

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Инженерный институт

**Теоретическая механика:**

Методические указания  
для практических занятий и самостоятельной работы

Новосибирск 2024

Кафедра математики и физики  
УДК 531. 011 (07)  
ББК 22.21, Я7  
Т 338

Составитель: канд. техн. наук, доц. В.П. Косых

Рецензент: д.т.н., проф. А.М. Красюк

Теоретическая механика: Методические указания для практических занятий и самостоятельной работы/Новосиб. гос. аграр. ун-т. Инженер. ин-т; сост. В.П. Косых. – Новосибирск, 2024. - 21 с.

В методических указаниях представлены задания для подготовки к практическим занятиям и вопросы для самоконтроля знаний.

Методические указания предназначены для студентов Инженерного института очной и заочной форм обучения по направлениям подготовки:

**35.03.06 Агроинженерия;**

**23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов;**

**23.03.01 Технология транспортных процессов**

Утверждены и рекомендованы к изданию методическим советом Инженерного института (протокол №        от        2024 г.)

© Косых В.П., 2024

© Новосибирский государственный  
аграрный университет, 2024

## **Предисловие**

Предлагаемые методические указания содержат задания для самостоятельной подготовки студентов к практическим занятиям по разделам статика, кинематика и динамика. Предложено 55 заданий, которые охватывают основные темы дисциплины «Теоретическая механика» по направлениям подготовки 35.03.06 Агроинженерия, 23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов, 23.03.01 Технология транспортных процессов. По некоторым темам, приводятся задания разной сложности. Это позволяет дифференцированно подойти к их выбору для студентов разных профилей подготовки. В конце указаний приведены вопросы к экзамену, а после каждой темы – вопросы для самоконтроля.

### **1. Подготовка к лекциям**

На лекциях необходимо вести конспектирование учебного материала, обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание научных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации.

Конспектирование лекций – сложный вид аудиторной работы, предполагающий интенсивную умственную деятельность студента. Целесообразно сначала понять основную мысль, излагаемую лектором, а затем записать ее. Желательно оставлять поля, на которых при самостоятельной работе с конспектом можно сделать дополнительные записи и отметить непонятные вопросы.

Конспект лекции лучше подразделять на пункты в соответствии с вопросами плана лекции, предложенными преподавателем. Следует обращать внимание на акценты, выводы, которые делает лектор, отмечая наиболее важные моменты в лекционном материале.

Во время лекции можно задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью освоения теоретических положений, разрешения спорных вопросов.

### **2. Подготовка к практическим занятиям**

Подготовку к практическим занятиям следует начинать с ознакомления плана практического занятия, который отражает содержание предложенной темы. Изучение вопросов плана основывается на проработке текущего материала лекции, а затем изучении основной и дополнительной литературы. Новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса.

Результат такой работы должен проявиться в способности студента свободно ответить на теоретические вопросы курса, его выступлении и участии в коллективном обсуждении

вопросов изучаемой темы, правильном выполнении практических заданий и контрольных работ.

### **3. Самостоятельная работа студентов**

Успешное освоение компетенций, формируемых данной учебной дисциплиной, предполагает оптимальное использование времени самостоятельной работы.

Подготовка к лекционным занятиям включает выполнение всех видов заданий, рекомендованных к каждой лекции, т. е. задания выполняются еще до лекционного занятия по соответствующей теме. Целесообразно дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой.

Все задания к практическим занятиям, а также задания, вынесенные на самостоятельную работу, рекомендуется выполнять непосредственно после соответствующей темы лекционного курса, что способствует лучшему усвоению материала, позволяет своевременно выявить и устранить «пробелы» в знаниях, систематизировать ранее пройденный материал, на его основе приступить к получению новых знаний и овладению навыками.

Самостоятельная работа во внеаудиторное время состоит из:

- повторения лекционного материала;
- подготовки к практическим занятиям;
- изучения учебно-методической и научной литературы;
- решения задач, выданных на практических занятиях;
- подготовки к контрольным работам, тестированию и т. д.;
- выполнения расчетно-графических и контрольных работ, предусмотренных учебным планом;
- проведения самоконтроля путем ответов на вопросы текущего контроля знаний, решения представленных в учебно-методических материалах дисциплины задач.

### **4. Рекомендации по работе с литературой**

Целесообразно начать с изучения основной литературы в части учебников и учебных пособий. Далее рекомендуется перейти к анализу дополнительной литературы и официальных интернет-ресурсов, в которых содержатся основные вопросы изучаемой дисциплины.

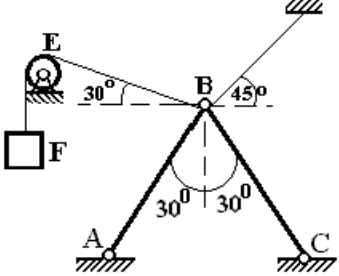
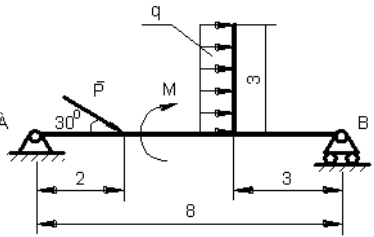
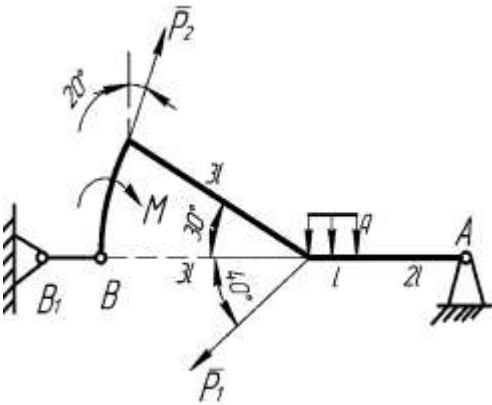
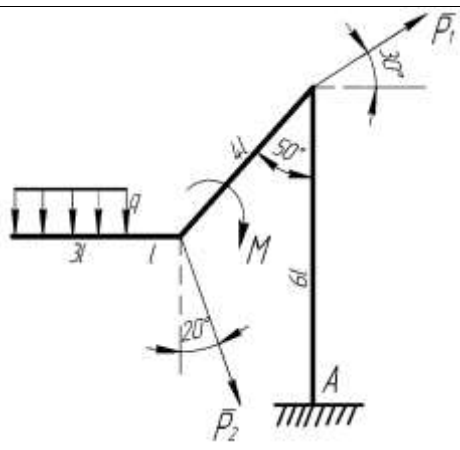
При работе с литературой важно уметь:

- сопоставлять, сравнивать, классифицировать, группировать, систематизировать информацию в соответствии с определенной учебной задачей;
- обобщать полученную информацию, оценивать прослушанное и прочитанное;
- работать в разных режимах (индивидуально, в паре, в группе), взаимодействуя друг с другом;
- пользоваться справочными материалами;
- обращаться за помощью, дополнительными разъяснениями к преподавателю, другим студентам.

## 5. Варианты задач для проведения практических занятий

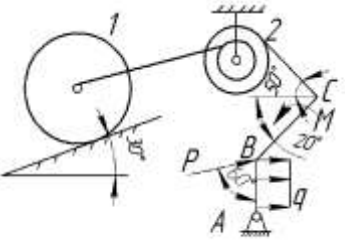
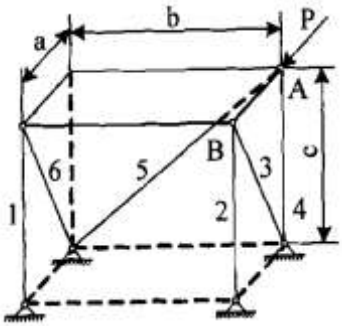
### Раздел 1. Статика

#### Занятие 1. Основные понятия и определения

|    |   |   |
|----|---|---|
| 1. |    | <p>Определить реакции опор</p> <p><math>F=10 \text{ кН}</math><br/> <math>AB=BC=1 \text{ м}</math></p>  |
| 2. |    | <p>Определить реакции опор</p> <p><math>q=5 \text{ кН/м}</math><br/> <math>M=8 \text{ кН*м}</math><br/> <math>P=4 \text{ кН}</math></p>   |
| 3. |   | <p>Определить реакции опор</p> <p><math>q=10 \text{ кН/м}</math><br/> <math>P_1=12 \text{ кН}</math><br/> <math>P_2=8 \text{ кН}</math><br/> <math>M=16 \text{ кН*м}</math><br/> <math>l=0.3 \text{ м}</math></p>   |
| 4. |  | <p>Определить реакции опоры А</p> <p><math>P_1=4 \text{ кН}</math><br/> <math>P_2=6 \text{ кН}</math><br/> <math>q=10 \text{ кН/м}</math><br/> <math>M=14 \text{ кН*м}</math><br/> <math>l=0.4 \text{ м}</math></p> |

## Занятие 2-3. Условия равновесия систем сил. Трение

|    |  |   |
|----|--|---|
| 1. |  | <p>Определить реакции опоры А</p> <p> <math>q=10 \text{ кН/м}</math><br/> <math>P_1=10 \text{ кН}</math><br/> <math>P_2=14 \text{ кН}</math><br/> <math>M=18 \text{ кН*м}</math><br/> <math>l=0.4 \text{ м}</math> </p>   |
| 2. |  | <p>Определить реакции опор</p> <p> <math>P_1=6 \text{ кН}</math><br/> <math>P_2=8 \text{ кН}</math><br/> <math>M=12 \text{ кН*м}</math><br/> <math>q=10 \text{ кН/м}</math><br/> <math>l=0.3 \text{ м}</math> </p>  |
| 3. |  | <p>Определить реакции опор</p> <p> <math>P_1=10 \text{ кН}</math><br/> <math>P_2=8 \text{ кН}</math><br/> <math>M=20 \text{ кН*м}</math><br/> <math>q=2 \text{ кН/м}</math> </p>  |
| 4. |  | <p>Определить реакции опор</p> <p> <math>P_1=10 \text{ кН}</math><br/> <math>P_2=13 \text{ кН}</math><br/> <math>M=28 \text{ кН*м}</math><br/> <math>q=1,3 \text{ кН/м}</math> </p>   |
| 5. |  | <p>Определить реакцию в заделке А</p> <p> <math>G1=5 \text{ кН}</math><br/> <math>P=6 \text{ кН}</math><br/> <math>M=12 \text{ кН*м}</math><br/> <math>q=10 \text{ кН/м}</math><br/> <math>AB=0.8 \text{ м}</math><br/> <math>CB=0.3 \text{ м}</math><br/> <math>DC=0.4 \text{ м}</math><br/> <math>R2=0.2 \text{ м}</math><br/> <math>r2=0.1 \text{ м}</math> </p> |
| 6. |  | <p>Определить минимальное значение силы Р для равновесия</p> <p> <math>G1=2 \text{ кН}</math><br/> <math>M=5 \text{ кН*м}</math><br/> <math>q=4 \text{ кН/м}</math><br/> <math>AB=0.4 \text{ м}</math><br/> <math>CB=0.6 \text{ м}</math><br/> <math>f2=0.1</math> </p>   |

|    |  |   |
|----|--|---|
| 7. |  <p> <math>G1=26\text{кН}</math><br/> <math>M=8\text{кН}\cdot\text{м}</math><br/> <math>q=10\text{кН/м}</math><br/> <math>R1=0.6\text{м}</math><br/> <math>R2=0.4\text{м}</math><br/> <math>r2=0.3\text{м}</math><br/> <math>AB=0.8\text{м}</math><br/> <math>BC=1\text{м}</math><br/> <math>\mu1=0.1\text{м-коэф.}</math><br/> <i>сопр-я. качению</i> </p> | <p>Найти минимальное значение <math>P</math> для качения колеса 1 вверх и реакции в опоре А</p>   |
| 8. |   | <p>Найти реакции стержней, поддерживающих тонкую горизонтальную однородную плиту весом <math>G</math>, при действии на нее вдоль стороны <math>AB</math> силы <math>P</math>.</p> <p> <math>G=22\text{ кН}</math><br/> <math>P=20\text{ кН}</math><br/> <math>a=8\text{ м}</math><br/> <math>b=2,5\text{ м}</math><br/> <math>c=3,5\text{ м}</math><br/> <math>d=1,0\text{ м}</math> </p> |

### Контрольные вопросы по теме «Статика»

1. Связи, реакции связей, виды связей.
2. Задачи статики. Аксиомы статики.
3. Сила. Действие силы на материальную точку, на твердое тело.
4. Аналитическое представление силы в системе координат на плоскости и в пространстве.
5. Момент силы. Аналитическое представление момента силы в системе координат.
6. Система сил, приложенных в одной точке. Система сходящихся сил.
7. Система параллельных сил. Пара сил.
8. Система сил, произвольно расположенных в пространстве. Главный вектор, главный момент системы сил.
9. Приведение системы сил к динаме.
10. Приведение произвольной системы сил к двум силам, к одной силе.
11. Система сил, произвольно расположенных в пространстве. Основная лемма.
12. Основная теорема статики.
13. Условие равновесия произвольной системы сил
14. Законы трения скольжения.
15. Трение качения.



## Раздел 2. Кинематика

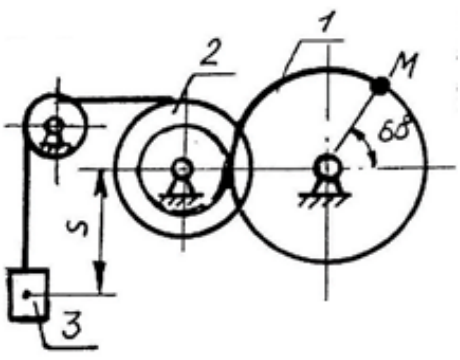
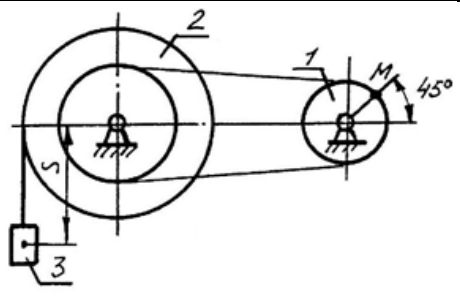
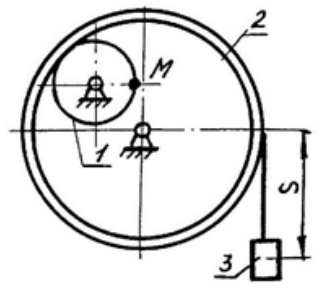
### Занятие 4. Кинематика точки

По заданным уравнениям движения точки установить вид ее траектории и для момента времени  $t=t_1$  (с) найти положение точки на траектории, ее скорость, полное, нормальное и касательное ускорения, а также радиус кривизны траектории.

1.  $x(t) = -2t^2 + 3$  см;  $y(t) = -5t$  см;  $t_1 = 0.5$  с
2.  $x(t) = 5\sin^2(\pi t/6)$  см;  $y(t) = -5\cos^2(\pi t/6) - 3$  см;  $t_1 = 1$  с
3.  $x(t) = -4\cos(\pi t/3)$  см;  $y(t) = -2\sin(\pi t/3) - 3$  см;  $t_1 = 1$  с
4.  $x(t) = 4t + 4$  см;  $y(t) = -4/(t+1)$  см;  $t_1 = 2$  с

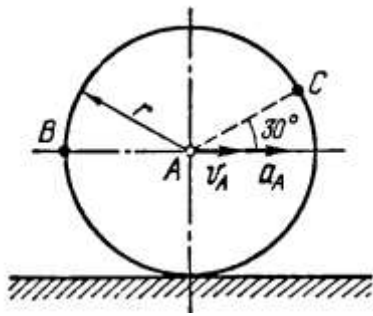
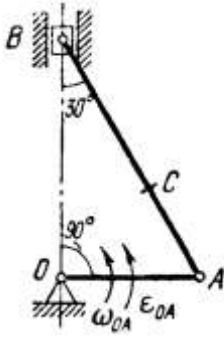
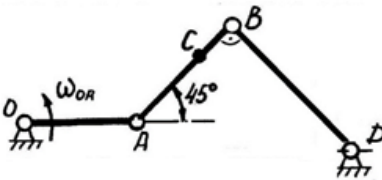
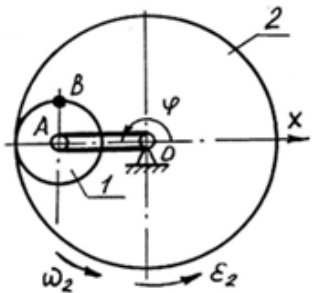
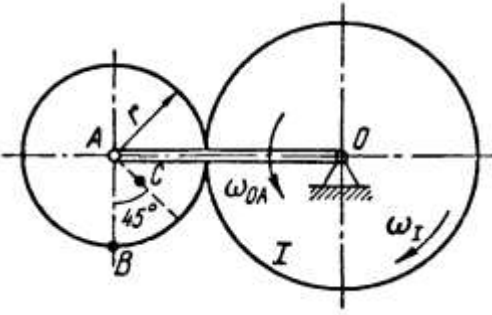
### Занятие 5. Поступательное и вращательное движения твердого тела

По заданному уравнению прямолинейного поступательного движения груза 3 определить скорость точки М, а также ее нормальное, касательное и полное ускорения в момент времени, указанный в условии задачи.

|    |   |   |
|----|---|---|
| 1. |   | $R_1 = 0,5$ м<br>$R_2 = 0,3$ м<br>$r_2 = 0,2$ м<br>$t_1 = 2$ с<br>$S = 7t^3 + 5t^2$ см  |
| 2. |  | $R_1 = 0,2$ м<br>$R_2 = 0,5$ м<br>$r_2 = 0,3$ м<br>$t_1 = 10$ с<br>$S = t^3 + 10t^2$ см |
| 3. |  | $R_1 = 0,15$ м<br>$R_2 = 0,45$ м<br>$r_2 = 0,40$ м<br>$t_1 = 8$ с<br>$S = 30t^3$ см     |

### Занятие 6. Плоскопараллельное (плоское) движение тела

Найти для заданного положения механизма скорости и ускорения всех точек, обозначенных на чертеже, угловую скорость и угловое ускорение звеньев, которым эти точки принадлежат.

|    |   |  |
|----|---|--|
| 1. |    | $r=50 \text{ см}$<br>$v_A=50 \text{ см/с}$<br>$a_A=100 \text{ см/с}^2$   |
| 2. |    | $\omega_{OA}=1 \text{ рад/с=const}$<br>$\epsilon_{OA}=1 \text{ рад/с}^2=\text{const}$<br>$OA=25 \text{ см}$<br>$AC=20 \text{ см}$                        |
| 3. |   | $\omega_{OA}=20 \text{ рад/с=const}$<br>$OA=0,1 \text{ м}$<br>$AB=1,2 \text{ м}$<br>$BD=2,2 \text{ м}$<br>$AC=0,2 \text{ м}$                             |
| 4. |  | $R_1=0,05 \text{ м}$<br>$R_2=0,2 \text{ м}$<br>$\varphi=\pi(t+3)$<br>$\omega_2=20 \text{ рад/с}$<br>$\epsilon_2=40 \text{ рад/с}^2$<br>$t_1=2 \text{ с}$ |
| 5. |  | $r=15 \text{ см}$<br>$OA=40 \text{ см}$<br>$AC=6 \text{ см}$<br>$\omega_{OA}=1 \text{ с}^{-1}$<br>$\omega_I=1 \text{ с}^{-1}$<br>$\epsilon_{OA}=0$       |

### Занятие 7-8. Сложное движение точки

Точка М движется с постоянной относительной скоростью  $V_{отн}$  по телу, которое совершает вращательное движение в плоскости чертежа. В момент времени, показанный на рисунке, задана угловая скорость и угловое ускорение (или задан закон движения). Необходимо определить абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки М.

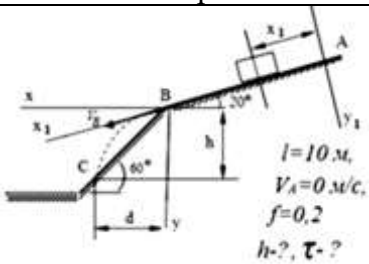
|    |  |  |
|----|--|--|
| 1. |  | $\varphi = 2t + 7t^2$<br>$x_1 = 0,3 \text{ м}$<br>$y_1 = 0,2 \text{ м}$<br>$V_{OTH} = 0,4 \text{ м}$<br>$t_1 = 6 \text{ с}$      |
| 2. |  | $R = 0,4 \text{ м}$<br>$\omega = 120 \text{ рад/с}$<br>$\epsilon = 800 \text{ рад/с}^2$<br>$V_{OTH} = 50 \text{ м/с}$            |
| 3. |  | $OM = S_{OTH}(M) = R \sin(\pi t/3)$<br>$\varphi = \varphi_{пер} = 0,5t^2 + t$<br>$R = 0,2 \text{ м}$<br>$t_1 = 0,1 \text{ с}$    |
| 4. |  | $OM = S_{OTH}(M) = -R \sin(\pi t^2/4)$<br>$\varphi = \varphi_{пер} = 4t^2 + 6t$<br>$R = 0,5 \text{ м}$<br>$t_1 = 0,25 \text{ с}$ |
| 5. |  | $OM = S_{OTH}(M) = -R \sin(\pi t/2)$<br>$\varphi = \varphi_{пер} = 2t^2 - 3t$<br>$R = 0,45 \text{ м}$<br>$t_1 = 0,4 \text{ с}$   |

### Контрольные вопросы по теме «Кинематика»

1. Кинематика точки. Разложение скорости и ускорения на составляющие.
2. Разложение ускорения на касательное и нормальное.
3. Поступательное и вращательное движение твердого тела. Угловая скорость, угловое ускорение.
4. Скорости и ускорения точек вращающегося тела.
5. Плоское движение твердого тела. Скорости и ускорения точек при плоском движении.
6. Сложное движение точки. Скорости и ускорения точки при сложном движении.

### Раздел 3. Динамика

#### Занятие 9-10. Дифференциальные уравнения движения материальной точки

|    |   |  |
|----|---|--|
| 1. | Лыжник массой $m=70$ кг спускается без начальной скорости по склону в $\alpha=30$ градусов, не отталкиваясь палками. Длина спуска $L=35$ м, коэффициент трения скольжения лыж о снег $f_{mp}=0,1$ . Сопротивление воздуха равно $R=0,3V$ Н, где $V$ – скорость лыжника. Какова скорость лыжника в конце спуска.   |  |
| 2. | Материальная точка массой $m$ кг движется из начала координат вдоль горизонтальной оси $Ox$ , имея начальную скорость $V_0=6$ м/с и испытывая действие позиционной силы $F=-0,5mx$ Н. Найти скорость $V$ и положение $x$ точки в момент времени $t=4$ с.  |  |
| 3. | На материальную точку массы $m=t$ кг действует периодическая сила $F=35\sin(2\pi t)$ Н, направленная вдоль горизонтальной оси $Ox$ . Определить скорость $V$ м/с и положение точки $x$ м при $t=8$ с, если она вышла из начала координат без начальной скорости.  |  |
| 4. |  <p> <math>l=10</math> м,<br/> <math>V_A=0</math> м/с,<br/> <math>f=0,2</math><br/> <math>h=?</math>, <math>\tau=?</math> </p>   | Тело движется из точки $A$ по участку $AB$ (длиной $l$ ) наклонной плоскости, составляющей угол $20^\circ$ с горизонтом, в течение $\tau$ с. Его начальная скорость $V_A$ . Коэффициент трения скольжения тела по плоскости равен $f$ . В точке $B$ тело покидает плоскость со скоростью $V_B$ и через $T$ с попадает со скоростью $V_C$ в точку $C$ . Сопротивление воздуха не учитывать. Найти $h$ и $\tau$ .  |
| 5. |  <p> <math>m=2</math> кг<br/> <math>V=24</math> м/с<br/> <math>Q=5</math> Н<br/> <math>R=0,3 V^2</math><br/> <math>AB=l=2,5</math> м<br/> <math>F=4\sin(4t)</math> Н<br/> <math>f=0</math><br/> <math>x_{BC}(t) - ?</math> </p>  | Тело массой $m$ кг, получив в точке $A$ начальную скорость $V_0$ м/с движется в изогнутой трубе $ABC$ , расположенной в вертикальной плоскости, участки трубы или оба наклонные, или один горизонтальный, а другой наклонный. На участке $AB$ на тело кроме силы тяжести действуют постоянная сила $Q$ , (её направление показано на рисунках) и сила сопротивления $R$ , зависящая от скорости $V$ тела (направлена против движения). В точке $B$ тело, не изменяя значения своей скорости, переходит на участок $BC$ трубы, где на него кроме силы тяжести действует переменная сила $F$ , проекция которой на ось $x$ равна $F_x$ Н.<br>Считая тело материальной точкой, найти закон движения тела на участке $BC$ . Трением тела о трубу пренебречь. |
| 6. |  <p> <math>\gamma=20^\circ</math><br/> <math>m=0,5</math> кг<br/> <math>c=105</math> Н/м<br/> <math>R=0,4</math> м<br/> <math>F_{sp}=2</math> Н<br/> <math>AB=0,4</math> м<br/> <math>V_A=6</math> м/с<br/> <math>V_B=7</math> м/с<br/> <math>l_{DE}=?</math> <math>F_{AB}=?</math> </p> | Внутри изогнутой трубки, расположенной в горизонтальной плоскости, находится груз массой $m$ кг. На одном из изогнутых участков трубки укреплен пружина, имеющая жесткость $c$ Н/м. Свободный конец недеформированной пружины находится в точке $D$ , где этот изогнутый участок заканчивается и начинается сопряженный с ним криволинейный участок трубки, выполненный по дуге окружности радиуса $R$ м. Прямолинейные участки плавно сопрягаются с   |

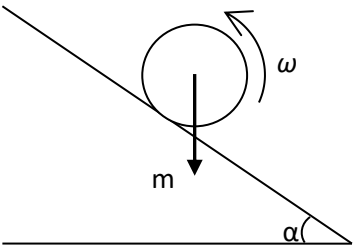
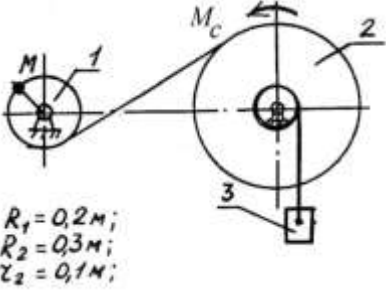
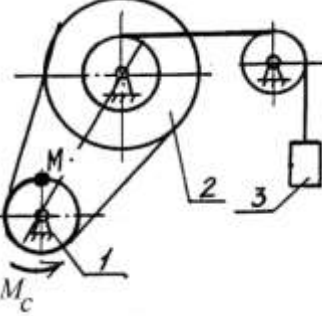
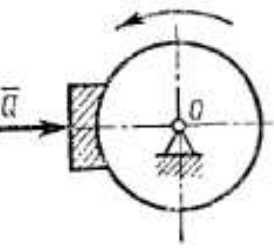
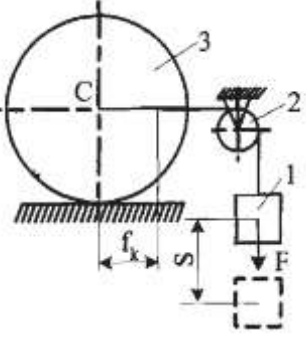
|  |  |   |
|--|--|---|
|  |  | <p>криволинейными в точках <math>B</math> и <math>D</math> (т.е. <math>OB \perp BA</math>, <math>OD \perp DE</math>).</p> <p>Движение груза начинается в точке <math>E</math> без начальной скорости и в точку <math>A</math> он приходит со скоростью <math>V_A</math>. На участке <math>AB</math> на груз действует постоянная сила <math>F</math>, которая может выполнять роль как движущей силы, так и силы сопротивления движению. При движении по криволинейному участку на груз действует сила трения <math>F_{тр}</math>. Принимая груз за материальную точку, определить длину участка <math>DE</math>, величину и направление силы <math>F</math>, а также силу давления <math>N</math> груза на стенки трубки в точке <math>C</math>.</p> |
|--|--|---|

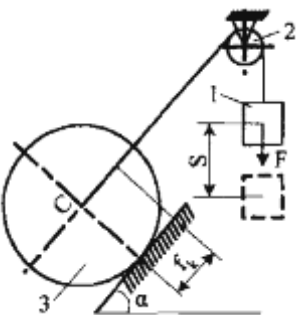
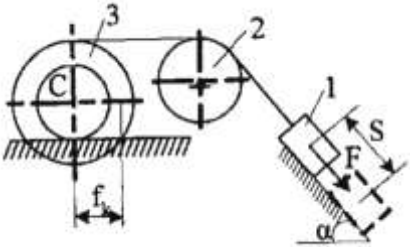
### Занятие 11-12. Общие теоремы динамики

|    |   |   |
|----|---|---|
| 1. |    | <p>Найти перемещение призмы <math>C</math> по горизонтальной плоскости при опускании груза <math>A</math> на высоту <math>h</math>. Массой нити, блока и трением пренебречь. Нить считать нерастяжимой. В начальный момент призма неподвижна. Дано: <math>P_1</math>, <math>P_2</math> – вес грузов; <math>P_3</math> – вес клина.</p>  |
| 2. |  | <p>Найти перемещение тела <math>A</math> по горизонтальной плоскости в зависимости от угла <math>\varphi</math>, если в начальный момент времени стержень <math>AB</math> был отклонен от вертикали на угол <math>\varphi_0</math> и опущен без начальной скорости. Трением и весом стержня <math>AB</math> пренебречь.</p>   |
| 3. |  | <p>Электрический мотор массы <math>M_1</math> установлен без креплений на гладком горизонтальном фундаменте; на валу мотора под прямым углом к его оси закреплен одним концом однородный стержень длины <math>2\ell</math> и массы <math>M_2</math>, на другой конец стержня насажен точечный груз массы <math>M_3</math>; угловая скорость вала равна <math>\omega</math>.</p> <p>Определить: 1) горизонтальное движение мотора; 2) наибольшее горизонтальное усилие <math>R</math>, действующее на болты, если ими будет закреплен кожух электромотора на фундаменте; 3) вычислить ту минимальную угловую скорость <math>\omega</math> вала электромотора, при которой электромотор будет подпрыгивать над фундаментом, не будучи прикреплен болтами.</p> |

|    |   |  |
|----|---|--|
| 4. |    | <p>Прямоугольный стержень <math>OA</math> может вращаться вокруг оси <math>OY</math>. На его горизонтальной стороне свободно насажен груз <math>C</math>, рассматриваемый как материальная точка массой <math>m</math>. В начальный момент груз находится на расстоянии <math>b</math> от <math>A</math> и система имеет угловую скорость <math>\omega_0</math>.</p> <p>Найти зависимость между угловой скоростью стержня <math>\omega</math> и расстоянием <math>AC=x</math>, если момент инерции стержня относительно оси <math>OY</math> равен <math>J</math>. Трением в подшипниках и сопротивлением среды пренебречь.</p> |
| 5. |   | <p>Два тонких однородных диска 1 и 2, массы и радиусы которых равны соответственно <math>m_1, r_1</math>, и <math>m_2, r_2</math>, могут вращаться вокруг их ортогональных осей <math>Oz_1</math> и <math>Oz_2</math> (Рис. 3.1). Диск 1 раскрутили до угловой скорости <math>\omega</math> и привели затем в контакт с невращающимся диском 2, причем расстояние между точкой соприкосновения и осью диска 1 равно <math>a</math>. Через некоторое время (за счет трения) диски начнут вращаться без проскальзывания. Найти установившиеся угловые скорости дисков.</p>   |
| 6. |  | <p>После выключения двигателя маховик, вращающийся с угловой скоростью <math>\omega_0</math>, тормозится силами аэродинамического сопротивления, момент которых пропорционален квадрату угловой скорости <math>M_c = \alpha \omega^2</math>, где <math>\alpha = \text{const} &gt; 0</math>.</p> <p>Определить время, за которое угловая скорость маховика уменьшится вдвое, если его момент инерции относительно оси вращения равен <math>J</math>.</p>  |
| 7. |  | <p>Пластика <math>ABC</math> весом <math>P</math> вращается вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью <math>\omega_0</math>. В некоторый момент времени из точки <math>B</math> пластинки по прямой <math>AB</math> начинает двигаться с постоянной скоростью материальная точка <math>M</math> весом <math>Q</math>.</p> <p>Определить угловую скорость и угловое ускорение пластинки. Трением в подшипниках и сопротивлением воздуха пренебречь.</p>  |

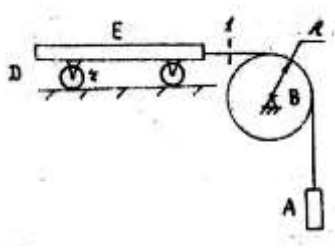
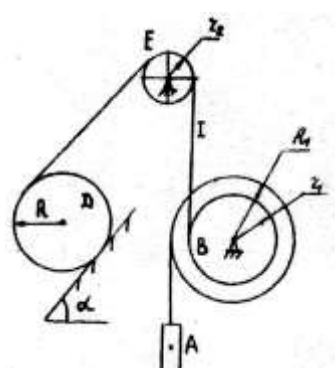
# Занятие 13-14. Теорема об изменении кинетической энергии

|    |  |  |
|----|--|--|
| 1. |   | <p>Вращающийся с угловой скоростью <math>\omega_0</math> сплошной однородный цилиндр радиуса <math>r</math> ставится без начальной поступательной скорости у основания наклонной плоскости, образующей угол <math>\alpha</math> с горизонтальной плоскостью, и начинает вкатываться вверх.</p> <p>Определите время, в течение которого цилиндр достигает наивысшего положения на наклонной плоскости</p>   |
| 2. |  <p><math>R_1 = 0,2 \text{ м};</math><br/> <math>R_2 = 0,3 \text{ м};</math><br/> <math>z_2 = 0,1 \text{ м};</math></p>   | <p>Используя теорему об изменении кинетической энергии механической системы, и считая, что колеса представляют собой сплошные однородные диски и пренебрегая массой нитей, определить скорость груза 3 и скорость точки <math>M</math>, при перемещении груза на расстояние <math>S = 2 \text{ м}</math>.</p> <p>Дано: <math>m_1 = 2 \text{ кг}; m_2 = 8 \text{ кг}; m_3 = 4 \text{ кг};</math><br/> <math>M_c = 2 \text{ н} \cdot \text{м}.</math></p>  |
| 3. |  <p><math>R_1 = 0,4 \text{ м};</math><br/> <math>R_2 = 0,6 \text{ м};</math><br/> <math>z_2 = 0,3 \text{ м};</math></p>  | <p>Дано: <math>m_1 = 2 \text{ кг}; m_2 = 8 \text{ кг}; m_3 = 4 \text{ кг};</math><br/> <math>M_c = 2 \text{ н} \cdot \text{м}.</math></p>  |
| 4. |   | <p>Цилиндрический вал массы <math>M = 10 \text{ кг}</math> и радиуса <math>R = 0,1 \text{ м}</math> вращается с частотой <math>n = 600 \text{ об/мин}</math> относительно продольной горизонтальной оси. С какой силой <math>Q</math> надо прижать тормозную колодку к валу, чтобы остановить его за <math>10 \text{ с}</math>, если коэффициент трения колодки о вал <math>f = 0,4</math>, а радиус инерции вала <math>\rho = 0,3 \text{ м}</math>. Трением в опорах вала пренебречь. Найти также число <math>N</math> полных оборотов вала с момента начала торможения до остановки.</p> |
| 5. |  <p><math>m_1 = 100 \text{ кг}</math><br/> <math>m_2 = 200 \text{ кг}</math><br/> <math>m_3 = 500 \text{ кг}</math><br/> <math>f_k = 0,3 \text{ см}</math><br/> <math>R_3 = 50 \text{ см}</math><br/> <math>R_2 = 10 \text{ см}</math><br/> <math>F = 5 \text{ кН}</math></p> | <p>Для заданной механической системы определить <math>v_1 = f(s_1)</math>. Считать, что у блоков и катков массы распределены по наружному радиусу. Массами нитей пренебречь, предполагая их нерастяжимыми. Принять, что движение начинается из состояния покоя. Проскальзывания отсутствуют.</p>   |

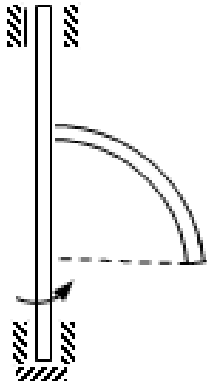
|    |   |  |
|----|---|--|
| 6. |  <p> <math>m_1=300 \text{ кг}</math><br/> <math>m_2=100 \text{ кг}</math><br/> <math>m_3=400 \text{ кг}</math><br/> <math>f_k=0,3 \text{ см}</math><br/> <math>R_3=50 \text{ см}</math><br/> <math>R_2=10 \text{ см}</math><br/> <math>F=5 \text{ кН}</math> </p>  |  |
| 7. |  <p> <math>m_1=300 \text{ кг}</math><br/> <math>m_2=100 \text{ кг}</math><br/> <math>m_3=400 \text{ кг}</math><br/> <math>f_k=0,3 \text{ см}</math><br/> <math>f_{mp}=0,2</math><br/> <math>R_3=50 \text{ см}</math><br/> <math>r_3=25 \text{ см}</math><br/> <math>R_2=30 \text{ см}</math><br/> <math>F=5 \text{ кН}</math> </p> |  |

### Занятие 15-16. Принцип Даламбера. Принцип возможных перемещений.

#### Общее уравнение динамики

|    |   |  |
|----|---|--|
| 1. |  | <p>Груз <math>A</math> опускается под действием силы тяжести, приводя в движение тележку <math>E</math>, колеса которой катятся без проскальзывания. Найти закон движения груза <math>A</math>, реакцию подшипника блока <math>B</math> и натяжение ветви 1 нити, если дано: <math>k</math> - коэффициент трения качения колес тележки; <math>m, m_1, m_2, m_3</math> - массы груза <math>A</math>, сплошного блока <math>B</math>, тележки <math>E</math> и колес тележки. В начальный момент система находилась в покое.</p>   |
| 2. |  | <p>Груз <math>A</math> опускается под действием силы тяжести, приводя в движение систему из состояния покоя. Найти закон движения груза <math>A</math>, реакцию подшипника блока <math>E</math> и натяжение нити <math>I</math>, если дано: <math>k</math> - коэффициент трения качения цилиндра <math>D</math>; <math>m, m_1, m_2, m_3</math> - массы груза <math>A</math>, сплошного блока <math>B</math>, блока <math>E</math> и цилиндра <math>D</math>; <math>\rho</math> - радиус инерции блока <math>B</math>; цилиндр <math>D</math> и блок <math>E</math> считать сплошными дисками. В начальный момент система находилась в покое.</p> |



|    |  |  |
|----|--|--|
| 3. |   | <p>Определить главный вектор и главный момент сил инерции подвижного колеса II планетарного механизма относительно оси, проходящей через центр масс С перпендикулярно плоскости движения. Кривошип ОС вращается с постоянной угловой скоростью <math>\omega</math>. Масса колеса II равна <math>M</math>. Радиусы колес равны <math>r</math>.</p>  |
| 4. |   | <p>Однородный тонкий стержень массой <math>M</math>, имеющий форму дуги одной четверти окружности радиусом <math>R</math>, одним концом неизменно связан с валом, находящимся с ним в одной плоскости (Рис. ). Вал вращается с постоянной угловой скоростью <math>\omega</math>. Определить координаты <math>x_1, y_1</math> добавочной массы <math>m_1</math>, с присоединением которой устраняются добавочные динамические давления на подшипники.</p> |
| 5. |  <p> <math>m_1=100 \text{ кг}</math><br/> <math>m_2=400 \text{ кг}</math><br/> <math>m_3=500 \text{ кг}</math><br/> <math>R_1=20 \text{ см}</math><br/> <math>F=4 \text{ кН}</math><br/> <math>\alpha=60^\circ</math><br/> <math>R_2=60 \text{ см}</math> </p> | <p>Для механической системы определить линейное ускорение <math>a_1</math>. Считать, что у блоков и катков массы распределены по наружному радиусу. Тросы считать нерастяжимыми; проскальзывание отсутствует. Трением качения и трением скольжения пренебречь. Дано <math>m_1, m_2, m_3</math> – масса тел; <math>R</math> – радиусы окружностей.</p>  |
| 6. |   | <p>В кулисном механизме, расположенном в горизонтальной плоскости, <math>OO_1=OA</math>. К механизму приложены пара сил с моментами <math>M_1</math> и <math>M_2</math>.<br/>Определить соотношение между этими моментами, при котором механизм будет находиться в равновесии при любом допустимом значении угла <math>\alpha</math>.</p>  |

## **Контрольные вопросы по теме «Динамика»**

1. Предмет динамики. Основные понятия. Законы Ньютона.
2. Две основные задачи динамики точки и методы их решения.
3. Дифференциальные уравнения движения материальной точки
4. Общие теоремы динамики. Количество движения материальной точки
5. Теорема об изменении количества движения.
6. Теорема о движении центра масс системы.
7. Кинетический момент системы материальных точек
8. Теорема об изменении кинетического момента системы
9. Элементарная и полная работа силы
10. Кинетическая энергия системы материальных точек
11. Теорема об изменении кинетической энергии системы материальных точек
12. Принцип Даламбера
13. Принцип возможных перемещений
14. Общее уравнение динамики.

## **6. Вопросы к экзамену**

1. Основные понятия, аксиомы статики.
2. Разложение силы на составляющие; проекции силы на оси, на плоскость.
3. Несвободное тело. Принцип освобождаемости от связей. Виды связей и их реакции.
4. Приведение сходящихся сил к равнодействующей, условия их равновесия.
5. Сложение параллельных сил, пара сил.
6. Момент силы, аналитическое выражение момента силы относительно декартовых осей.
7. Главный момент системы сил. Момент пары.
8. Лемма Пуансо о переносе силы. Приведение системы сил к главному вектору и главному моменту.
9. Условия равновесия произвольной системы сил.
10. Теорема Вариньона о моменте равнодействующей и её следствия. Условия равновесия плоской системы сил.
11. Устойчивость при равновесии. Трение скольжения, качения, верчения.
12. Правило вычисления момента силы относительно оси.
13. Равновесие пространственных систем сил.
14. Центр параллельных сил. Центр тяжести объёма, площади, линии.
15. Три способа задания движения.
16. Скорость точки и при координатном и естественном способах задания движения.
17. Вектор ускорения, разложение его на декартовы и естественные оси.
18. Поступательное движение твёрдого тела.

19. Вращение тела вокруг неподвижной оси. Скорости и ускорения точек вращающегося тела.
20. Преобразования простейших движений. Передаточное число редуктора с неподвижными осями.
21. Плоское движение твёрдого тела.
22. Теорема о существовании МЦС, способы его определения.
23. Теорема Шаля, МЦВ.
24. Ускорение точки в плоском движении.
25. Сложное движение точки. Теорема о сложении переносной и относительной скоростей.
26. Составное движение твёрдого тела. Сложение вращений относительно пересекающихся и параллельных осей.
27. Сферическое и свободное движения твёрдого тела. Мгновенная ось вращения.
28. Теорема о равенстве проекций скоростей точек тела на прямую, проходящую через эти точки.
29. Аксиомы Галилея-Ньютона. Дифференциальное уравнение движения материальной точки.
30. Свободные колебания, учёт сопротивления среды, вынужденные колебания.
31. Резонанс, способы его устранения.
32. Динамика относительного движения, принцип относительности в классической механике.
33. Общие теоремы динамики механической системы.
34. Центр масс. Классификация сил, действующих на точки механической системы. Теорема о движении центра масс. Закон сохранения движения центра масс.
35. Теорема об изменении количества движения механической системы.
36. Закон сохранения количества движения.
37. Теорема об изменении кинетического момента, закон его сохранения.
38. Дифференциальное уравнение вращательного движения тела.
39. Осевые моменты инерции твёрдого тела.
40. Теорема Гюйгенса о моментах инерции относительно параллельных осей.
41. Работа силы, работа момента пары. Мощность. КПД.
42. Теорема Кёнига о кинетической энергии механической системы.
43. Теорема об изменении кинетической энергии в дифференциальной и интегральной формах.
44. Принцип возможных перемещений.
45. Главный вектор и главный момент сил инерции. Принцип Даламбера.

### **Список основной литературы**

1. Теоретическая механика / Белов М.И., Палаев Б.В. - 2-е изд. - М.:ИЦ РИОР НИЦ ИНФРА-М, 2017 - 336 с.
2. Мкртычев, О. В. Теоретическая механика: учебник / О.В. Мкртычев. — Москва: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2019. — 359 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — [www.dx.doi.org/10.12737/textbook\\_59d71fe9ac68f2.88299087](http://www.dx.doi.org/10.12737/textbook_59d71fe9ac68f2.88299087). - ISBN 978-5-16-106368-2. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1039251>
3. Решения задач по теоретической механике: Учебное пособие / М.Н. Кирсанов. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 216 с

### **Список дополнительной литературы**

1. Теоретическая механика: Учебник / В.Л. Цивильский. - 4-е изд., перераб. и доп. - М.: КУРС: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 368 с.
2. Теоретическая механика. Сборник задач: Учебное пособие / М.Н. Кирсанов. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 430 с.
3. Сборник задач по теоретической механике: Учеб. пособие для студентов вузов/ Ф.Г. Будник, Ю.М. Зингерман, Е.И. Снленский; Под ред. А.С. Кельзова. – М.: Высш. шк., 1987. – 176 с.: ил.
4. Сборник задач по теоретической механике. Учеб. пособие для вузов. Изд. 3-е, перераб. и доп. М., «Высш. школа», 1974. Н.А. Бражниченко, В.Л. Кан, Б.Л Минсберг и др., 1974. – 520 с.
5. Теоретическая механика: Методические указания по самостоятельному изучению дисциплины и выполнению контрольных и расчетно-графических работ / Новосиб. гос. аграр. ун-т; Сост.: В.П. Косых – Новосибирск, 2021. - 64 с.

Составитель Косых Владимир Петрович

**Теоретическая механика:**  
Методические указания для самостоятельной работы

Редактор

Компьютерная верстка