучей $1'$ и $2'$ определяется соотношением

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda_0}{2}.$$

Наименьшая толщина пленки соответствует $m = 1$, отсюда

$$d = \frac{\lambda_0}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} = 1,33 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Задача 5. В опыте Юнга на пути одного из интерферирующих лучей помещалась тонкая стеклянная пластинка, вследствие чего центральная светлая полоса смещалась в положение, первоначально занятое пятой светлой полосой (не считая центральной). Луч падает на пластинку перпендикулярно. Показатель преломления пластинки 1,5. Длина волны $6 \cdot 10^{-7}$ м. Какова толщина пластинки?

Решение

В результате внесения стеклянной пластинки разность хода между интерферирующими лучами изменится на величину

$$\Delta = nd - d = d(n - 1),$$

где d — толщина пластинки и n — ее показатель преломления. С другой стороны, в результате внесения пластинки произошло смещение на m полос. Следовательно, добавочная разность хода, введенная пластинкой, равна $m\lambda$.

Таким образом,

$$d(n - 1) = m\lambda,$$

откуда
$$d = \frac{m\lambda}{n-1} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ м} .$$

Задача 6. В установке для наблюдения колец Ньютона пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнено жидкостью. Определить показатель преломления n жидкости, если радиус третьего светлого кольца получился равным $r_3 = 3,65$ мм. Наблюдение ведется в проходящем свете. Радиус кривизны линзы $R = 10$ м. Длина волны света $\lambda = 5,89 \cdot 10^{-5}$ см .

Решение

При наблюдении колец Ньютона в проходящем свете условие максимума света определяется соотношением

$$2bn = m\lambda . \quad (1)$$

Величина зазора b между линзой и пластинкой связана с соответствующим радиусом наблюдаемого кольца, следующим образом:

$$b = \frac{r_3^2}{2R} . \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим:

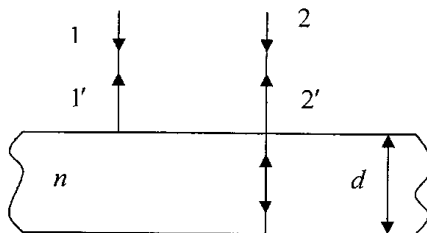
$$\frac{nr_3^2}{R} = m\lambda ,$$

откуда

$$n = \frac{m\lambda R}{r_3^2} = \frac{3 \cdot 5,89 \cdot 10^{-7} \cdot 10}{3,65^2 \cdot 10^{-6}} \approx 1,33 .$$

Задача 7. Пучок белого света падает по нормали к поверхности стеклянной пластинки толщиной $d = 0,4$ мкм . Показатель преломления стекла $n = 1,5$.

Какие длины волн λ , лежащие в пределах видимого спектра (от 400 до 760 нм), усиливаются в отраженном свете?



Решение

Интенсивность отраженного света с определенным значением λ будет увеличиваться в случае, если луч $1'$ (рисунок), отраженный от верхней поверхности пластинки, и луч $2'$, отраженный от нижней поверхности, будут находиться в одной фазе, т.е. оптическая разность хода лучей будет соответствовать условию интерференционного максимума. Эффективная оптическая длина луча $1'$: $\alpha_1 = \frac{\lambda}{2}$ из-за потери полуволны при отражении от среды оптически более плотной. Для луча $2'$ соответствующая величина $\alpha_2 = 2dn$. Рассчитаем оптическую разность хода лучей: $\Delta = \alpha_2 - \alpha_1 = 2dn - \frac{\lambda}{2}$. Используя условие максимума интерференции ($\Delta = m\lambda$), получим выражение для определения λ :

$$2dn - \frac{\lambda}{2} = m\lambda,$$

$$\text{откуда } \lambda = \frac{4dn}{2m+1} = \frac{4 \cdot 0,4 \cdot 10^{-6}}{2m+1} = \frac{2,4 \cdot 10^{-6}}{2m+1} \text{ м.}$$

По условию задачи $4 \cdot 10^{-7} \text{ м} < \lambda < 7,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$. Поэтому выбираем $m = 2$, так как при $m = 1$ и $m = 3$ значения λ выходят за пределы диапазона. Окончательно имеем

$$\lambda = 4,8 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 480 \text{ нм}.$$

Задача 8. На щель нормально падает параллельный пучок монохроматического света. Длина волны укладывается в ширине щели шесть раз. Под каким углом будет наблюдаться третий дифракционный минимум света?

Решение

Условие дифракционного минимума определяется соотношением

$$b \cdot \sin \varphi = \pm k \lambda, \quad (1)$$

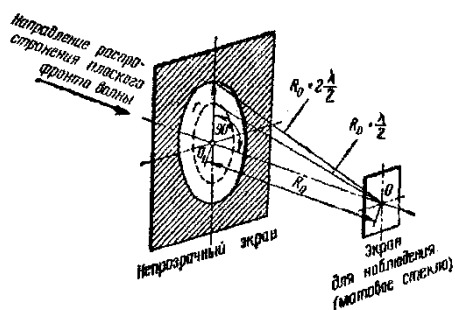
где b — ширина щели; k — порядок минимума.

Из (1) следует:

$$\sin \varphi = k \frac{\lambda}{b} = 3 \frac{1}{6} = \frac{1}{2}, \text{ отсюда } \varphi = 30^\circ.$$

Задача 9. На круглое отверстие радиусом 1 мм в непрозрачном экране падает нормально параллельный пучок света с длиной волны 0,5 мкм. На пути лучей, прошедших через отверстие, помещают экран (рисунок).

Определить максимальное расстояние от отверстия до экрана, при котором в центре дифракционной картины еще будет наблюдаться темное пятно.



Решение

Расстояние, при котором будет видно темное пятно, определяется числом зон Френеля, укладывающихся в отверстие. Если число зон четное, то в центре дифракционной картины будет темное пятно.

Число зон Френеля, помещающихся в отверстие, убывает по мере удаления экрана от отверстия. Наименьшее четное число зон равно 2. Следовательно, максимальное расстояние, при котором еще будет наблюдаться темное пятно в центре экрана, определяется условием, согласно которому в отверстие должно поместиться две зоны Френеля. Согласно рисунку, расстояние от центра экрана O до края отверстия $2\frac{\lambda}{2}$ больше, чем расстояние от центра экрана до центра отверстия $OO_1 = R_0$.

По теореме Пифагора

$$r_0^2 = \left(R_0 + 2\frac{\lambda}{2}\right)^2 - R_0^2 = 2R_0\lambda + \lambda^2.$$

Если учесть, что $\lambda \ll R_0$ и что членом, содержащим λ^2 , можно пренебречь, то это равенство можно переписать в виде

$$r^2 = 2R_0\lambda, \text{ откуда } R_0 = \frac{r^2}{2\lambda} = \frac{(10^{-3})^2}{2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}} = 1 \text{ м}.$$

Задача 10. На плоскую дифракционную решетку, имеющую $N = 200$ штрихов на $\ell = 1$ мм, нормально к ее плоскости падает пучок света от разрядной водородной трубки. Под каким минимальным углом к направлению первоначального пучка лучей нужно поставить трубку спектрометра, чтобы в поле зрения линии водорода $H_\alpha \left(\lambda_1 = 6563 \text{ \AA}\right)$ и $H_\delta \left(\lambda_2 = 4102 \text{ \AA}\right)$ совпали?

Решение

Совпадение этих линий, очевидно, возможно лишь в том случае, если спектры различных порядков перекрывают друг друга. Тогда углы отклонения для этих лучей будут одинаковы. Это условие можно выразить следующим образом:

$$\sin \varphi = \frac{m_1 \lambda_1}{d} = \frac{m_2 \lambda_2}{d} \quad \text{или}$$
$$m_1 \lambda_1 = m_2 \lambda_2, \quad (1)$$

где m_1 и m_2 – порядки тех двух спектров, для которых линии H_α и H_δ совпадают.

$$\text{Из (1)} \quad \frac{m_2}{m_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{6563}{4102} = \frac{8}{5}.$$

Следовательно, $m_2 = 8$; $m_1 = 5$.

$$\ell = Nd; \text{отсюда} \quad d = \frac{\ell}{N} = \frac{10^{-3}}{200} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

тогда

$$\sin \varphi = \frac{m_1 \lambda_1}{d} = \frac{5 \cdot 6563 \cdot 10^{-10}}{5 \cdot 10^{-6}} = 0,6563, \quad \text{значит} \quad \varphi = 41^\circ.$$

Задача 11. Чему равна постоянная дифракционной решетки, если эта решетка может разрешить в первом порядке линии спектра К (калия): $\lambda_1 = 4044 \text{ \AA}$ и $\lambda_2 = 4047 \text{ \AA}$? Ширина решетки $L = 3 \text{ см}$.

Решение

Для решетки разрешающая способность

$$R = mN, \quad (1)$$

где $m = 1; N = \frac{L}{d}; R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}; \lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$. (2)

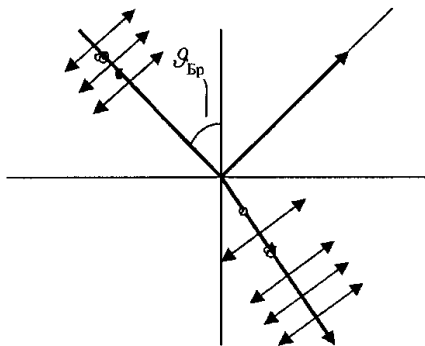
подставив (2) в (1), получим:

$$\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2(\lambda_2 - \lambda_1)} = m \frac{L}{d},$$

откуда

$$d = \frac{2mL(\lambda_2 - \lambda_1)}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 10^{-2} (4047 - 4044) \cdot 10^{-10}}{(4047 + 4044) \cdot 10^{-10}} = 2,2 \cdot 10^{-5} \text{ м.}$$

Задача 12. Угол полной поляризации при отражении света от поверхности некоторого вещества $56^\circ 20'$ (рисунок). Определить скорость распространения света в этом веществе. Вещество изотропно.



По закону Брюстера,

$$\operatorname{tg} \vartheta_B = n, n = \operatorname{tg} 56^\circ 20' = 1,48;$$

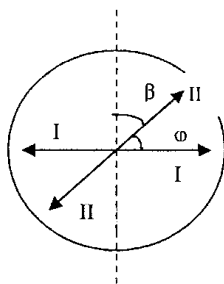
$$n = \frac{c}{v} \quad v = \frac{c}{n} = 2 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

Задача 13. Частично поляризованный свет пропускается через поляризатор. При повороте поляризатора на угол $\alpha = 45^\circ$ по отношению, соответствующему максимальной интенсивности выходящего пучка, интенсивность света уменьшается в 1,5 раза. Определить отношение интенсивности естественного и поляризованного света в падающем луче.

Решение

Интенсивность падающего пучка складывается из интенсивностей естественной I_0 и поляризованной I_1 частей. Когда поляризатор стоит в положении, соответствующем максимальной яркости выходящего пучка I_{\max} , естественная часть ослабляется вдвое (так как естественный свет, проходя через поляризатор, становится не только поляризованным, но и теряет интенсивность вдвое), а поляризованная часть пропускается полностью: $I_{\max} = 0,5I_0 + I_1$. При повороте поляризатора на 45° интенсивность выходного пучка, связанная с естественным светом, не меняется, а интенсивность поляризованного изменится по закону Малюса, при этом интенсивность выходного пучка $I = 0,5I_0 + I_1 \cos^2 \alpha$. По условию $I_{\max} = 1,51$, следовательно, $0,5I_0 + I_1 = 1,51(0,5I_0 + I_1 \cos^2 \alpha)$, отсюда получим $I_0 = I_1$, или $I_0 / I_1 = 1$.

Задача 14. Плоскополяризованный монохроматический пучок света падает на поляроид и полностью им гасится. Когда на пути пучка поместили кварцевую пластинку, интенсивность I пучка света после поляроида стала равна половине интенсивности пучка, падающего на поляроид. Определить минимальную толщину кварцевой пластинки. Поглощением и отражением света поляроидом пренебречь, постоянную вращения кварца принять равной $48,9$ град/мм.



Решение

Полное гашение света поляроидом означает, что плоскость пропускания поляроида (штриховая линия на рисунке) перпендикулярна плоскости колебаний ($I-I$) плоскополяризованного света, падающего на него. Введение кварцевой пластинки поворачивает плоскость колебаний света на угол φ :

$$\varphi = \alpha \ell, \quad (1)$$

где ℓ — толщина пластинки; α — постоянная вращения.

Из рисунка видно, что

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \beta.$$

С учетом этого найдем φ из закона Малюса:

$$I = I_0 \cdot \cos^2 \beta = I_0 \cdot \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right) \varphi = \arcsin \sqrt{\frac{I}{I_0}}. \quad (2)$$

Подставив (2) в (1), будем иметь:

$$\ell = \frac{1}{\alpha} \arcsin \sqrt{\frac{I}{I_0}} = \frac{1}{48,9} \arcsin \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot 10^{-3} = 16 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Савельев И. В.* Курс физики. — СПб: Лань, 2006. — Т. 2. — 480 с.
2. *Трофимова Т. И.* Курс физики. — М.: Высш. шк., 2003. — 542 с.
3. *Касьянов В. Я.* Физика. Класс 11. — М.: Дрофа, 2004. — 416 с.
4. *Мэрион Дж. Б.* Физика и физический мир. — М.: Мир, 1975. — 623 с.
5. *Детлаф А. А.* Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. — М.: Высш. шк., 1989. — 607 с.
6. *Орир Дж.* Физика: пер. с англ. — М.: Мир, 1981. — Т. 1,2. — 622 с.
7. *Сивухин Д. В.* Общий курс физики. Оптика. — М.: Наука, 1985. — 304 с.
8. *Суорц Кл. Э.* Необыкновенная физика обыкновенных явлений: пер с англ. — М.: Наука, 1987. — Т. 2. — 384 с.
9. *Годжаев Н. М.* Оптика: учеб. пособие для вузов. — М.: Высш. шк., 1974. — 432 с.
10. *Яворский Б. М.* Основы физики / Б. М. Яворский, А. А. Пинский. — М.: Наука, 1974. — Т. 2. — 464 с.
11. *Ремизов А. Н.* Медицинская и биологическая физика. — М.: Высш. шк., 1987. — 638 с.
12. *Проблемы оптической голографии* /под ред. Ю. Н. Деника. — Л.: Наука, 1981. — 101 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1. Геометрическая оптика	4
1.1. Законы геометрической оптики	4
1.2. Центрированная оптическая система.....	11
1.3. Недостатки (абберации) оптических систем ..	22
1.4. Принцип Гюйгенса	25
1.5. Фотометрические величины и единицы	27
2. Волновая оптика.....	31
2.1. Световая волна	31
2.2. Интерференция световых волн.....	34
2.3. Способы наблюдения интерференции света ..	43
2.5. Интерференция света при отражении от тонких пластинок.....	46
3. Дифракция света	60
3.1. Принцип Гюйгенса — Френеля. Зоны Френеля	61
4. Поляризация света	86
4.1. Естественный и поляризованный свет.....	86
4.2. Поляризация света при отражении и преломлении	89
4.3. Поляризация света при двойном лучепре- ломлении.....	92
4.4. Искусственная оптическая анизотропия	98
4.5. Вращение плоскости поляризации.....	101
5. Распространение света в веществе	105
5.1. Дисперсия света	105
5.2. Поглощение света	108
5.3. Рассеяние света	110
Контрольные вопросы	113
Примеры решения задач.....	115
Библиографический список	128

Составители: Чечуев Владимир Яковлевич
Викулов Станислав Викторович
Дзю Искра Михайловна

ЭЛЕМЕНТЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ И ВОЛНОВОЙ ОПТИКИ

Учебное пособие

Редактор Т.К. Коробкова
Компьютерная верстка Н.С. Пияр

Подписано в печать 7 ноября 2013 г. Формат 60x84 $\frac{1}{16}$.
Объем 6,2 уч.-изд. л., 8,0 усл. печ. л.
Тираж 100 экз. Изд. № 77. Заказ № 952

Отпечатано в Издательстве
Новосибирского государственного аграрного университета
630039, Новосибирск, ул. Добролюбова, 160, каб. 106.
Тел./факс (383) 267-09-10. E-mail: 2134539@mail.ru