

НОВОСИБИРСКИЙ ГАУ
ИНЖЕНЕРНЫЙ ИНСТИТУТ

Ф И З И К А
Учебно-методическое пособие
Часть 1

Новосибирск 2016

УДК 537:(075)
ББК 22.171

Кафедра теоретической и прикладной физики

Составители: доц. И.М. Дзю, д.т.н., проф.С.В. Викулов, ст. преп. А.П. Минаев, к.т.н. В.Я. Чечуев, ст. преп. М.Г. Алешкевич

Рецензент д.т.н., проф. П.М. Плетнев (СГУПС)

Физика: Контрольные задания. Часть I / Новосиб. гос. аграр. ун-т; Инж. инст.; сост.: И.М. Дзю, С.В. Викулов, А.П. Минаев, В.Я. Чечуев, М.Г. Алешкевич. – Новосибирск, 2016. – 133 с.

Задания составлены для выполнения контрольных работ. При составлении заданий использованы материалы методических указаний Минвуза. Предназначены для студентов инженерно-технических специальностей заочной формы обучения.

Утверждено и рекомендовано к изданию методическим советом Инженерного института, протокол №7, 1 марта 2016 г

ВВЕДЕНИЕ

Учебная работа студента-заочника по изучению физики складывается из следующих элементов: самостоятельного изучения физики по учебным пособиям, решение задач, выполнения контрольных и лабораторных работ, сдачи зачётов и экзаменов.

Во время лабораторно-экзаменационной сессии студент слушает обзорные лекции, выполняет лабораторные работы и сдаёт по ним зачёты, а затем экзамен.

Самостоятельная работа по учебным пособиям является главным видом работы студента-заочника и на неё следует обратить особое внимание.

Рекомендуется:

1. Изучать курс систематически, в течении всего учебного процесса. Изучение физики в сжатые сроки перед экзаменом не даст глубоких и прочных знаний и никогда не приводит к положительным результатам. В самом начале изучения курса физики необходимо составить для себя график работы. Ознакомившись с программой и согласовав с ней материал учебника, распределите его по месяцам и начинайте регулярную проработку проходимого материала, стараясь жёстко соответствовать проходимой программе.

Решать задачи необходимо параллельно с изучением теоретического материала по учебнику – это помогает уяснить физический смысл явлений, закрепляет в памяти формулы, прививает навыки практического применения теоретических знаний.

При решении задач необходимо выполнять следующее:

1. Записать столбиком данные задачи. Все величины выразить в единицах системы СИ. Выполнить чертёж или рисунок, поясняющий содержание задачи (чертёж, рисунок или электрическая схема выполняются аккуратно при помощи чертёжных принадлежностей). Записать основные формулы, на которых базируется решение, дать словесную формулировку этих законов, разъяснить буквенные обозначения формул. В случае, если формула не выражает какой-нибудь физический закон или не является определением какой-нибудь физической величины, её надо вывести.

2. Решение задач сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями.

3. Решать задачу необходимо в общем виде, т.е. от начала и до конца решение выполняется в буквенном виде, числовые значения подставляются только в окончательную рабочую формулу, выражающую искомую величину.

4. Подставить в рабочую формулу размерности величин и убедиться в правильности размерности искомой величины или ее единицы.

5. Произвести вычисления величин, подставленных в формулу, руководствуясь правилами приближенных вычислений, записать в ответе числовое значение и сокращенное наименование единицы искомой величины по ГОСТу.

6. При подстановке в рабочую формулу, а также при записи ответа числовые значения величин записать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 1743 надо записать $1,743 \cdot 10^3$ или вместо 0,000325 записать $3,25 \cdot 10^{-3}$ и т.д.

7. Обязательно оценить правдоподобность численного ответа. Такая оценка поможет обнаружить ошибочность полученного результата. Если коэффициент полезного действия двигателя больше единицы по расчетам, то допущена ошибка, т.к. КПД любой машины не может быть больше единицы, элементарный заряд меньше $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, а скорость больше скорости света, т.е. $3 \cdot 10^8$ м/с. Во всех случаях необходимо проверить расчеты.

Только после изучения теории и решения тренировочных задач по каждому разделу студент-заочник приступает к выполнению контрольных работ.

При выполнении контрольных работ придерживаются следующих правил:

1. Контрольные работы выполняют в обычной школьной тетради, на лицевой обложке которой приводятся сведения о студенте по следующему образцу:

<p style="text-align: center;">Контрольная работа №2 по физике</p> <p>Выполнил Иванов С.И. Специальность 311300 «Механизация с.х.», НГАУ Курс 2 Шифр УМ 99163</p> <p>Адрес: г.Куйбышев, ул. Ленина, 2, кв. 3</p>

2. Контрольная работа выполняется чернилами. На страницах тетради оставляют поля для замечаний рецензента.

3. Условия задач должны быть переписаны полностью (текст). Ниже столбиком выписываются все данные из условия и необходимые величины из справочных таблиц, а далее все операции выполняют в соответствии с выше описанными требованиями (см. «Решение задач»). Все записи должны быть аккуратными и **выполнены разборчивым почерком.**

4. В конце контрольной работы необходимо указать, каким учебником или учебным пособием студент пользовался при изучении теоретического материала (автор, название учебника, год издания).

5. Перечень номеров задач для каждой контрольной работы студент берет из таблицы по шифру (последняя цифра шифра – номер варианта в таблице).

Замена номера задачи из таблицы другим номером или замена текста задачи взятого из другого пособия не допускается.

Примечание: для студентов, обучающихся по сокращенным ускоренным программам, контрольная работа №1 включает решение задач из табл. 1 и 2 (16 задач), а контрольная работа № 2 – решение задач из табл. 3 и 4 (также 16 задач).

6. Контрольные работы высылаются на рецензию до начала экзаменационной сессии. Работы, поступившие на рецензию во время экзаменационной сессии, не рецензируются и не принимаются к защите.

7. По каждой контрольной работе с пометкой рецензента «к защите» проводится собеседование, а работу с пометкой «не зачтена» студент обязан переделать – исправить ошибки, объяснить их – выслать на повторную проверку.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА КУРСА ФИЗИКИ (Часть I)

ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ КУРСА ФИЗИКИ

1. Изучение основных физических явлений и идей.
2. Овладение фундаментальными понятиями, законами, теориями классической и современной физики, а также методами физического исследования.
3. Формирование научного мировоззрения и современного физического мышления.
4. Овладение приемами и методами решения конкретных задач из различных областей физики.
5. Формирование навыков проведения физического эксперимента.
6. Формирование умений выделять конкретное физическое содержание в прикладных инженерных задачах будущей специальности.

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

Введение. Кинематика материальной точки. Предмет физики и его связь со смежными науками. Механическое движение. Системы отсчета. Материальная точка. Траектория. Перемещение и путь. Скорость и ускорение. Тангенциальное и нормальное ускорения. Движение материальной точки по окружности. Связь между линейными и угловыми характеристиками движения.

Динамика материальной точки. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета. Взаимодействие тел. Сила, масса. Второй закон Ньютона. Импульс (количество движения). Третий закон Ньютона. Изолированная система материальных тел. Закон сохранения импульса.

Преобразование Галилея. Механический принцип относительности. граница применимости классической механики.

Виды сил в механике. Сила упругости. Сила трения. Сила тяготения. Центральные силы. Понятие о поле сил. Гравитационное поле и его напряженность. Поле силы тяжести вблизи Земли.

Понятие об неинерциальных системах отсчета.

Работа. Работа переменной силы. Мощность. Консервативные и неконсервативные силы. Потенциальная энергия. Связь между силой и потенциальной энергией. Энергия упруго деформированного тела. Потенциал гравитационного поля и его градиент. Кинетическая энергия. Полная механическая энергия системы тел. Закон сохранения энергии в механике. Условия равновесия системы.

Динамика твердого тела. Понятие абсолютно твердого тела. поступательное и вращательное движение тела. Число степеней свободы. Центр инерции (масс) твердого тела. Момент силы. Момент инерции.

Основной закон динамики вращательного движения. Момент импульса. Закон сохранения момента импульса. Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси.

Механические колебания. Периодические движения. Колебательные процессы. Гармонические колебания. Основные характеристики колебательного движения: амплитуда, фаза, частота, период. Уравнение гармонических колебаний. Сложение одинаково направленных колебаний. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний. Динамика гармонических колебаний. Свободные колебания. Квазиупругие силы. Математический и физический маятники. Кинетическая, потенциальная и полная энергия гармонического колебания. Гармонический осциллятор. Затухающие колебания. Вынужденные колебания. Резонанс.

Волновое движение. Образование волн. Продольные и поперечные волны. Волновая поверхность и фронт волны. Принцип Гюйгенса. Уравнение плоской волны. Длина волны. Принцип суперпозиции. Когерентные источники волн. Интерференция волн. Стоячие волны. Понятие о дифракции волн. Энергия волны. Вектор Умова.

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Термодинамические системы. Идеальный газ. Молекулярно - кинетический и термодинамический методы изучения макроскопических явлений. Тепловое движение молекул. Броуновское движение. Взаимодействие молекул. Состояние системы. Параметры состояния. Равновесное и неравновесное состояние. Равновесный и неравновесный процесс. Работа, совершаемая газом при изменении объема. Внутренняя энергия. Уравнение состояния идеального газа.

Физические основы молекулярно-кинетической теории. Идеальный газ как молекулярно-кинетическая модель реальных газов. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов. Средняя кинетическая энергия поступательного движения одноатомной молекулы и ее связь с температурой. Число степеней свободы и средняя энергия многоатомной молекулы. Внутренняя энергия и теплоемкость идеального газа.

Распределение молекул газа по скоростям. Функция распределения. Распределение Максвелла. Вероятный характер закона распределения. График распределения Максвелла. Наиболее вероятная, средняя арифметическая и средняя квадратичная скорости молекул. Распределение молекул по значениям кинетической энергии поступательного движения. Экспериментальная проверка распределения Максвелла. Идеальный газ в поле силы тяжести. Изменение концентрации частиц с высотой. Распределение Больцмана. Распределение Максвелла – Больцмана. Столкновение между молекулами, эффективный диаметр молекулы. Средняя длина, свободного пробега.

Явления переноса. Тепловое движение и связанный с ним перенос массы, импульса и энергии. Диффузия, вязкость и теплопроводность в газах.

Экспериментальные законы диффузии, вязкости и теплопроводности; молекулярно-кинетический расчет коэффициентов диффузии, вязкости и теплопроводности.

Основы термодинамики. Основные законы термодинамики. Первое начало термодинамики. Изопроецессы. Работа газа при различных процессах. Второе начало термодинамики. Тепловой двигатель. Круговые процессы. Цикл Карно. КПД цикла Карно.

Энтрoпия. Необратимые процессы. Приведенная теплота. Энтрoпия. Вычисление энтропии. Изменение энтропии при необратимых процессах. Статистический смысл второго начала термодинамики. Связь энтропии и вероятности состояния. Флуктуация параметров состояния. Тепловая теорема Нернста.

Реальные газы. Отступление от законов идеальных газов. Размеры молекул. Взаимодействие молекул. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Изотермы Ван-дер-Ваальса. Сравнение изотерм Ван-дер-Ваальса с экспериментальными изотермами. Критическое состояние. Критические параметры. Области однофазных и двухфазных состояний. Внутренняя энергия реального газа.

Жидкости. Ближний порядок в жидкостях. Характер теплового движения в жидкостях. Радиус молекулярного действия. Поверхностный слой жидкости. Поверхностная энергия. Поверхностное натяжение. Явление смачивания. Краевой угол. Поверхностное давление. Капиллярные явления.

Твердые тела. Кристаллические и аморфные тела. Понятие о характере теплового движения в твердых телах. Тепловое расширение и теплоемкость твердых тел. Закон Дюлонга и Пти. Агрегатные состояния вещества. Понятие фазы. Кристаллизация и плавление. Испарение и конденсация. Теплота фазового перехода. Условие равновесия фаз. Диаграмма состояния. Тройная точка.

Электростатика. Постоянный ток

Электрическое поле в вакууме. Электрические свойства тел. элементарный заряд. Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона. Электрическая постоянная. Электрическое поле. Напряженность поля. Принцип суперпозиции полей. Силовые линии поля. Поток вектора напряженности. Теорема Остроградского-Гаусса. Вычисление напряженности поля различных заряженных тел.

Работа сил электрического поля при перемещении зарядов. Циркуляция вектора напряженности. Потенциал. Связь между напряженностью электрического поля и потенциалом. Потенциал поля точечного заряда. Электрическое поле внутри заряженного проводника. Распределение зарядов в проводниках.

Проводники в электрическом поле. Энергия электрического поля. Проводники в электрическом поле. Электроёмкость проводников. Конденсаторы. Соединение конденсаторов. Энергия системы зарядов.

Энергия заряженного проводника. Энергия заряженного конденсатора. Энергия электростатического поля. Объемная плотность энергии.

Электрическое поле в диэлектриках. Свободные и связанные заряды. Электрический диполь. Электрический момент диполя. Диполь в однородном электрическом поле. Полярные и неполярные молекулы. Поляризация диэлектриков. Поляризованность (вектор поляризации). Электрическое смещение.

Постоянный электрический ток. Электрический ток. Сила тока. плотность тока. Закон Ома для участка цепи. Сопротивление проводников. Источники тока. Электродвижущая сила (э.д.с.). Закон Ома для полной цепи. Закон Ома для участка цепи, содержащего э.д.с. Разветвленные цепи. Законы Кирхгофа. Работа и мощность тока. Закон Джоуля – Ленца.

РАЗДЕЛ I. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

Основные формулы

Кинематика

1. Поступательное движение

1. Кинематическое уравнение движения материальной точки (центра масс твёрдого тела) вдоль оси x :

$$x = f(t),$$

где $f(t)$ – некоторая функция времени.

2. Средняя скорость:

$$\langle v_x \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$

3. Средняя путевая скорость:

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

где Δs – путь, пройденный точкой за интервал Δt . Путь Δs в отличие от разности координат ($\Delta x = x_2 - x_1$) не может убывать и принимать отрицательные значения, т.е. $\Delta s \geq 0$. Поэтому $\langle v \rangle \geq |\langle v_x \rangle|$.

4. Мгновенная скорость:

$$v_x = \frac{dx}{dt}.$$

5. Среднее ускорение:

$$\langle a_x \rangle = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}.$$

6. Мгновенное ускорение:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}.$$

2. Вращательное движение

7. Кинематическое уравнение движения материальной точки по окружности:

$$\varphi = f(t); \quad r = R = \text{const}.$$

8. Угловая скорость:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

9. Угловое ускорение:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}.$$

10. Связь между линейными и угловыми величинами, характеризующими движение точки по окружности:

$$v = \omega R; \quad a_\tau = \varepsilon R; \quad a_n = \omega^2 R,$$

где v – линейная скорость; a_τ и a_n – тангенциальное и нормальное ускорения; ω – угловая скорость; ε – угловое ускорение; R – радиус окружности.

11. Полное ускорение:

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}, \text{ или } a = R \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

12. Угол между полным ускорением \vec{a} и нормальным \vec{a}_n :

$$\alpha = \arccos(a_n / a).$$

3. Колебательное движение и волны

13. Кинематическое уравнение гармонических колебаний материальной точки:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi),$$

где x – смещение; A – амплитуда колебаний; ω – круговая или циклическая частота; φ – начальная фаза.

14. Скорость материальной точки, совершающей гармонические колебания:

$$v = -A \omega \sin(\omega t + \varphi).$$

15. Ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания:

$$a = -A \omega^2 \cos(\omega t + \varphi).$$

16. Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты:

а) амплитуда результирующего колебания:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)},$$

б) начальная фаза результирующего колебания:

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2},$$

17. Траектория точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях ($x = A_1 \cos \omega t$, $y = A_2 \cos(\omega t + \varphi)$):

а) $y = \frac{A_2}{A_1} x$ (если разность фаз $\varphi = 0$);

б) $y = -\frac{A_2}{A_1} x$ (если разность фаз $\varphi = \pm \pi$);

в) $\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$ (если разность фаз $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$).

18. Уравнение плоской бегущей волны:

$$y = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right),$$

где y – смещение любой из точек среды с координатой x в момент t ;
 v – скорость распространения колебаний в среде.

19. Связь разности фаз $\Delta\phi$ колебаний с расстоянием Δx между точками среды, отсчитанным в направлении распространения колебаний:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x,$$

где λ – длина волны.

Динамика

Поступательное движение

20. Импульс материальной точки массой m , движущейся поступательно со скоростью v :

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

21. Второй закон Ньютона:

$$d\vec{p} = \vec{F} dt,$$

где \vec{F} – сила, действующая на тело.

22. Силы, рассматриваемые в механике:

а) сила упругости

$$F = -kx,$$

где k – коэффициент упругости (в случае пружины – жёсткость);

x – абсолютная деформация

б) сила тяжести:

$$G = mg,$$

в) сила гравитационного взаимодействия:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где γ – гравитационная постоянная;

m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел;

r – расстояние между телами (тела рассматриваются как материальные точки).

В случае гравитационного взаимодействия силу можно выразить также через напряжённость G гравитационного поля:

$$F = m \cdot G,$$

г) сила трения (скольжения):

$$F = f \cdot N,$$

где f – коэффициент; N – сила нормального давления.

23. Закон сохранения импульса:

$$\sum_{i=1}^N P_i = const,$$

или для двух тел ($i = 2$):

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_1 u_2,$$

где v_1 и v_2 – скорости тел в момент времени, принятый за начальный;
 u_1 и u_2 – скорости тех же тел в момент времени, принятый за конечный.

24. Кинетическая энергия тела, движущегося поступательно:

$$T = \frac{m \cdot v^2}{2} \text{ или } T = \frac{p^2}{2m}.$$

25. Потенциальная энергия:

а) упругодеформированной пружины:

$$\Pi = \frac{1}{2} k \cdot x^2,$$

где k – жёсткость пружины; x – абсолютная деформация;

б) гравитационного взаимодействия:

$$\Pi = -\gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r},$$

где γ – гравитационная постоянная; m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел; r – расстояние между ними (тела рассматриваются как материальные точки);

в) тела, находящегося в однородном поле силы тяжести:

$$\Pi = m \cdot g \cdot h,$$

где g – ускорение свободного падения; h – высота тела над уровнем, принятым за нулевой (формула справедлива при условии $h \leq R$, где R – радиус Земли).

26. Закон сохранения механической энергии:

$$E = T + \Pi = \text{const}.$$

27. Работа A , совершаемая внешними силами, определяется как мера изменения энергии системы:

$$A = \Delta E = E_2 - E_1.$$

Вращательное движение

28. Основное уравнение динамики вращательного движения неподвижной оси:

$$M = J \cdot \varepsilon,$$

где M – результирующий момент внешних сил, действующих на тело;

ε – угловое ускорение;

J – момент инерции тела относительно оси вращения.

29. Момент инерции некоторых тел массы m относительно оси, проходящей через центр масс:

а) стержня длины l относительно оси, перпендикулярной стержню,

$$J = \frac{1}{12} m \cdot l^2,$$

б) обруча (тонкостенного цилиндра) относительно оси, перпендикулярной плоскости обруча (совпадающей с осью цилиндра),

$$J = m \cdot R^2,$$

где R – радиус обруча (цилиндра)

в) диска радиусом R относительно оси, перпендикулярной плоскости диска,

$$J = \frac{1}{2} m \cdot R^2.$$

30. Момент импульса тела, вращающегося относительно неподвижной оси:

$$L = J \cdot \omega,$$

где ω – угловая скорость тела.

31. Закон сохранения момента импульса системы тел вращающихся вокруг неподвижной оси:

$$J_1 \cdot \omega_1 = J_2 \cdot \omega_2,$$

где J_1 и ω_1 – момент инерции системы тел и угловая скорость вращения в момент времени, принятый за начальный;

J_2 и ω_2 – момент инерции и угловая скорость в момент времени, принятый за конечный.

32. Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси:

$$T = \frac{J \cdot \omega^2}{2} \quad \text{или} \quad T = \frac{L^2}{2J}.$$

Примеры решения задач

Пример №1. Под действием силы $F = 10 \text{ Н}$ тело движется прямолинейно так, что зависимость пройденного телом пути S от времени t даётся уравнением

$S = A - B \cdot t + C \cdot t^2$, где: $C = 1 \text{ м/с}^2$. Найти массу тела m .

Решение.

По второму закону Ньютона сила $F = m \cdot a$, значит отсюда ускорение:

$$a = \frac{F}{m}. \quad (1)$$

Мгновенная скорость, есть первая производная от пути по времени:

$$v = \frac{dS}{dt} = -B + 2C \cdot t.$$

Ускорение, с которым тело движется, найдём, взяв первую производную от скорости по времени:

$$a = \frac{dv}{dt} = 2C = 2 \cdot 1 \text{ м/с}^2 = 2 \text{ м/с}^2.$$

Теперь подставляем в формулу(1) и находим массу:

$$m = \frac{F}{a} = \frac{10H}{2M/c^2} = 5 \text{ кг}.$$

Пример №2. Точка движется по окружности радиусом $R = 2 \text{ см}$. Зависимость пути от времени даётся уравнением $S = C \cdot t^3$, где $C = 0,1 \text{ см/с}^3 = 0,001 \text{ м/с}^3$. Найти нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорения точки в момент, когда линейная скорость точки $v = 0,300 \text{ м/с}$.

Решение:

Нормальное и тангенциальное ускорение точки вращающегося тела выражаются формулами:

$$a_\tau = \beta \cdot R; \quad a_n = \omega^2 \cdot R,$$

где ω – угловая скорость точки, β – его угловое ускорение.

Угловую скорость ω найдём, взяв производную пути от времени:

$$v = \frac{dS}{dt} = 3C \cdot t^2 = 0,300 \text{ м/с},$$

$$t^2 = \frac{0,300 \text{ м/с}}{3 \cdot 0,001 \text{ м/с}^3} = 100 \text{ с}^2$$

$$t = 10 \text{ с}; \quad R = 2 \text{ см} = 0,02 \text{ м},$$

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{0,300 \text{ м/с}}{0,02 \text{ м}} = 15 \text{ рад/с},$$

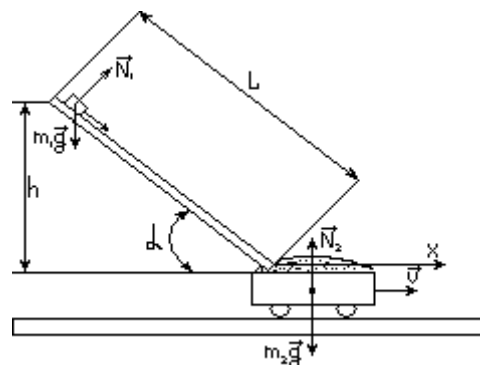
$$\beta = \frac{dv}{dt} = 6C = 6 \cdot 0,001 \text{ м/с}^3 = 0,006 \text{ м/с}^3,$$

$$a_\tau = \beta \cdot R = 0,006 \cdot 0,02 = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}^2,$$

$$a_n = \omega^2 \cdot R = 15^2 \cdot 0,02 = 225 \cdot 0,02 = 4,5 \text{ м/с}^2.$$

Пример №3. Ящик массой $m = 15 \text{ кг}$ соскальзывает по идеально гладкому лотку длиной $\ell = 2 \text{ м}$ на неподвижную тележку с песком и застревает в нём. Тележка с песком массой $m = 60 \text{ кг}$ может свободно (без трения) перемещаться по рельсам в горизонтальном направлении. Определить скорость тележки с ящиком, если лоток наклонен под углом $\alpha = 30^\circ$ к рельсам.

Решение:



Тележку и ящик можно рассмотреть как систему двух не упруго взаимодействующих тел. Но это система не замкнута, так как сумма внешних сил тяжести mg и силы реакции N не равна нулю. Поэтому применить закон

сохранения импульса к системе «ящик – тележка» нельзя. Но так как проекция суммы указанных сил на направление оси x , совпадающей с направлением рельс, равна нулю, то составляющую импульса системы в этом направлении можно считать постоянной, т.е.:

$$P_{1x} + P_{2x} = p'_{1x} + p'_{2x},$$

где p'_{1x} и p'_{2x} – проекции импульса ящика и тележки в момент падения ящика на тележку;

p'_{1x} и p'_{2x} – те же величины после падения ящика.

Выразим в равенстве (1) импульсы тел через их массы и скорости, учитывая, что $P_{2x} = 0$ (тележка до взаимодействия с ящиком покоилась), а также что после взаимодействия оба тела системы движутся с одной и той же скоростью u :

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) \cdot u \text{ или } m_1 v_1 \cdot \cos \alpha = (m_1 + m_2) \cdot u,$$

где v_1 – скорость ящика перед падением на тележку; $v_{1x} = v \cdot \cos \alpha$ – проекция этой скорости на ось x .

Отсюда выразим искомую скорость:

$$u = m_1 v_1 \frac{\cos \alpha}{m_1 + m_2} \quad (2)$$

Скорость v определим из закона сохранения энергии:

$$m_1 g h = m_1 \frac{v_1^2}{2},$$

где $h = \ell \cdot \sin \alpha$.

После сокращений на m_1 найдём:

$$v_1 = \sqrt{2gh \sin \alpha}$$

Подставив найденные выражения v_1 в формулу (2), получим:

$$u = \frac{m_1 \sqrt{2gh \sin \alpha}}{m_1 + m_2} \cdot \cos \alpha$$

Подставим сюда числовые значения величин и проведём вычисления:

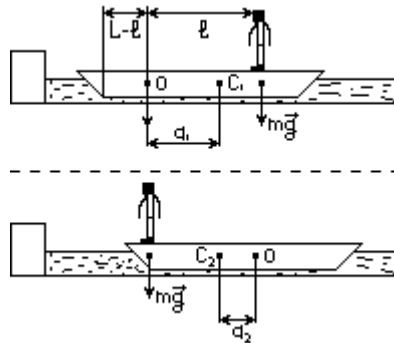
$$u = \frac{15 \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 2 \sin 30^\circ}}{15 + 60} \cdot \cos 30^\circ = 0,767 \text{ м/с}$$

Пример №4. На спокойной воде пруда перпендикулярно к берегу и носом к нему стоит лодка массой $M = 240 \text{ кг}$ и длиной $\ell = 3 \text{ м}$ на корме стоит человек массой $m = 60 \text{ кг}$. На какое расстояние S удалится лодка от берега, если человек перейдет с кормы на нос лодки. Силами трения пренебречь.

Решение:

Согласно следствию закона сохранения импульса внутренние силы системы тел не могут изменять положения центра масс системы. Применяя это следствия к системе человек – лодка, можно считать, что при перемещении человека по лодке центр тяжести системы не изменяет своего положения, т.е. остаётся на прежнем расстоянии от берега.

Пусть центр тяжести системы человек – лодка находится на вертикали, проходящей в начальный момент через точку C_1 и C_2 . Так как эта вертикаль неподвижна относительно берега, то искомое перемещение S лодки относительно берега равно перемещению лодки относительно вертикали. А это последнее легко определить по перемещению центра тяжести O лодки. В начальный момент точка O находится на расстоянии a_1 слева от вертикали, а после перехода человека на расстояние a_2 справа от неё.



Следовательно, искомое перемещение лодки:

$$S = a_1 + a_2 \quad (1)$$

Для определения a_1 и a_2 воспользуемся тем, что относительно центра тяжести системы моменты сил тяжести лодки и человека равны.

Для точки C_1 получим:

$$M_{ga_1} = mg(\ell - a_1), \quad a_1 = \frac{m}{M + m} \cdot \ell.$$

Для точки C_2 :

$$M_{ga_2} = mg \cdot (L - a_2 - \ell), \quad a_2 = \frac{m}{M + m} \cdot (L - \ell).$$

Подставляем значения a_1 и a_2 в формулу (1), получим

$$S = \frac{m}{M + m} \cdot L = \frac{60}{240 + 60} \cdot 3 = 0,6 \text{ м.}$$

Пример №5. Из пружинного пистолета выстрелили пулькой, масса которой $m = 5 \text{ г}$. Жёсткость пружины $k = 1,4 \text{ кН/м}$ пружина была сжата на $\Delta \ell = 8 \text{ см}$. Определить скорость пульки вылетевшей из пистолета.

Решение:

Воспользуемся законом сохранения энергии в механике.

При зарядке пистолета сжимается пружина и совершается работа A_1 . При выстреле потенциальная энергия пружины переходит в кинетическую энергию T_2 пули:

$$A_1 = T_2 \quad (1)$$

Сила F_1 сжимающая пружину, является переменной: в каждый момент она по направлению противоположна силе упругости F и численно равна ей. Сила упругости, возникающая в пружине при её деформации, определяется по закону Гука:

$$F = -kx,$$

где x – абсолютная деформация пружины

Работу переменной силы вычисляем как сумму элементарных работ. Элементарная работа при сжатии пружины на dx выражается формулой :

$$dA_1 = F_1 \cdot dx, \text{ или } dA_1 = k \cdot x \cdot dx$$

Интегрируя от 0 до x , получим:

$$A = k \int_0^x x \cdot dx = \frac{1}{2} k \cdot x^2 \quad (2)$$

Кинетическая энергия пули, определяется по формуле:

$$T_2 = \frac{m \cdot v^2}{2}, \quad (3)$$

$$x = \Delta \ell. \quad (4)$$

Подставим в формулу (1) выражение \dot{A}_1 из (2) и \dot{O}_2 из (3), найдем

$$\frac{1}{2} k \Delta \ell^2 = \frac{m \cdot v^2}{2},$$

$$\text{откуда } v = \Delta \ell \sqrt{\frac{R}{m}} = 8 \cdot 10^{-2} \text{ м} \sqrt{\frac{1,4 \cdot 10^3 \text{ Н/м}}{5 \cdot 10^{-3} \text{ кг}}} = 8 \cdot 10^{-2} \text{ м}^{-2} \cdot 0,53 \cdot 10^3 (\text{ м/с}) = 42,3 \text{ м/с}$$

Пример №6. Шар массой $m = 200 \text{ г}$, двигающийся со скоростью $v = 10 \text{ м/с}$ ударяет неподвижный шар массой $m_2 = 800 \text{ г}$. Удар прямой, центральный, абсолютно упругий. Определить скорости шаров после удара.

Решение:

При ударе абсолютно упругих тел одновременно выполняются два закона сохранения: закон сохранения импульса и законы сохранения механических энергий шара первого до удара; v и T – скорость и кинетическая энергия второго шара после удара.

По закону сохранения импульса, получим:

$$\vec{v}m_1 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 \quad (1)$$

По закону механической энергии:

$$T_1 = \frac{m_1 \cdot v_1^2}{2},$$

$$T_2 = \frac{m_2 \cdot u_2^2}{2},$$

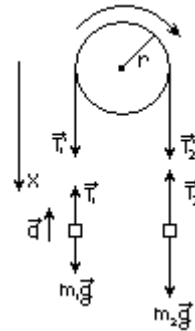
$$\frac{m_1 v^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2} \dots$$

Решая совместно (1) и (2) найдём:

$$u_2 = \frac{2m_1 v}{m_1 + m_2} = \frac{2 \cdot 0,2 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}}{0,2 \text{ кг} + 0,8 \text{ кг}} = 4 \text{ м/с}.$$

Пример №7. Через блок, выполненный в виде колеса, перекинута нить, к которой привязаны грузы массами $m_1 = 100 \text{ г}$ и $m_2 = 300 \text{ г}$. Массу колеса

$M = 200 \text{ г}$ считать равномерно распределённой по ободу, массой спиц пренебречь. Определить ускорение, с которым будут двигаться грузы.



Решение:

Воспользуемся основными уравнениями динамики поступательного и вращательного движений. Для этого рассмотрим силы, действующие на каждый груз в отдельности и на блок. На первый груз действуют две силы: сила тяжести mg и сила упругости T , спроектируем эти силы на ось x , которую направим вертикально вниз, и напишем уравнение движения (второй закон Ньютона) в координатной системе:

$$m_1 g - T_1 = -m_1 a. \quad (1)$$

Уравнение движения для второго груза запишется аналогично:

$$m_2 g - T_2 = m_2 a. \quad (2)$$

Под действием двух моментов $T_1 \cdot r$ и $T_2 \cdot r$ относительно оси, перпендикулярной плоскости чертежа, блок приобретает угловое ускорение $\varepsilon = \frac{a}{r}$. Согласно основному уравнению динамики вращательного движения:

$$T_2 \cdot r - T_1 \cdot r = J_z \cdot \varepsilon, \quad (3)$$

где $J_z = \frac{1}{2} m \cdot r^2$ — момент инерции блока (сплошного диска) относительно оси z

Сила T_1' согласно третьему закону Ньютона по абсолютному значению равна силе T_1 .

Соответственно сила T_2 по абсолютному значению равна силе T_2 . Воспользовавшись этим, подставим в уравнение (3) вместо T_1 и T_2 выражения T_1 и T_2 , получив их предварительно из уравнений (1) и (2):

$$(m_2 g - m_2 a) \cdot r - m_1 (g + m_1 a) \cdot r = \frac{1}{2} m r^2 \cdot \frac{a}{r}.$$

После сокращений на r и перегруппировки членов найдём a :

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + \frac{m}{2}} \cdot g = \frac{(300 - 100) \text{ г}}{\left(300 + 100 + \frac{200}{2}\right) \text{ г}} \cdot 9,81 \text{ м/с}^2 = 3,92 \text{ м/с}^2.$$

Пример №8. Маховое колесо, момент инерции которого $J = 245 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, вращается с частотой $n = 20 \text{ об/с}$. Через время $t = 1 \text{ мин}$ после того, как на

колесо перестал действовать момент сил трения $M_{тр}$ и число оборотов n , которое сделало колесом до полной остановки после прекращения действия сил. Колесо считать однородным диском. Трением пренебречь.

Решение:

Для решения задачи воспользуемся основным уравнением динамики вращательного движения в виде:

$$dL = M \cdot dt, \quad (1)$$

где dL – изменение момента импульса маховика, вращающегося относительно оси Z , совпадающей с геометрической осью маховика, за интервал времени dt ; M_z – момент внешних сил (в нашем случае момент сил трения), действующих на маховик относительно той же оси.

Момент сил трения можно считать не изменяющимся с течением времени ($M_z = const.$) поэтому интегрирования уравнения (1) приводит к выражению:

$$\Delta L_z = M_z \cdot \Delta t.$$

При вращении твёрдого тела относительно неподвижной оси изменяются моменты импульса:

$$\Delta L_z = J_z \cdot \Delta \omega,$$

где J_z – момент инерции маховика относительно оси z ;

$\Delta \omega$ – изменение угловой скорости маховика.

Приравняв правые части равенства (2) и (3), получим:

$$M_z \cdot \Delta t = J_z \Delta \omega,$$

Отсюда:

$$M_z = J_z \frac{\Delta \omega}{\Delta t}. \quad (4)$$

Изменение угловой скорости $\Delta \omega = \omega_2 - \omega_1$, выразим через конечную n_2 , и начальную n_1 частоты вращения, пользуясь соотношением $\omega = 2\pi n$:

$$\Delta \omega = \omega_2 - \omega_1 = 2\pi n_2 - 2\pi n_1 = 2\pi \cdot (n_2 - n_1)$$

Подставив в одну формулу (4) найденные выражения J_z и $\Delta \omega$, получим:

$$M_z = \frac{\pi \cdot J \cdot (n_2 - n_1)}{\Delta t}, \quad (5)$$

$$n_1 = 20 \text{ с}^{-1}; n_2 = 0; \Delta t = 1 \text{ мин} = 60 \text{ с},$$

$$M_z = 3,14 \cdot 245 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \frac{(-20) \text{ с}^{-1}}{60 \text{ с}} = -256,44 \text{ кг}.$$

Знак “минус” показывает, что силы трения оказывают на маховик тормозящее действие.

Период вращения $T = 2\pi N$, а за время t , $T = 2\pi \cdot n \cdot t$, значит:

$$N = n \cdot t = 20 \text{ об} / \text{с} \cdot 60 \text{ с} = 1200 \text{ об},$$

где n – частота вращения;

t – время вращения до остановки;

N – число оборотов.

Пример №9. Платформа (горизонтальная) массой $m = 80 \text{ кг}$ и радиусом $R = 1 \text{ м}$ вращается с частотой $n = 20 \text{ об/мин}$. В центре платформы стоит человек и держит в расставленных руках гири. С какой частотой n будет вращаться платформа, если человек, опустив руки, уменьшит свой момент инерции от

$$J_1 = 2,94 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \text{ до } J_2 = 0,98 \text{ кг} \cdot \text{м}^2?$$

Считать платформу однородным диском.

Решение:

Платформа вращается по инерции. Следовательно, момент внешних сил относительно оси вращения z , совпадающей с геометрической осью платформы равен нулю.

Момент инерции системы равен сумме моментов инерции тел, входящих в состав системы, поэтому:

$$J + J_2 = J + J_1,$$

где J_1 – момент инерции человека с поднятыми руками;

J_2 – момент инерции человека с опущенными руками;

J – момент инерции платформы.

Момент инерции платформы: $J = \frac{1}{2} m \cdot R^2$.

Момент импульса L_z системы платформа-человек остаётся постоянным:

$$L_z = J_z \cdot \omega = \text{const} \quad (1)$$

С учётом этого равенство (1) примет вид:

$$(J + J_1) \cdot \omega_1 = \text{const} \text{ или } (J + J_1) \cdot \omega_1 = (J + J_2) \cdot \omega_2. \quad (2)$$

Подставим в формулу (2) найденные выражения моментов инерции, а также выразим начальную угловую скорость вращения платформы с человеком с вытянутыми руками через частоту вращения $\omega_1 = 2\pi \cdot n_1$ и с опущенными руками через частоту вращения $\omega_2 = 2\pi \cdot n_2$

$$\left(\frac{1}{2} m \cdot R^2 + J_1\right) \cdot 2\pi \cdot n_1 = \left(\frac{1}{2} m R^2 + J_2\right) \cdot 2\pi \cdot n_2,$$

после сокращений на 2π и простых преобразований получим:

$$n_2 = \frac{\left(\frac{1}{2} m R^2 + J_1\right) \cdot n_1}{\frac{1}{2} m R^2 + J_2} = \frac{\left(\frac{1}{2} \cdot 80 \cdot 1^2 + 2,94\right) \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} \cdot 80 \cdot 1^2 + 0,98} \text{ об/с} = 0,35 \text{ об/с},$$

$$n_1 = 20 \text{ об/мин} = \frac{1}{3} \text{ об/с}.$$

Пример №10. Искусственный спутник луны движется по круговой орбите на высоте $h = 20 \text{ км}$ от поверхности луны. Найдите линейную скорость v движения этого спутника.

Решение:

Линейную скорость движения спутника можно определить, зная её кинематическую энергию T . Для определения T , воспользуемся законом

сохранения механической энергии. Этот закон выполняется для замкнутой системы тел, в которой действуют только консервативные силы. Систему спутник-луна можно считать замкнутой.

В качестве системы отчёта выберем инерциальную систему отчёта, так как пояснено в какой системе справедливы законы динамики и, в частности, законы сохранения. Известно, что система отчёта, связанна с центром масс замкнутой системой тел, является инерционной. В рассматриваемом случае центр масс системы спутник-луна будет практически совпадать с центром луны, так как масса луны M много больше массы спутника m . Следовательно, систему отчёта связанную с центром луны, можно практически считать инерциальной. Согласно закону сохранения механической энергии, можно написать:

$$T_1 + \Pi_1 = T_2 + \Pi_2, \quad (1)$$

$$\Pi_1 = -\gamma \frac{m \cdot M}{R+h}; \quad T_1 = \frac{m \cdot v^2}{2}; \quad \Pi_2 = -\gamma \frac{m \cdot M}{2(R+h)};$$

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = \gamma \frac{m \cdot M}{R+h} - \gamma \frac{m \cdot M}{2(R+h)};$$

$$v = \sqrt{\gamma \frac{m \cdot M}{R+h}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{11} \cdot 7,35 \cdot 10^{22}}{1,737 \cdot 10^6 + 0,002 \cdot 10^6}} \text{ м/с} = 1,7 \cdot 10^3 \text{ м/с} = 1,7 \text{ км/с},$$

где Π_1 – потенциальная энергия в начальном состоянии;

Π_2 – потенциальная энергия в конечном состоянии;

T_1 – кинетическая энергия спутника;

T_2 – кинетическая энергия в конечном состоянии равно нулю “0”

Пример №11. Точка совершает гармонические колебания. В начальный момент времени смещение точки $x = 5 \text{ см}$, скорость её $v = 20 \text{ м/с}$ и ускорени $a = -80 \text{ см/с}^2$. Определить циклическую частоту и период колебаний.

Решение:

Уравнение колебания точки можно записать в виде:

$$x = A \cdot \sin \cdot (\omega \cdot t + \varphi_1), \quad (1)$$

или

$$x = A \cdot \cos \cdot (\omega \cdot t + \varphi_2), \quad (2)$$

где A - амплитуда колебания;

ω - циклическая частота;

t - время;

φ_1 и φ_2 - начальные фазы, соответствий записи (1) или (2).

По определению амплитуда колебаний:

$$A = x_{\max}. \quad (3)$$

По условию задачи

$$x = 5 \text{ см} = 0,05 \text{ м}; \quad v = 20 \text{ м/с}; \quad a = -80 \text{ см/с}^2 = -0,8 \text{ м/с}^2.$$

По определению гармонического колебания:

$$x = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_1) = 0,05 \text{ м.} \quad (4)$$

Скорость колебаний точки, равна производной смещения (1) по времени:

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega \cdot A \cdot \cos \cdot \omega t = \omega \cdot A \sin \cdot (\omega t + \frac{1}{2} \pi) = 20 \text{ м/с};$$

Ускорение колебаний точки, равно производной скорости по времени:

$$a = \frac{dv}{dt} = \omega^2 \cdot A \cdot \cos \cdot (\omega t + \frac{1}{2} \pi) = \omega^2 \cdot A \cdot \sin \cdot (\omega t + \pi) = -0,8 \text{ м/с}^2, \quad (5)$$

Решая совместно (4) и (5), находим:

$$\omega^2 = \frac{0,8}{0,05} = 16; \quad \omega = 4 \text{ с}^{-1};$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2 \cdot \frac{3,14}{4} = 1,57 \text{ с.}$$

Пример №12. Частица массой $m = 0,03 \text{ кг}$. Совершает гармонические колебания с периодом $T = 4 \text{ с}$. Полная энергия колеблющейся частицы $E = 0,3 \text{ МДж}$. Определить амплитуду A колебаний и наибольшее значение силы F_{max} , действующей на частицу.

Решение:

Для определения амплитуды колебаний воспользуемся выражением полной энергии частицы:

$$E = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot A^2$$

Подставив сюда выражение: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ и выразив амплитуду, получим:

$$A = \frac{T}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{2E}{m}}. \quad (1)$$

Подставим числовые значения величины и произведём вычисления:

$$A = \frac{4}{2 \cdot 3,14} \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot 10^{-4}}{3 \cdot 10^{-2}}} = 0,064 \text{ м} = 64 \text{ мм.}$$

Так как частица совершает гармонические колебания, то сила, действующая на неё, является квазиупругой и, следовательно, может быть выражена соотношением $F = -k \cdot x$, где k - коэффициент квазиупругой силы; x - смещение колеблющейся точки. Максимальное значение сила приобретает при максимальном смещении x_{max} , равном амплитуде, то есть:

$$F_{max} = kA. \quad (2)$$

Коэффициент выразим через период колебаний:

$$k = m \cdot \omega^2 = m \frac{4\pi^2}{T^2}. \quad (3)$$

Подставим в уравнение (2) выражение для k из формулы (3) и A из формулы (1), после сокращений получим:

$$F_{max} = \frac{2\pi}{T} \cdot \sqrt{2m \cdot E}$$

Подставим числовые значения величины и производим вычисления:

$$F_{max} = \frac{2 \cdot 3,14}{4\sqrt{2 \cdot 3 \cdot 10^{-2} \cdot 3 \cdot 10^{-4}}} H = 6,66 \cdot 10^{-3} H = 6,66 \text{ мН}.$$

Пример №13. Найти амплитуду A и начальную фазу у гармонического колебания, полученного при сложении одинаково направленных колебаний, данных уравнениями: $x_1 = 0,02 \cdot \sin \cdot (5\pi \cdot t + \frac{\pi}{2})_м$ и $x_2 = 0,03 \cdot \sin \cdot (5\pi \cdot t + \frac{\pi}{4})_м$.

Решение:

По определению гармонического колебания $x = A \sin(\omega t + \varphi)$,

Начальные фазы φ_1 и φ_2 – первого и второго колебаний соответственно равны:

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{2}; \varphi_2 = \frac{\pi}{4}. \quad (1)$$

При вычислении двух одинаково направленных гармонических колебаний одинакового периода получается гармоническое колебание того же периода с амплитудой:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = \\ &= \sqrt{0,02^2 + 0,03^2 + 2 \cdot 0,02 \cdot 0,03 \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2})} = 464 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 4,64 \text{ см} \end{aligned}$$

Начальную форму результирующего колебания можно также определить непосредственно из:

$$\begin{aligned} \varphi &= \operatorname{arctg} \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = \\ &= \operatorname{arctg} \frac{0,02 \cdot \sin \frac{\pi}{2} + 0,03 \cdot \sin \frac{\pi}{4}}{0,02 \cdot \cos \frac{\pi}{2} + 0,03 \cdot \cos \frac{\pi}{4}} = \\ &= \operatorname{arctg} \frac{0,02 \cdot 1 + 0,03 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{0,02 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 0,03 \cdot 0} = \operatorname{arctg} \frac{0,0412}{0,0141} \approx \operatorname{arctg} 2,822 \approx 62^\circ 46' \\ &\operatorname{arctg} \frac{0,0412}{0,0141} \approx \operatorname{arctg} 2,922 \approx 62^\circ 46'. \end{aligned}$$

или $\varphi = 1,096 \text{ рад}$.

Пример №14. Точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях: $x = \cos \pi t$ и $y = \cos \frac{\pi}{2} t$. Найти траекторию результирующего движения точки.

Решение.

Чтобы определить траекторию движения точки, исключим время из уравнений:

$$x = \cos \pi t, \quad y = \cos \frac{\pi}{2} t.$$

Заметив, что $y = \cos \frac{\pi}{2} t$, применим формулу косинуса половинного угла:

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}.$$

Используя это соотношение и отбросив размерности \tilde{o} и y , можно написать:

$$x = \cos \pi t$$

$$y = \cos \frac{\pi}{2} t = \sqrt{\frac{\cos \frac{\pi}{2} + 1}{2}},$$

отсюда

$$y = \pm \sqrt{\frac{1+x}{2}} \text{ или}$$

$$2y^2 = 1 + \cos \pi t \text{ или,}$$

$$2y^2 - 1 = \cos \pi t,$$

отсюда

$$2y^2 - x = 1 - \text{уравнение параболы}$$

Пример №15. Плоская волна распространяется вдоль прямой со скоростью $v = 25 \text{ м/с}$. Обе точки, находящиеся на этой прямой на расстоянии $x = 10 \text{ м}$, $x = 12 \text{ м}$ от источника волн, колеблются с разностью фаз $\Delta\varphi = 0,75$. найти длину волны λ , написать уравнение волны и найти смещения указанных точек в момент $t = 1,5 \text{ с}$, если амплитуда колебаний

$$A = 0,2 \text{ м}.$$

Решение:

Точки, находящиеся друг от друга на расстоянии, равном длине волны λ , колеблется с равенностью фаз, равной:

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda} 2\pi = \frac{x_2 - x_1}{\lambda} \cdot 2\pi.$$

Решая это равенство относительно λ , получим:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\Delta\varphi} \cdot (x_2 - x_1).$$

Подставив числовые значения величины, входящих в выражение для λ , и выполнив арифметические действия, получим:

$$\lambda = \frac{2\pi}{0,75\pi} (12 - 10) \text{ м} = 5,714 \text{ мкм}.$$

Для того чтобы написать уравнение плоской волны, надо ещё найти циклическую частоту ω . Так как $\omega = 2\pi / t$ (t - период колебаний) и

$$T = \frac{\lambda}{v}, \text{ то } \omega = 2\pi \frac{v}{\lambda},$$

$$\omega = 2\pi \cdot \frac{25}{6 \text{ с}^{-1}} = 8\pi \text{ с}^{-1}.$$

Зная значение амплитуды A колебаний, циклической частоты ω и скорость v распространения волны, можно написать уравнение плоской волны для заданного случая:

$$y = A \cdot \cos \omega \cdot \left(t - \frac{x}{v}\right).$$

$$y_1 = 0,2 \cos 8\pi \left(1,5 - \frac{10}{25}\right) = -0,2 \cos 9\pi \text{ м} = -0,2 \text{ м} = 20 \text{ см},$$

$$y_2 = 0,2 \cos 8\pi \left(1,5 - \frac{12}{25}\right) = 0,2 \cos 8,76\pi \text{ м} = 0,17 \text{ м} = 17 \text{ см}.$$

Задачи для контрольной работы

1. Точка движется по окружности радиусом $R = 4 \text{ м}$. Закон её движения выражается уравнением $S = A + Bt^2$, где $A = 8 \text{ м}$; $B = -2 \text{ м/с}^2$. Найти момент времени t , когда нормальное ускорение точки $a_n = 9 \text{ м/с}^2$, скорость v , тангенциальное a_τ и полное a ускорение точки.
2. Две материальные точки движутся согласно уравнениям: $x_1 = A_1t + B_1t^2 + C_1t^3$ и $x_2 = A_2t + B_2t^2 + C_2t^3$, где $A_1 = 4 \text{ м/с}$, $B_1 = 8 \text{ м/с}^2$, $C_1 = -16 \text{ м/с}^3$, $A_2 = 2 \text{ м/с}$, $B_2 = -4 \text{ м/с}^2$, $C_2 = 1 \text{ м/с}^3$. В какой момент времени t ускорения этих точек будут одинаковы? Найти скорости v_1 и v_2 точек в этот момент.
3. При выполнении одной из фигур высшего пилотажа "мертвая петля" уравнение движения самолета имеет вид $x = Bt + Ct^2$. Определить величину тангенциального ускорения и радиус траектории в верхней точке петли, если с момента начала выполнения фигуры прошло 5 с , $B = 50 \text{ м/с}$, $C = 5 \text{ м/с}^2$.
4. Парашютист, выбросившись из самолета, первые 50 м падает, не испытывая сопротивления воздуха. Затем он раскрывает парашют и падает с замедлением в 2 м/с^2 . Земли он достигает при скорости 3 м/с . Сколько времени парашютист пробыл в воздухе? С какой высоты он выбросился?
5. Тело брошено под углом 30° к горизонту. С какой скоростью было брошено тело и какова горизонтальная дальность его полета, если оно находилось в полете 2 с ? Какова максимальная высота подъема тела? Сопротивлением воздуха пренебречь.
6. Коленчатый вал двигателя, вращаясь равнозамедленно, изменил за 40 с частоту своего вращения так, что стал совершать 720 об/мин вместо 1200 об/мин . Определить угловое ускорение вала и число оборотов, сделанных им за это время.
7. Скорость колесного трактора $5,4 \text{ км/ч}$. Определить диаметр колеса трактора, если угловая скорость вращения колес $2,5 \text{ рад/с}$.

8. На какой высоте вектор скорости тела, брошенного под углом 45° к горизонту с начальной скоростью 20 м/с , будет составлять с горизонтом угол 30° ?
9. Две материальные точки движутся согласно уравнениям $x_1 = 8t^2 - 16t^3$ и $x_2 = 2t - 4t^2 + t^3$. В какой момент времени ускорения этих точек будут одинаковы? Найти скорости точек в этот момент.
10. Тело движется прямолинейно. Зависимость пройденного пути от времени определяется уравнением $S = (0,5t + t^2) \text{ м}$. Определить зависимость скорости и ускорения от времени; среднюю скорость тела за вторую секунду; путь, пройденный телом за пятую секунду.
11. Камень брошен с горы по горизонтальному направлению со скоростью 15 м/с . Через сколько времени его скорость будет направлена под углом 45° к горизонту?
12. Тело брошено под углом к горизонту с начальной скоростью 10 м/с . Определить скорость тела в тот момент, когда оно оказалось на высоте 3 м .
13. Пуля выпущена со скоростью 800 м/с под углом 30° к горизонту. Найти: 1) время полета пули до падения на землю; 2) наибольшую высоту, на которую поднимается пуля при полете. Сопротивлением воздуха пренебречь.
14. Движение двух материальных точек выражается уравнениями $x_1 = A_1 + B_1t + C_1t^2$ и $x_2 = A_2 + B_2t + C_2t^2$, где $A_1 = 20 \text{ м}$, $A_2 = 2 \text{ м}$; $B_1 = B_2 = 2 \text{ м/с}$; $C_1 = -4 \text{ м/с}^2$; $C_2 = 0,5 \text{ м/с}^2$. В какой момент времени скорости этих точек будут одинаковыми? Определить ускорения в этот момент времени.
15. С какой высоты упало тело, если последний метр своего пути оно прошло за время $0,1 \text{ с}$?
16. Тело брошено под углом 30° к горизонту со скоростью 30 м/с . Каковы будут нормальное и тангенциальное ускорения тела через 1 с после начала движения?
17. Тело падает вертикально с высоты $19,6 \text{ м}$ с нулевой начальной скоростью. За какое время тело пройдет: 1) первый метр своего пути; 2) последний метр своего пути? Сопротивление воздуха не учитывать.
18. Тело, имея начальную скорость 5 м/с прошло за пятую секунду путь, равный $4,5 \text{ м}$. Определить ускорение и путь, пройденный телом за 10 с .
19. Тело брошено под углом к горизонту. Продолжительность полета составила $2,2 \text{ с}$. Найти наибольшую высоту поднятия этого тела. Сопротивление воздуха не учитывать.
20. Под каким углом к горизонту надо бросить тело со скоростью 20 м/с , чтобы дальность полета была в 4 раза больше наибольшей высоты подъема? Определить радиус кривизны траектории в верхней ее точке.
21. Тангенциальное ускорение точки, вращающейся по круговой траектории радиусом 10 см , равно 3 м/с^2 . Определить, сколько оборотов сделала точка с начала вращения, если скорость в этот момент равна 5 м/с .

22. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = 10 - 4t + t^3$. В какой момент времени угловая скорость вращения будет равна 12 с^{-1} ? Тангенциальное ускорение при радиусе кривизны $0,1 \text{ м}$.
23. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону, выражаемому формулой $\varphi = 10 + 20t - 25t^2$. Для момента времени 1 с найти величину и направление полного ускорения точки, находящейся на расстоянии $0,1 \text{ м}$ от оси вращения.
24. Тангенциальное ускорение точки, вращающейся по круговой траектории радиусом 10 см , равно 3 м/с^2 . Определить, сколько оборотов сделала точка с начала вращения, если скорость в этот момент равна 5 м/с .
25. Колесо вращается с постоянным угловым ускорением 2 с^{-2} . Через $0,5 \text{ с}$ после начала вращения полное ускорение колеса равно 3 м/с^2 . Чему равен радиус колеса?
26. Точка движется по окружности по уравнению $\varphi = 3t + 0,5t^3$. К моменту времени 1 с скорость равнялась 10 м/с . Определить нормальное и тангенциальное ускорения через 2 с от начала.
27. Найти угол между вектором полного ускорения и радиусом колеса к концу первой секунды после начала движения, если колесо вращается с постоянным угловым ускорением равным $3,14 \text{ с}^{-2}$.
28. Точка движется по окружности радиусом 5 м . Закон ее движения выражается уравнением $S = 4 + 2t + t^2$. В какой момент времени нормальное ускорение точки будет равно тангенциальному? Какой угловой путь опишет радиус вектор за это время?
- Точка обращается по окружности радиусом $1,2 \text{ м}$. Уравнение движения точки $\varphi = At + Bt^3$, где $A = 0,5 \text{ рад/с}$; $B = 0,2 \text{ рад/с}^2$. Определить тангенциальное, нормальное и полное ускорения точки в момент времени 4 с .
29. Маховик, вращающийся с постоянной частотой 10 об/с , при торможении начал вращаться равнозамедленно. Когда торможение прекратилось
30. Диск радиусом 10 см , находившийся в состоянии покоя, начал вращаться с постоянным угловым ускорением, равным $A = 0,5 \text{ рад/с}$. Каковы были тангенциальное, нормальное и полное ускорения точек на окружности диска в конце второй секунды после начала вращения? Сколько оборотов сделает диск за 2 секунды?
31. Маховик из состояния покоя начал вращаться равноускоренно, сделав 40 оборотов, продолжал вращаться с постоянной угловой скоростью 8 рад/с . Определить угловое ускорение маховика и продолжительность равноускоренного вращения.
32. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = A + Bt + Ct^2$, где $A = 10 \text{ рад}$, $B = 20 \text{ рад/с}$, $C = -2 \text{ рад/с}^2$. Для момента времени 4 с

найти полное ускорение точки, находящейся на расстоянии $0,1\text{ м}$ от оси вращения.

33. Колесо, вращаясь равнозамедленно, при торможении уменьшило свою скорость за 1 минуту с 240 до 180 об/мин . Найти угловое ускорение колеса и число оборотов, сделанных им за это время.

34. Твёрдое тело начинает вращаться вокруг неподвижной оси с угловым ускорением $\varepsilon = At^3$, где $A = 210\text{ рад/с}^3$. Через сколько времени после начала вращения вектор полного ускорения произвольной точки тела будет составлять угол 60° с её вектором скорости?

35. Маховик из состояния покоя начал вращаться равноускоренно и, сделав 40 об , продолжал вращаться с постоянной угловой скоростью 8 рад/с . Определить угловое ускорение маховика и продолжительность равноускоренного вращения.

36. Диск радиусом $0,2\text{ м}$ вращается согласно уравнению $\varphi = 3 - t + 0,1t^2$. Определить тангенциальное, нормальное и полное ускорения точек на окружности диска для момента времени $t = 10\text{ с}$.

37. Шар радиусом 16 см насажен на горизонтальную ось и катится по плоской поверхности со скоростью 60 см/с , описывая окружность радиусом 30 см . Определить полную угловую скорость шара и её наклон к горизонту.

38. Твёрдое тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = 6t - 2t^3$. Найти: 1) средние значения угловой скорости и углового ускорения за промежуток времени от $t = 10\text{ с}$ до остановки; 2) угловое ускорение в момент остановки тела.

39. Колесо, вращаясь равноускоренно, достигло угловой скорости 20 рад/с через 10 оборотов после начала вращения. Найти угловое ускорение колеса; через сколько времени от начала вращения угловая скорость станет 40 рад/с ?

40. Колесо радиусом $0,1\text{ м}$ вращается с постоянным угловым ускорением $3,14\text{ рад/с}^2$. Для точек обода колеса найти: 1) угловую скорость; 2) линейную скорость; 3) тангенциальное ускорение; 4) нормальное ускорение; 5) полное ускорение в конце первой секунды после начала движения.

41. Шар массой $m_1 = 10\text{ кг}$ сталкивается с шаром массой $m_2 = 4\text{ кг}$. Скорость первого $v_1 = 4\text{ м/с}$, второго $-v_2 = 12\text{ м/с}$. Найти общую скорость шаров после удара в двух случаях:

а) когда малый шар нагоняет большой шар, движущийся после удара в том же направлении;

б) когда шары движутся навстречу друг другу. Удар считать прямым, центральным, неупругим.

42. В лодке массой $M = 240\text{ кг}$ стоит человек массой $m = 60\text{ кг}$. Лодка движется со скоростью $v = 2\text{ м/с}$. Человек прыгает с лодки в горизонтальном направлении со скоростью $u = 4\text{ м/с}$ (относительно лодки). Найти скорость лодки после прыжка человека:

а. вперёд движения лодки;

в. в сторону противоположную движению лодки.

43. Человек, стоящий в лодке, сделал 6 шагов вдоль неё и остановился. На сколько шагов передвинулась лодка, если масса лодки в 2 раза больше массы человека или в 2 раза меньше?

44. Из пружинного пистолета выстрелили пулькой массой $m = 5 \text{ г}$, жёсткость пружины $k = 1,25 \text{ кН/м}$ пружина была сжата на $\Delta l = 8 \text{ см}$. Определить скорость пульки при выстреле её из пистолета.

45. Шар массой $m_1 = 200 \text{ г}$, движущийся со скоростью $v = 10 \text{ м/с}$, ударяет неподвижный шар массой $m_2 = 800 \text{ г}$. Удар прямой, центральный, абсолютно упругий. Определить скорости шаров после удара.

46. Шар, двигавшийся горизонтально, столкнулся с неподвижным шаром и передал ему 64% своей кинетической энергии. Шары абсолютно упругие, удар прямой, центральный. Во сколько раз масса второго шара больше массы первого?

47. Цилиндр, расположенный горизонтально, может вращаться около оси, совпадающей с осью цилиндра. Масса цилиндра $m_1 = 12 \text{ кг}$. На цилиндр намотали шнур, к которому привязали гирию массой $m_2 = 1 \text{ кг}$. С каким ускорением будет опускаться гирия? Какова сила натяжения шнура во время движения гири?

48. Через блок, выполненный в виде колеса, передёрнута нить, к концам которой привязаны грузы массами $m_1 = 200 \text{ г}$ и $m_2 = 300 \text{ г}$. Массу колеса $M = 200 \text{ г}$ считать равномерно распределённой по ободу, массой спиц пренебречь. Определить ускорение, с которым будут двигаться грузы, и силы, действующие на обе части блока?

49. Шар скатывается с наклонной плоскости высотой $h = 90 \text{ см}$. Какую линейную скорость будет иметь центр шара в тот момент, когда шар скатится с наклонной плоскости?

50. На верхней поверхности горизонтального диска, который может вращаться вокруг вертикальной оси, положены по окружности радиуса $r = 50 \text{ см}$ рельсы игрушечной железной дороги. Масса диска $M = 10 \text{ кг}$, его радиус $R = 60 \text{ см}$. На рельсы был поставлен заводной паровозик массой $m = 1 \text{ кг}$ и выпущен из рук. Он начал движение относительно рельсов со скоростью $v = 0,8 \text{ м/с}$. С какой угловой скоростью будет вращаться диск?

51. Платформа в виде диска вращается по инерции около вертикальной оси с частотой $n_1 = 14 \text{ об/мин}$. На краю платформы стоит человек. Когда человек перешел в центр платформы, частота возросла до $n_2 = 25 \text{ об/мин}$. Масса человека $m = 70 \text{ кг}$. Определить массу M платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

52. Искусственный спутник вращается вокруг земли по круговой орбите на высоте $H = 3200 \text{ км}$ над поверхностью земли. Определить линейную скорость спутника.

53. Найти работу, которую совершит сила в 10 Н , приложенная касательно к ободу колеса радиусом $0,5 \text{ м}$. Колесо вращалось из состояния покоя с

постоянным угловым ускорением, и через 10 с частота вращения достигла 10 об/с .

54. С вертолета, летящего со скоростью 180 км/ч на высоте 200 м над землей, сброшен груз. Определить угол наклона вектора скорости к горизонту в момент падения на землю и радиус кривизны траектории.

55. Тело массой 3 кг движется со скоростью 2 м/с и сталкивается с покоящимся телом массой 5 кг неупруго, и затем оба сталкиваются с третьим телом массой 2 кг , движущимся им навстречу со скоростью 2 м/с . Какова будет скорость после столкновения?

56. Лыжник массой 60 кг скатывается с горы высотой 10 м и отрывается от трамплина высотой $2,8\text{ м}$ под углом 10° к горизонту. Определить максимальную дальность полета S , если на пути движения действует сила трения, а работа, затраченная на её преодоление, равна 1000 Дж .

57. С высоты $h_1 = 2\text{ м}$ на стальную плиту свободно падает шарик массой $m = 200\text{ г}$ и подпрыгивает на высоту $h_1 = 0,5\text{ м}$. Определить импульс \vec{P} , полученный шариком при ударе. При горизонтальном полете со скоростью $v = 250\text{ м/с}$ снаряд массой $m_1 = 8\text{ кг}$ разорвался на две части. Большая часть массой $m_2 = 6\text{ кг}$ получила скорость $u_1 = 400\text{ м/с}$ в направлении полета снаряда. Определить абсолютное значение и направление скорости u_2 меньшей части снаряда. На тележке, свободно движущейся по горизонтальному пути со скоростью $v_1 = 3\text{ м/с}$, находится человек. Человек прыгает в сторону, противоположную движению тележки. После прыжка скорость тележки изменилась и стала равной $u_1 = 4\text{ м/с}$. Определить горизонтальную составляющую скорости u_{2x} человека при прыжке относительно тележки. Масса тележки $m_1 = 210\text{ кг}$, масса человека $m_2 = 70\text{ кг}$.

58. Орудие, жестко закрепленное на железнодорожной платформе, производит выстрел вдоль полотна железной дороги под углом $\alpha = 30^\circ$ к линии горизонта. Определить скорость u_2 отката платформы, если снаряд вылетает со скоростью $u_1 = 480\text{ м/с}$. Масса платформы с орудием и снарядами $m_1 = 18\text{ т}$, масса снаряда $m_2 = 60\text{ кг}$.

59. Две одинаковые лодки массами $m = 200\text{ кг}$ каждая (вместе с человеком и грузами, находящимися в лодках) движутся параллельными курсами навстречу друг другу с одинаковыми скоростями $v = 1\text{ м/с}$. Когда лодки поравнялись, то с первой лодки на вторую и со второй на первую одновременно перебрасывают груз массой $m_1 = 20\text{ кг}$. Определить скорости u_1 и u_2 лодок после перебрасывания грузов.

60. Определить импульс \vec{P} , полученный стенкой при ударе о неё шарика массой $m = 300\text{ г}$, если шарик двигался со скоростью $v = 8\text{ м/с}$ под углом $\alpha = 60^\circ$ к плоскости стенки. Удар о стенку считать упругим.

61. На полу стоит тележка в виде длинной доски, снабженной легкими колесами. На одном конце доски стоит человек. Масса его $m_1 = 60 \text{ кг}$, масса доски $m_2 = 20 \text{ кг}$. С какой скоростью u (относительно пола) будет двигаться тележка, если человек пойдет вдоль нее со скоростью (относительно доски) $v = 1 \text{ м/с}$? Массой колес пренебречь, трение не учитывать.
62. Снаряд, летевший со скоростью $v = 400 \text{ м/с}$, разорвался на два осколка. Меньший осколок, масса которого составляет 40% от массы снаряда, полетел в противоположном направлении со скоростью $u_1 = 150 \text{ м/с}$. Определить скорость u_2 большего осколка.
63. В подвешенный на нити, длиной $l = 1,8 \text{ м}$, деревянный шар массой $m_1 = 8 \text{ кг}$ попадает горизонтально летящая пуля массой $m_2 = 4 \text{ г}$. С какой скоростью летела пуля, если нить с шаром и застрявшей в нём пулей отклонилась от вертикали на угол $\alpha = 3^\circ$? Размером шара пренебречь. Удар пули считать прямым, центральным.
64. Шар массой $m_1 = 1 \text{ кг}$ движется со скоростью $v_1 = 4 \text{ м/с}$ и сталкивается с шаром массой $m_2 = 2 \text{ кг}$, движущимся навстречу ему со скоростью $v_2 = 3 \text{ м/с}$. Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.
65. Шар массой $m_1 = 3 \text{ кг}$ движется со скоростью $v_1 = 2 \text{ м/с}$ и сталкивается с покоящимся шаром массой $m_2 = 5 \text{ кг}$. Какая работа будет совершена при деформировании шаров? Удар считать абсолютно неупругим, прямым, центральным.
66. Определить к.п.д. η неупругого удара бойка массой $m_1 = 0,5 \text{ т}$, падающего на сваю массой $m_2 = 120 \text{ кг}$. Полезной считать энергию, пошедшую на вбивание сваи.
67. Шар массой $m_1 = 4 \text{ кг}$ движется со скоростью $v_1 = 5 \text{ м/с}$ и сталкивается с шаром массой $m_2 = 6 \text{ кг}$, который движется ему навстречу со скоростью $v_2 = 2 \text{ м/с}$. Считая удар прямым, центральным, а шары однородными, абсолютно упругими, найти их скорость после удара.
68. Вагон массой $m = 35 \text{ т}$ движется на упор со скоростью $v = 0,2 \text{ м/с}$. При полном торможении вагона буферные пружины сжимаются на $\Delta l = 12 \text{ см}$. Определить максимальную силу F_{\max} сжатия буферных пружин и продолжительность Δt торможения.
69. Шар массой $m_1 = 5 \text{ кг}$ движется со скоростью $v_1 = 1 \text{ м/с}$ и сталкивается с покоящимся шаром массой $m_2 = 2 \text{ кг}$. Определить скорости u_1 и u_2 шаров после удара. Шары считать однородными, абсолютно упругими, удар – прямым, центральным.
70. Налетев на пружинный буфер, вагон массой $m = 16 \text{ т}$, двигавшийся со скоростью $v = 0,6 \text{ м/с}$, остановился, сжав пружину на $\Delta l = 8 \text{ см}$. Найти общую жесткость k пружин буфера.

71. С ледяной горы высотой 1 м и основанием 5 м съезжают санки, которые останавливаются, пройдя горизонтальный путь 95 м. Найти коэффициент трения.
72. По наклонной плоскости высотой 0,5 м и длиной склона 1 м скользит тело массой 3 кг. Тело приходит к основанию наклонной плоскости со скоростью 2,45 м/с. Найти: 1) коэффициент трения тела о плоскость; 2) количество тепла, выделенного при трении. Начальная скорость тела равна нулю.
73. Сани массой 200 кг движутся равноускоренно в горизонтальном направлении. Действующая сила в 1000 Н приложена под углом 30° к горизонту. Коэффициент трения равен 0,05. Определить ускорение.
74. Стальной шарик массой 0,02 кг, падая с высоты 1 м на стальную плиту, отскакивает от нее на высоту 81 см. Найти: 1) импульс силы, полученный плитой за время удара; 2) количество тепла, выделившегося при ударе.
75. Пуля массой 10 г, летевшая со скоростью 500 м/с, попала в шар массой 5 кг, подвешенный на нити, и застряла в нем. На какую высоту, отскочившись после удара, поднялся шар?
76. На горизонтальной поверхности лежат два связанных нитью груза массой m каждый. На нити, прикрепленной к этим грузам и перекинутой через неподвижный блок, подвешен такой же груз. С каким ускорением движется система грузов и какова сила натяжения нити между грузами, лежащими на поверхности? Трение не учитывать.
77. Брусочек скользит ускоренно сначала по наклонной плоскости длиной 42 см и высотой 7 см, а потом по горизонтальной плоскости, после чего останавливается. Определить коэффициент трения, считая его везде одинаковым, если по горизонтальной плоскости брусочек проходит до остановки расстояние 142 см.
78. Тело массой $m_1 = 10$ кг соскальзывает без трения с наклонной плоскости, укрепленной на тележке массой $m_2 = 20$ кг. Найти скорость тележки относительно земли после соскальзывания тела с наклонной плоскости, если ее высота равна 20 см, а угол наклона 30° .
79. Человек весом 588 Н, бегущий со скоростью 8 км/час, догоняет тележку весом 784 Н, движущуюся со скоростью 2,9 км/час, и вскакивает на нее. С какой скоростью станет двигаться тележка? 2. С какой скоростью будет двигаться тележка, если человек бежал ей навстречу?
80. 7. Тело массой 200 г свободно падает вертикально вниз с ускорением 920 см/с^2 . Чему равна средняя сила сопротивления воздуха?
81. Определить скорость поступательного движения сплошного цилиндра, скатившегося с наклонной плоскости высотой $h = 20 \text{ см}$.
82. Определить ход поршня тракторного двигателя, если средняя скорость движения поршня равна 6 м/с , а коленчатый вал делает 1500 об/мин . (При одном обороте коленчатого вала поршень совершает два хода.)

83. Стержень вращается вокруг оси, проходящей через его середину согласно уравнению $\varphi = At + Bt^3$, где $A = 2 \text{ рад/с}$; $B = 0,2 \text{ рад/с}^3$. Определить вращающий момент M , действующий на стержень в момент времени $t = 2 \text{ с}$, если момент инерции стержня $J = 0,048 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.
84. По горизонтальной плоской поверхности катится диск со скоростью $v = 8 \text{ м/с}$. Определить коэффициент сопротивления, если диск, будучи предоставленным самому себе, остановился, пройдя путь $S = 18 \text{ м}$.
85. Определить момент силы M , который необходимо приложить к блоку, вращающемуся с частотой $n = 12 \text{ с}^{-1}$, чтобы он остановился в течение времени $\Delta t = 8 \text{ с}$. Диаметр блока $D = 30 \text{ см}$. Массу блока $m = 6 \text{ кг}$ считать равномерно распределенной по ободу.
86. На краю платформы в виде диска диаметром $D = 2 \text{ м}$, вращающейся по инерции вокруг вертикальной оси с частотой $n_1 = 8 \text{ мин}^{-1}$, стоит человек массой $m_1 = 70 \text{ кг}$. Когда человек перешел в центр платформы, она стала вращаться с частотой $n_2 = 10 \text{ мин}^{-1}$. Определить массу m_2 платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.
87. Двум одинаковым маховикам, находящимся в покое, сообщили одинаковую угловую скорость $\omega = 63 \text{ гр/с}$ и предоставили их самим себе. Под действием сил трения один маховик остановился за минуту до остановки второго, который сделал до полной остановки $N = 360$ оборотов. У какого маховика тормозящий момент больше и во сколько раз?
88. Тонкостенный цилиндр с диаметром основания $D = 30 \text{ см}$ и массой $m = 12 \text{ кг}$ вращается согласно уравнению $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где $A = 4 \text{ рад}$; $B = -2 \text{ рад/с}$; $C = 0,2 \text{ рад/с}^3$. Определить действующий на цилиндр момент сил M в момент времени $t = 3 \text{ с}$.
89. В однородном диске массой 1 кг и радиусом 30 см вырезано круглое отверстие диаметром 20 см , центр которого находится на расстоянии 15 см от оси диска. Найти момент инерции тела относительно оси, проходящей перпендикулярно плоскости диска через его центр.
90. Человек массой 60 кг стоит на расстоянии 2 м от оси неподвижной платформы карусели радиусом 5 м . Определить с какой скоростью будет вращаться платформа, если человек будет бежать по кругу радиусом 2 м со скоростью 2 м/с относительно платформы. Человека считать материальной точкой. Платформу считать однородным диском массой 200 кг .
91. Сплошной цилиндр массой 12 кг толкнули вверх по наклонной плоскости с начальной скоростью 4 м/с . Закатываясь без скольжения, цилиндр поднялся на высоту $0,9 \text{ м}$. Определить работу сил трения.
92. Маховик вращается по закону, выраженному уравнением $\varphi = 3 + 16t - 3t^2$. Найти мощность, развиваемую силами, действующими на маховик при его вращении, в момент времени $t = 2 \text{ с}$, если масса маховика 200 кг и радиус $0,6 \text{ м}$.

93. На диск A радиусом 20 см и массой 5 кг накинута нить, которую тянут с силой $4,2$ Н. Масса блока B равна 2 кг, радиус 5 см. Определить силу натяжения нити между A и B и ускорение движения нити.
94. Определить момент силы, который необходимо приложить к блоку, вращающемуся с частотой 12 об/с, чтобы он остановился в течение 10 с. Диаметр блока 40 см. Массу блока считать распределенной равномерно и равной 20 кг.
95. Линейная скорость центра шара, скатившегося без скольжения с наклонной плоскости, равна $5,29$ м/с. Чему равна высота наклонной плоскости?
96. 8. Мощность, затрачиваемая на вращение маховика диаметром 1 м и массой 100 кг из состояния покоя, в некоторый момент времени t равна 500 Вт. Уравнение движения маховика имеет вид $\varphi = 3 + 10t^2 - 3t^3$. Определить этот промежуток времени.
97. Шар катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Полная кинетическая энергия шара 14 Дж. Определить кинетическую энергию: 1) поступательного и 2) вращательного движения шара.
98. Линейная скорость центра шара, скатившегося без скольжения с наклонной плоскости, равна $5,29$ м/с. Чему равна высота наклонной плоскости?
99. Определить момент инерции однородного маховика, у которого вырезаны два симметричных отверстия. Масса сплошного маховика равна 10 кг, радиус 30 см, радиусы отверстий 8 и 5 см.
100. Маховик радиусом 40 см, масса 30 кг которого распределена по ободу, вращается с угловой скоростью 60 с⁻¹. В некоторый момент времени к ободу с силой 20 Н прижимается тормозная колодка, причем коэффициент трения равен $0,5$. Найти время торможения и число оборотов маховика до остановки.
101. Сплошной цилиндр массой 4 кг катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Линейная скорость оси цилиндра равна 1 м/с. Определить полную кинетическую энергию цилиндра.
102. Через 5 с после начала вращения якорь мотора приобрел частоту 1500 об/мин. Определить момент инерции якоря, если мотор развивает мощность 500 Вт.
103. К ободу однородного диска радиусом $0,2$ м приложена постоянная касательная сила $F = 98,1$ Н. При вращении на диск действует момент сил трения $M = 4,9$ Н·м. Найти вес диска, если известно, что диск вращается с постоянным угловым ускорением 100 рад/с².
104. Диск массой 500 г и радиусом 40 см вращается относительно оси, перпендикулярной плоскости диска на расстоянии, равном радиусу диска. Найти момент инерции диска относительно указанной оси.
105. На горизонтальную ось насажены маховик и шкив радиусом 5 см. На шкив намотан шнур, к которому привязали груз массой 400 г. Опускаясь равноускоренно, груз прошел путь $1,8$ м за 3 с. Определить момент инерции маховика. Массу шкива не учитывать.

106. Сплошной диск катится по горизонтальной дороге со скоростью 7,2 км/ч. На какое расстояние может вкатиться диск на горку за счет кинетической энергии? Уклон горки равен 4 м на каждые 100 м пути.
107. Определить момент сил трения, существующих во вращающихся частях мотора, если при равномерном подъеме груза $P = 100$ Н, привязанного к нити, наматывающейся на шкив радиусом 0,2 м, развивалась мощность, равная 100 Вт; при этом груз за 5 с поднялся на высоту 2 м.
108. На краю горизонтальной платформы, имеющей форму диска радиусом 2 м, стоит человек. Масса платформы равна 200 кг, масса человека 80 кг. Платформа может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр. Пренебрегая трением, найти, с какой угловой скоростью будет вращаться платформа, если человек будет идти вдоль ее края со скоростью 2 м/с относительно платформы.
109. Тонкий стержень длиной 30 см и массой 100 г вращается относительно оси, перпендикулярной к стержню. Момент инерции стержня относительно указанной оси равен 10^{-3} кг·м². Найти кратчайшее расстояние от оси вращения до центра масс стержня.
110. Шар скатывается по наклонной плоскости без трения и сразу же на горизонтальном участке резко тормозится (коэффициент трения равен 0,3), пройдя путь по горизонтали 5 м. Определить высоту наклонной плоскости и скорость шара у основания, если на горизонтальном участке он скользит.
111. Однородный стержень длиной 100 см подвешен на горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня. Какую наименьшую скорость надо сообщить нижнему концу стержня, чтобы он сделал полный оборот вокруг оси?
112. Цилиндр диаметром 10 см катится без скольжения по горизонтальной плоскости, делая 6 об/с. Масса цилиндра 0,5 кг. Найти кинетическую энергию цилиндра.
113. Диск массой 3 кг и радиусом 20 см сидит на одном валу со шкивом радиусом 2 см. К шкиву по касательной приложена постоянная сила 10 Н. Найти, какую мощность имеет диск через 3 с после начала вращения.
114. Маховик вращается по закону $\varphi = 10 + 6t + t^2$. Спустя 10 с от начала вращения развиваемая мощность равна 400 Вт. Определить радиус маховика, если его масса 50 кг и он однородный.
115. Мальчик катит обруч по горизонтальной дороге со скоростью 7,2 км/ч. На какое расстояние может вкатиться обруч на горку за счет кинетической энергии? Уклон горки равен 10 м на каждые 100 м пути.
116. Кинетическая энергия вала, вращающегося с постоянной частотой 5 об/с, равна 60 Дж. Найти момент импульса и мощность в этот момент времени, если вал остановился за 10 с.
117. Шар катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Полная кинетическая энергия шара 14 Дж. Определить кинетическую энергию поступательного и вращательного движения.

118. Шар массой 10 кг и радиусом 20 см вращается вокруг оси, проходящей через его центр. Уравнение вращения шара имеет вид: $\varphi = A + Bt^2 + Ct^3$, где $A = 5$ рад; $B = 4$ рад/с² и $C = -1$ рад/с³. Какова величина момента сил и мощность в конце второй секунды?

119. Шар массой 1 кг катится без скольжения, ударяется о стенку и откатывается от неё. Скорость шара до удара о стенку равна 10 см/с, после удара 8 см/с. Найти количество тепла Q , выделившееся при ударе.

120. Маховик, момент инерции которого равен 40 кг · м², начал вращаться равноускоренно из состояния покоя под действием момента силы 20 Н · м. Вращение продолжалось в течение 10 с. Определить кинетическую энергию, приобретенную маховиком и среднюю мощность за время вращения.

121. Определить возвращающую силу F в момент времени $t = 0,2$ с и полную энергию \dot{A} точки массой $m = 20$ г, совершающей гармонические колебания согласно уравнению $x = A \sin \omega t$, где $A = 15$ см; $\omega = 4\pi$ с⁻¹.

122. Определить период $\dot{\Delta}$ колебаний стержня длиной $l = 30$ см около оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец.

123. Определить максимальное ускорение a_{max} материальной точки, совершающей гармонические колебания с амплитудой $A = 15$ см, если наибольшая скорость точки $v_{max} = 30$ см/с. Написать также уравнение колебаний.

124. Точка совершает гармонические колебания, уравнение которых $x = A \cdot \sin \omega t$, где $A = 5$ см; $\omega = 2$ с⁻¹. В момент, когда на точку действовала возвращающая сила $F = +5$ мН, точка обладала потенциальной энергией $\Pi = 1$ мДж. Найти этот момент времени t и соответствующую фазу φ колебаний.

125. Определить частоту ν гармонических колебаний диска радиусом $R = 20$ см около горизонтальной оси, проходящей через середину радиуса диска перпендикулярно его плоскости.

126. Определить период $\dot{\Delta}$ гармонических колебаний диска радиусом $R = 40$ см около горизонтальной оси, проходящей через образующую диска.

127. На стержне длиной $l = 30$ см укреплены два одинаковых грузика: один – в середине стержня, другой – на одном из его концов. Стержень с грузиками колеблется около горизонтальной оси, проходящей через свободный конец стержня. Определить приведенную длину L и период $\dot{\Delta}$ гармонических колебаний. Массой стержня пренебречь.

128. Найти максимальную кинетическую энергию T_{max} материальной точки массой $m = 2$ г, совершающей гармонические колебания с амплитудой $A = 4$ см и частотой $\nu = 5$ Гц.

129. Точка совершает гармонические колебания. Максимальная скорость точки $u = 10$ см/с, максимальное ускорение $a = 100$ см/с². Найти циклическую частоту ω колебаний, их период $\dot{\Delta}$ и амплитуду \dot{A} . Написать уравнение колебаний.

130. Материальная точка участвует в двух колебаниях, происходящих по одной прямой и выражаемых уравнениями $x_1 = \sin \text{ см}$ и $x_2 = 2 \sin t \text{ см}$. Найти амплитуду A результирующего колебания, его частоту ν и начальную фазу φ . Написать уравнение движения.
131. Определить период колебаний физического маятника относительно точки O . Длина стержня $L = 1 \text{ м}$, масса $m = 700 \text{ г}$, внешний радиус кольца $R = 50 \text{ см}$, внутренний радиус $r = 25 \text{ см}$, масса кольца $M = 800 \text{ г}$.
132. Амплитуда затухающих колебаний маятника за 5 мин уменьшилась в два раза. За какое время, считая от начального момента, амплитуда уменьшится в восемь раз?
133. От источника колебаний распространяются волны вдоль прямой. Амплитуда колебаний 15 см . Как велико смещение точки, удаленной от источника на $5/4$ длины волны в момент, когда от начала колебаний источника прошло время $1,9$ периода колебаний.
134. Точка совершает гармонические колебания. В некоторый момент времени t смещение точки $x_1 = 5 \text{ см}$. При увеличении фазы вдвое смещение точки стало $x_2 = 8 \text{ см}$. Найти амплитуду A колебаний. Написать уравнение колебаний.
135. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями $x = 2 \cos \pi t \text{ см}$ и $y = \sin \pi t \text{ см}$. Определить траекторию точки и построить ее на чертеже. Показать направление, движения точки.
136. Определить период колебаний физического маятника относительно точки O . Длина стержня $L = 1 \text{ м}$, масса $m = 100 \text{ г}$, радиус каждого обруча $R = 30 \text{ см}$, масса $M = 700 \text{ г}$.
137. За 8 мин амплитуда затухающих колебаний маятника уменьшилась в три раза. Определить коэффициент затухания.
138. Волны с периодом $1,2 \text{ с}$ и амплитудой колебаний 2 см распространяются со скоростью 215 м/с . Чему равно смещение точки, находящейся на расстоянии 45 м от источника волн в тот момент, когда от начала колебаний источника прошло 4 с ?
139. Материальная точка массой $m = 0,1 \text{ г}$ колеблется согласно уравнению $x = 5 \sin 20t \text{ см}$. Определить максимальные значения возвращающей силы F и кинетической энергии T точки.
140. Два одинаково направленных гармонических колебания одного периода с амплитудами $A_1 = 10 \text{ см}$ и $A_2 = 6 \text{ см}$ складываются в одно колебание с амплитудой $A = 14 \text{ см}$. Найти разность фаз $\Delta\varphi$ складываемых колебаний.
141. Амплитуда колебаний математического маятника длиной 1 м за 10 мин уменьшилась в два раза. Определить логарифмический декремент затухания.
142. Две точки находятся на прямой, вдоль которой распространяются волны со скоростью 50 м/с . Период колебаний $0,05 \text{ с}$, расстояние между точками 50 см . Найти разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний в этих точках.

143. Написать уравнение гармонических колебаний материальной точки массой 52 г , если максимальная сила, действующая на точку, равна 65 Н , период колебаний 4 с и смещение точки от положения равновесия в начальный момент времени 100 мм .

144. Складываются два колебания одинакового направления и одинакового периода: $x_1 = \sin \pi t \text{ см}$ и $x_2 = \sin \pi(t + 0,5) \text{ см}$. Определить частоту, амплитуду и начальную фазу результирующего колебания. Написать уравнение колебаний.

145. Логарифмический декремент затухания колебаний маятника $0,03$. Сколько полных колебаний должен сделать маятник, чтобы амплитуда колебаний уменьшилась в два раза?

146. Источник совершает незатухающих колебаний вида $x = 10 \sin(\pi t / 2) \text{ см}$. Найти уравнение волны, если скорость распространения колебаний 330 м/с . Написать и изобразить графически уравнение колебания для точки, отстоящей на расстоянии 660 м от источника колебаний. Написать и изобразить графически уравнение колебания для точек волны в момент $t = 4 \text{ с}$ после начала колебаний.

147. Материальная точка массой $m = 0,05 \text{ кг}$ совершает гармонические колебания, уравнение которых имеет вид: $x = 0,1 \sin 5t \text{ м}$. Найти силу F , действующую на точку: 1) в момент, когда фаза колебаний $\varphi = 30^\circ$; 2) в положении наибольшего отклонения точки.

148. Точка совершает одновременно два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями $x = 4 \cos \pi t \text{ см}$ и $y = 8 \cos \pi(t + 1) \text{ см}$. Найти уравнение траектории точки и построить график ее движения.

149. Точка совершает гармонические колебания. В некоторый момент времени смещение точки $x = 5 \text{ см}$, скорость её $v = 20 \text{ см/с}$ и ускорение $a = -80 \text{ см/с}^2$. Найти циклическую частоту и период колебаний, фазу колебаний в рассматриваемый момент времени и амплитуду колебаний.

150. Материальная точка совершает гармонические колебания с амплитудой 12 см и частотой 4 Гц . В некоторый момент времени скорость достигла половины своего максимального значения. Каково ускорение и смещение точки в этот момент времени?

151. Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях и описываемых уравнениями $x = -3 \cos(\omega t) \text{ см}$ и $y = \cos(\omega t) \text{ см}$. Определить уравнение траектории точки. Построить график. Указать направление движения.

152. Пружина маятника обладает жесткостью $k = 20 \text{ Н/м}$. Какой массой должно обладать тело, подвешенное к пружине, чтобы за *минуту* совершалось 15 колебаний?

153. Точка участвует в двух гармонических колебаниях одинакового периода с начальными фазами, равными нулю. Амплитуда колебаний $A_1 = 1 \text{ см}$, $A_2 = 2 \text{ см}$. Найти амплитуду результирующего колебания, если: 1)

колебания совершаются в одном направлении; 2) колебания взаимно перпендикулярны.

154. Материальная точка массой $m = 250 \text{ г}$ совершает гармонические колебания, уравнение которых имеет вид: $x = 1,5\cos(2\pi t + \pi/3) \text{ м}$. Найти возвращающую силу в момент $t = 1,5 \text{ с}$, а также кинетическую энергию точки.

155. Материальная точка совершает гармонические колебания с периодом 1 с и амплитудой 1 см . В некоторый момент времени скорость достигла половины своего максимального значения. Каковы смещение и ускорение точки в этот момент времени?

156. Складываются два колебания, заданные уравнениями $x_1 = \sin(5\pi t) \text{ м}$ $x_2 = \sin(4,9\pi t) \text{ м}$. Написать уравнение результирующего колебания. Построить график результирующего колебания.

157. Ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания, равняется $1/5$ от максимального. Каково отношение кинетической энергии точки к полной энергии в этот момент времени?

158. Амплитуда гармонических колебаний материальной точки 3 см , полная энергия колебаний $4 \cdot 10^{-4} \text{ Дж}$, При каком смещении от положения равновесия на колеблющуюся точку действует сила $1,3 \cdot 10^{-2} \text{ Н}$?

159. Результирующее колебание, получающееся при сложении двух гармонических колебаний одного направления, описывается уравнением вида $x = 2\cos(t)\cos(158t)$ (t в секундах). Определить периоды складываемых колебаний и период биения.

160. Материальная точка массой 15 г совершает гармонические колебания, уравнение которых имеет вид: $x = 3,2\sin(8\pi t) \text{ м}$. Найти возвращающую силу, смещение и скорость в момент $t = 0,1 \text{ с}$, а также полную энергию точки.

РАЗДЕЛ II. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА. ТЕРМОДИНАМИКА

Основные формулы

1. Количество вещества однородного газа (в молях):

$$\nu = \frac{N}{N_A}, \text{ или } \nu = \frac{m}{\mu},$$

где N – число молекул газа; N_A – число Авогадро; m – масса газа; μ – молярная масса газа.

Если система представляет смесь нескольких газов, то количество вещества системы

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_n = \frac{N_1}{N_A} + \frac{N_2}{N_A} + \dots + \frac{N_n}{N_A},$$

или

$$\nu = \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \dots + \frac{m_n}{\mu_n},$$

где n_i, N_i, m_i, μ_i – соответственно количество вещества, число молекул, масса, молярная масса i -й компоненты смеси.

2. Уравнение Менделеева-Клапейрона (уравнение состояния идеального газа):

$$pV = \frac{m}{\mu}RT = \nu RT,$$

где m – масса газа; μ – молярная масса газа; R – универсальная газовая постоянная; $\nu = \frac{m}{\mu}$ – количество вещества; T – термодинамическая температура Кельвина.

3. Опытные газовые законы, являющиеся частными случаями уравнения Менделеева-Клапейрона для изопроцессов:

а) закон Бойля-Мариотта (изотермический процесс $T = const; m = const$):

$$pV = const,$$

или для двух состояний газа:

$$p_1V_1 = p_2V_2,$$

где p_1 и V_1 – давление и объём газа в начальном состоянии; p_2 и V_2 – те же величины в конечном состоянии;

б) закон Гей-Люссака (изобарический процесс $p = const; m = const$):

$$\frac{V}{T} = const,$$

$$p = const; m = const,$$

$$V = const; m = const,$$

или для двух состояний:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2},$$

где V_1 и T_1 – объем и температура газа в начальном состоянии; V_2 и T_2 – те же величины в конечном состоянии;

в) закон Шарля (изохорический процесс $V = const$; $m = const$):

$$\frac{p}{T} = const,$$

или для двух состояний:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2},$$

где p_1 и T_1 – давление и температура газа в начальном состоянии; p_2 и T_2 – те же величины в конечном состоянии;

г) объединенный газовый закон ($m = const$):

$$\frac{pV}{T} = const.$$

4. Закон Дальтона, определяющий давление смеси газов:

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n,$$

где p_i – парциальные давления компонентов смеси; n – число компонентов смеси.

5. Молярная масса смеси газов:

$$\mu = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_n}{V_1 + V_2 + \dots + V_n},$$

где m_i – масса i -го компонента смеси; $V_i = \frac{m_i}{\mu_i}$ – количество вещества i -го компонента смеси; n – число компонентов смеси.

6. Массовая доля w_i -го компонента смеси газа (в долях единицы или процентах):

$$w_i = \frac{m_i}{m},$$

где m – масса смеси.

7. Концентрация молекул (число молекул в единице объема)

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N_A}{\mu} \rho,$$

где N – число молекул, содержащихся в данной системе; ρ – плотность вещества. Формула справедлива не только для газов, но и для любого агрегатного состояния вещества.

8. Основное уравнение кинетической теории газов:

$$P = \frac{2}{3} n \langle W_n \rangle,$$

где $\langle W_i \rangle$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы.

9. Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы:

$$\langle W_n \rangle = \frac{3}{2} kT,$$

где k – постоянная Больцмана.

10. Средняя полная кинетическая энергия молекулы:

$$\langle W_i \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

где i – число степеней свободы молекулы.

11. Зависимость давления газа от концентрации молекул и температуры:

$$p = nkT.$$

12. Скорости молекул:

$$\text{средняя квадратичная } \langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}};$$

$$\text{средняя арифметическая } \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}};$$

$$\text{наиболее вероятная } v_e = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}},$$

где m_1 – масса одной молекулы.

13. Относительная скорость молекулы:

$$U = \frac{v}{v_e},$$

где v – скорость данной молекулы.

14. Удельные теплоемкости газа при постоянном объеме (c_v) и при постоянном давлении (c_p):

$$c_v = \frac{i}{2} \cdot \frac{R}{\mu}; \quad c_p = \frac{i+2}{2} \cdot \frac{R}{\mu}.$$

15. Связь между удельной (c) и молярной (\tilde{N}) теплоемкостями:

$$c = \frac{C}{\mu}; \quad C = c\mu.$$

16. Уравнение Роберта Майера:

$$C_p - C_v = R$$

17. Внутренняя энергия идеального газа:

$$U = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} \cdot R \cdot T = \frac{m}{\mu} \cdot C_v \cdot T.$$

18. Первое начало термодинамики:

$$Q = \Delta U + A,$$

где Q – теплота, сообщенная системе (газу); ΔU – изменение внутренней энергии системы; A – работа, совершенная системой против внешних сил.

19. Работа расширения газа:

в общем случае
$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV;$$

при изобарическом процессе $A = p(V_2 - V_1);$

при изотермическом процессе
$$A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1};$$

при адиабатическом процессе
$$A = -\Delta U = -\frac{m}{\mu} C_v \Delta T,$$

или
$$A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \cdot \frac{m}{\mu} \cdot \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right];$$

где $\nu = C_v / C_p$ – показатель адиабаты.

20. Уравнения Пуассона, связывающие параметры идеального газа при адиабатическом процессе:

$$pV^\gamma = const, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1};$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}.$$

21. Темический КПД цикла:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1};$$

где Q_1 – теплота, полученная рабочим телом от нагревателя; Q_2 – теплота, переданная рабочим телом охладителю.

22. Термический КПД цикла Карно:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где T_1, T_2 – термодинамические температуры нагревателя и охладителя.

23. Коэффициент поверхностного натяжения:

$$\alpha = \frac{F}{l} \quad \text{или} \quad \alpha = \frac{\Delta E}{\Delta S},$$

где F – сила поверхностного натяжения, действующая на контур l , ограничивающий поверхность жидкости; ΔE – изменение свободной энергии поверхностной пленки жидкости, связанное с изменением площади ΔS поверхности этой пленки.

24. Формула Лапласа, выражающая давление p , создаваемое сферической поверхностью жидкости:

$$p = \frac{\alpha}{R},$$

где R – радиус сферической поверхности.

25. Высота подъема жидкости в капиллярной трубке:

$$h = \frac{2\alpha \cos \theta}{gR\rho},$$

где θ – краевой угол ($\theta = 0$ при полном смачивании стенок трубки жидкостью; $\theta = \pi$ при полном смачивании); R – радиус канала трубки; ρ – плотность жидкости; g – ускорение свободного падения.

26. Высота подъема жидкости между двумя близкими и параллельными друг другу плоскостями:

$$h = \frac{2\alpha \cos \theta}{pgd},$$

где d – расстояние между плоскостями.

Примеры решения задач

Пример №1. Какое число молекул N находится в комнате объёмом $V = 80 \text{ м}^3$ при температуре $t = 17^\circ \text{ C}$ при давлении $P = 100 \text{ кПа}$.

Решение:

Число молекул N , содержащихся в некотором объёме V , при определённой температуре и давлении:

$$P = nkT, \quad (1)$$

где n – концентрация молекул (число молекул в единице объёма):

$$n = \frac{N}{V}, \quad (2)$$

$$T = t + 273^\circ = 17^\circ + 273^\circ = 290 \text{ K}.$$

Подставляя в (1) и (2) и приравнявая, получим:

$$N = \frac{PV}{kT} = \frac{1 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 80 \text{ м}^3}{1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К} \cdot 290 \text{ K}} = 2 \cdot 10^{27},$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$

Пример №2. В баллоне объёмом $V = 5 \text{ л}$ находится кислород под давлением $P = 1 \text{ МПа}$ и при температуре $T_1 = 290 \text{ K}$. После чего как из баллона взято $m_1 = 30 \text{ г}$. Кислорода, температура в баллоне понизилась до $T_2 = 280 \text{ K}$. Определить давление P кислорода, оставшегося в баллоне.

Решение:

Для решения задач воспользуемся уравнением Менделеева-Клапейрона, применив его к конечному состоянию газа:

$$P_2 V = \frac{m_2}{\mu} RT_2 \quad (1)$$

где m_2 – масса кислорода в конечном состоянии; M – молекулярная масса кислорода; R – молярная газовая постоянная.

Из уравнения (1) выразим искомое давление P_2 :

$$P_2 = \frac{m_2}{M} \cdot \frac{RT_2}{V} \quad (2)$$

Массу кислорода m выразим через массу m_1 , соответствующую начальному состоянию, и массу кислорода, взятого из баллона:

$$m_2 = m_1 - m \quad (3)$$

Массу кислорода m найдём также из уравнения Менделеева-Клапейрона, применив его к начальному состоянию:

$$m_1 = \frac{MP_1V}{RT_1} \quad (4)$$

Подставляя в (3) массу m_1 из (4), а затем полученное выражение m_2 в (2), найдём:

$$P_2 = \left(\frac{MP_1V}{RT_1} - m \right) \cdot \frac{RT_2}{\mu V}$$

или после преобразований и сокращения:

$$P_2 = \frac{T_2}{T_1} \cdot P_1 - \frac{m}{\mu} \cdot \frac{RT_2}{V} \quad (5)$$

Выразим величины, входящие в эту формулу, в единицах СИ и произведём вычисления:

$$P_1 = 1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па}, m = 50 \text{ г} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ кг}, T_1 = 290 \text{ К}, T_2 = 280 \text{ К}, V = 5 \text{ л} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3,$$

$$\mu = 16 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}, R = 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$$

$$P_2 = \frac{280 \text{ К}}{290 \text{ К}} \cdot 10^6 \text{ Па} - \frac{3 \cdot 10^{-2} \text{ кг}}{16 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}}{5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} \cdot 280 \text{ К} = 9,29 \cdot 10^4 \text{ Па} = 0,0929 \text{ Па}$$

Пример №3. В сосуде находится масса $m_1 = 14 \text{ г}$ азота и масса $m_2 = 9 \text{ г}$ водорода при температуре $t = 10^\circ \text{C}$ и давлении $P = 1 \text{ МПа}$. Найти объём V сосуда.

Решение.

По закону Дальтона, давление смеси равно сумме парциального давления газов, входящих в состав смеси. Парциальным давлением газов называется давление, которое производил бы этот газ, если бы только он один находился в сосуде, занятом смесью.

По уравнению Менделеева-Клапейрона, парциальное давление азота P_1 и водорода P_2 выражается формулами:

$$P_1 = \frac{m_1}{M_1} \cdot \frac{RT}{V}; P_2 = \frac{m_2}{M_2} \cdot \frac{RT}{V}.$$

Следовательно, по закону Дальтона давление смеси газов: $P = P_1 + P_2$ или

$$P = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \cdot \frac{RT}{V},$$

откуда объём баллона:

$$V = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \cdot \frac{RT}{P}. \quad (1)$$

Выразим в единицах СИ числовые значения величин, входящих в формулу:

$$m_1 = 14g = 0,014kg; M_1 = 14 \cdot 10^{-3} kg / \text{моль}; m_2 = 0,009kg; M_2 = 2 \cdot 10^{-3} kg / \text{моль};$$

$$P = 1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па}; R = 8,31 \text{ Дж} / (\text{моль} \cdot \text{К}); T = t + 273 = 10^\circ + 273 = 283 \text{ К}.$$

Подставим числовые значения в формулу(1) и произведём расчёт:

$$V = \left(\frac{0,014}{14 \cdot 10^{-3}} + \frac{0,003}{2 \cdot 10^{-3}} \right) \cdot \frac{8,31 \cdot 283}{10^6} \text{ м}^3 = 0,0129 \text{ м}^3 = 12,9 \text{ л}$$

Пример №4. Найти кинетическую энергию вращательного движения молекул, содержащихся в массе $m = 1 \text{ кг}$ азота при температуре $t = 7^\circ \text{ C}$.

Решение.

Известно что на каждую степень свободы молекулы газа приходится одинаковая средняя энергия: $\langle \omega \rangle = \frac{1}{2} kT$, где k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура газа, так как вращательному движению двух - атомной молекулы(молекула азота – двухатомная) соответствуют две степени свободы, то средняя энергия вращательного движения молекулы азота выражается формулой:

$$\langle \omega_{\text{вращ}} \rangle = \frac{ikT}{2} = \frac{2}{2} kT = 1kT, \quad (1)$$

подставив в формулу (1) значения $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж} / \text{К}$ и $T = t + 273^\circ = 7^\circ + 273^\circ = 280 \text{ К}$, получим:

$$\langle \omega_{\text{вращ}} \rangle = \frac{1}{2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 280 \text{ К} = 3,86 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$$

кинетическая энергия вращательного движения всех молекул газа определяется равенством:

$$E_k = \langle \omega_{\text{вращ}} \rangle N. \quad (2)$$

Число всех молекул газа можно вычислить по формуле

$$N = N_A \cdot \nu, \quad (3)$$

где N_A – число Авогадро, ν – количество вещества. Если учесть, что количество вещества $\nu = \frac{m}{M}$, где m – масса газа, M – молярная масса газа, то формула (3) имеет вид:

$$N = N_A \cdot \frac{m}{M}$$

Подставив это выражение в формулу(2), получим:

$$E_k = N_A \frac{m}{M} \langle \omega_{\text{вращ}} \rangle \quad (4)$$

Выразим величины, входящие в эту формулу, в единицах СИ:

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}; m = 1 \text{ кг}; M = 14 \cdot 10^{-3} \text{ кг / моль};$$

$$\langle \omega_{\text{вращ}} \rangle = 3,86 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}$$

Подставив эти значения в формулу (4), найдём:

$$E_k = 6,02 \cdot 10^{23} \cdot \frac{1}{28 \cdot 10^{-3}} \cdot 3,86 \cdot 10^{-21} \text{ Дж} = 83 \text{ Дж}.$$

Пример №5. Вычислить удельные теплоёмкости при постоянном объёме C_v и при постоянном давлении C_p кислорода и водорода, принимая эти газы за идеальные.

Решение:

Удельные теплоёмкости идеальных газов выражаются формулами:

$$C_v = \frac{i}{2} \cdot \frac{R}{M}, \quad (1)$$

$$C_p = \frac{i+2}{2} \cdot \frac{R}{M}, \quad (2)$$

где i – число степеней свободы молекул газа,

M – молярная масса.

Для кислорода (двухатомный газ) $i = 5$ и $M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг / моль}$. Вычисляя по формулам (1) и (2) получим:

$$C_v = \frac{5}{2} \cdot \frac{8,31}{32 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж / кг} \cdot \text{К},$$

$$C_p = \frac{5+2}{2} \cdot \frac{8,31}{32 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж / кг} \cdot \text{К}.$$

Для водорода (двухатомный газ) $i = 5$ и $M = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг / моль}$.

Вычисляя по тем же формулам:

$$C_v = C_v = \frac{5}{2} \cdot \frac{8,31}{2 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж / кг} \cdot \text{К} = 1,04 \cdot 10^4 \text{ Дж / кг} \cdot \text{К}$$

$$C_p = \frac{5+2}{2} \cdot \frac{8,31}{2 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж / кг} \cdot \text{К} = 1,46 \cdot 10^4 \text{ Дж / кг} \cdot \text{К}$$

Пример №6. Вычислить удельные теплоёмкости c_v и c_p смеси кислорода и водорода, если массовая доля кислорода $\omega_1 = 70\%$, массовая доля водорода $\omega_2 = 30\%$. Значения удельных теплоёмкостей газов взять из предыдущей задачи.

Решение:

Удельную теплоёмкость смеси при постоянном объёме c_v найдём следующим образом. Теплоту, необходимую для нагревания смеси на ΔT , выразим двумя способами:

$$Q = c_v(m_1 + m_2)\Delta T, \quad (1)$$

$$Q = (c_{v_1}m_1 + c_{v_2}m_2)\Delta T, \quad (2)$$

где c_{v_1} – удельная теплоёмкость кислорода, c_{v_2} – удельная теплоёмкость водорода.

Приравняв правые части (1) и (2) и разделив обе части на ΔT получим:

$$c_v(m_1 + m_2) = c_{v_1}m_1 + c_{v_2}m_2,$$

откуда:
$$c_v = c_{v_1} \cdot \frac{m_1}{m_1 + m_2} + c_{v_2} \cdot \frac{m_2}{m_1 + m_2}, \quad (3)$$

или
$$c_v = c_{v_1}\omega_1 + c_{v_2}\omega_2, \quad (4)$$

где $\omega_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}$ и $\omega_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$ – массовые доли кислорода и водорода в смеси

Подставив в формулу (4) числовые значения величин, найдем:

$$c_v = (6,5 \cdot 10^2 \cdot 0,7 + 1,04 \cdot 10^4 \cdot 0,3) \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} = 5075 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Рассуждая таким образом, получим формулу для вычисления удельной теплоёмкости смеси при постоянном давлении:

$$c_p = c_{p_1}\omega_1 + c_{p_2}\omega_2 \quad (5)$$

Подставив в формулу (5) числовые значения величин:

$$c_p = (0,93 \cdot 10^3 \cdot 0,7 + 1,46 \cdot 10^4 \cdot 0,3) \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} = 5031 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

Пример №7. В цилиндре под давлением находится гелий массой $m = 0,03$ кг при температуре $T = 300$ К. Гелий сначала расширился адиабатически, увеличив свой объём в $n_1 = 4$ раз, а затем был сжат изотермически, причём объём газа уменьшился в $n_2 = 4$ раза. Найти температуру, при которой газ расширился, и работу, совершённую газом при этих процессах. Изобразить процессы графически.

Решение:

Температуры и объёмы газа совершаемого адиабатического процесса связаны между собой соотношением:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \text{ или } \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{n^{\gamma-1}},$$

где γ – отношение теплоёмкости газа при постоянном давлении и постоянном объёме (для гелия как для двухатомного газа $\gamma = 1,4$)

$$n_1 = \frac{V_2}{V_1} = 4.$$

Отсюда получаем следующее выражение для конечной температуры T_2 :

$$T_2 = \frac{T_1}{n^{\gamma-1}}.$$

Подставляя числовые значения данных величин, находим:

$$T_2 = \frac{300}{4^{1,4-1}} \text{ К} = 172 \text{ К}$$

Работа A_1 газа при адиабатическом расширении может быть определена по формуле:

$$A_1 = \frac{m}{M} \cdot C_v (T_1 - T_2) = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} \cdot R (T_1 - T_2),$$

где C_v – молярная теплоёмкость газа при постоянном объёме.

Подставив числовые значения величин :

$R = 8,31 \text{ Дж} / (\text{моль} \cdot \text{К})$; $i = 5$ (для гелия как двухатомного газа);

$\mu = 8 \cdot 10^{-3} \text{ кг} / \text{моль}$; $m = 0,03 \text{ кг}$; $T_1 = 300 \text{ К}$; $T_2 = 172 \text{ К}$ в правую часть последней формулы и выполняя арифметические действия, получим:

$$A_1 = \frac{0,03 \cdot 5 \cdot 8,31}{8 \cdot 10^{-3} \cdot 2} \cdot (300 - 172) \text{ Дж} = 9,97 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

Работа A_2 газа при изотермическом процессе может быть выражена в виде:

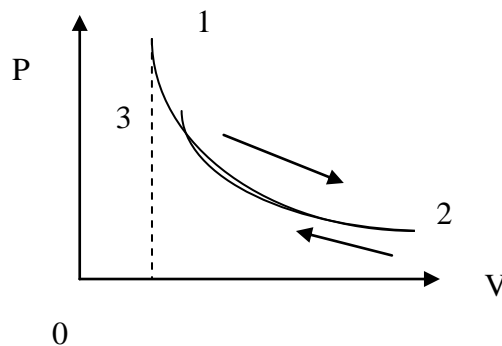
$$A_2 = \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{V_3}{V_2} \text{ или } A_2 = \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{1}{n_2},$$

где $n_2 = \frac{V_2}{V_3} = 4$.

Подставляя известные числовые значения величин, входящих в правую часть этого равенства, и выполняя арифметические действия, находим:

$$A_2 = \frac{0,03}{8 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot 172 \cdot \ln \frac{1}{4} \text{ Дж} = -7,4 \text{ кДж}$$

Знак «минус» показывает на то, что при сжатии работа газа совершается над газом внешними силами. График процесса приведён на рис. 9.



Пример 8. Кислород массой $m = 300 \text{ г}$ занимает объём $V_1 = 100 \text{ л}$ и находится под давлением $P_1 = 200 \text{ кПа}$. При нагревании газ расширился при постоянном давлении до объёма $V_2 = 500 \text{ л}$, а затем его давление возросло до $P_3 = 600 \text{ кПа}$ при неизменном объёме. Найти изменение внутренней энергии ΔU газа, совершенную им работу A и теплоту Q , переданную газу. Построить график процесса.

Решение:

Изменение внутренней энергии газа выражается формулой:

$$\Delta U = C_v m \Delta T = \frac{i}{2} \cdot \frac{R}{\mu} m \Delta T, \quad (1)$$

где i – число степеней свободы молекулы газа (для двухатомных молекул кислорода $i = 5$);

μ – молярная масса.

Начальную и конечную температуру газа найдём из уравнения Клайперона-Менделеева $PV = \frac{m}{\mu}RT$, отсюда

$$T = \frac{PV\mu}{mR}. \quad (2)$$

Выпишем заданные величины в единицах СИ:

$$m = 300 \text{ г} = 0,3 \text{ кг}; \quad \mu = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг / моль};$$

$$R = 8,31 \text{ Дж / (моль} \cdot \text{К)}; \quad V_1 = 100 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3; \quad V_2 = V_3 = 500 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3;$$

$$P_1 = 200 \text{ кПа} = 2 \cdot 10^5 \text{ Па} = P_2; \quad P_3 = 600 \text{ кПа} = 6 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Подставляя эти значения в выражение (2) и выполняя арифметические действия, получим:

$$T_1 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 0,1 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{0,3 \cdot 8,31} \text{ К} = 257 \text{ К},$$

$$T_2 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 0,5 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{0,3 \cdot 8,31} \text{ К} = 1284 \text{ К} = 1,28 \text{ МК},$$

$$T_3 = \frac{6 \cdot 10^5 \cdot 0,5 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{0,3 \cdot 8,31} \text{ К} = 3851 \text{ К} = 3,85 \text{ МК}.$$

Подставляя в выражение (1) числовые значения величин, входящих в него, и выполняя арифметические действия, находим

$$\Delta U = \frac{5}{2} \cdot \frac{8,31}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 0,3(3850 - 257) \text{ Дж} = 699,8 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 0,7 \text{ МДж},$$

Работа расширения газа при постоянном давлении выражается формулой:

$$A = R \frac{m}{\mu} \Delta T.$$

Подставив числовые значения величин, получим

$$A_1 = 8,31 \cdot \frac{0,3}{32 \cdot 10^{-3}} (1284 - 257) \text{ Дж} = 80 \cdot 10^3 \text{ Дж}$$

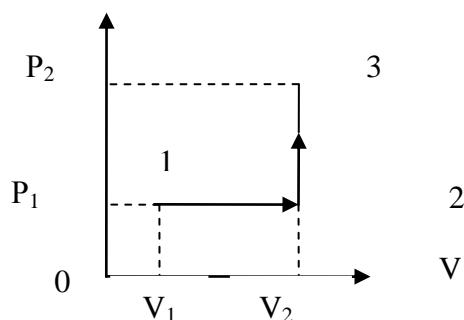
Работа газа, нагреваемого при постоянном объёме, равна нулю, т.е. $A_2 = 0$, следовательно, полная работа, совершенная газом, равна

$$A = A_1 + A_2 = 80 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

Согласно первому началу термодинамики теплота Q , переданная газу, равна сумме изменения внутренней энергии ΔU и работы A : $Q = \Delta U + A$, следовательно

$$Q = 0,7 \cdot 10^6 \text{ Дж} + 0,08 \cdot 10^6 \text{ Дж} = 0,78 \cdot 10^6 \text{ Дж} = 0,78 \text{ МДж}.$$

График процесса приведён на рисунке



Пример 9. Тепловая машина работает по обратимому циклу Карно.

Температура нагревателя $T_1 = 400\text{ K}$. Определить термический к. п. д. цикла и температуру T_2 охладителя тепловой машины, если за счёт каждого килоджоуля теплоты, получаемой от нагревателя, машина совершает работу $A = 300\text{ Дж}$.

Решение:

Термический к. п. д. тепловой машины, называемой также коэффициентом использования теплоты, показывает какая доля теплоты, получаемой от нагревателя, превращается в механическую работу.

Термический к. п. д. выражается формулой:

$$\eta = \frac{A}{Q_1},$$

где Q_1 – теплота, получаемая от нагревателя; A – работа, совершенная рабочим телом тепловой машины.

Подставив числовые значения в эту формулу, получим:

$$\eta = \frac{300}{1000} = 0,3.$$

Зная к. п. д. цикла можно по формуле определить температуру охладителя T_2 :

$$\eta = T_1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

Подставив в эту формулу полученное значение к. п. д. и температуры T_1 нагревателя, получим $T_2 = 400(1 - 0,3)\text{ K} = 280\text{ K}$.

Пример 10. Найти добавочное давление внутри мыльного пузыря диаметром $d = 8\text{ см}$. Какую работу нужно совершить, чтобы выдуть этот пузырь?

Решение:

Плѐнка мыльного пузыря имеет две сферические поверхности – внешнюю и внутреннюю. Обе поверхности оказывают давление на воздух, заключенный внутри пузыря. Так как толщина плѐнки чрезвычайно мала, то

диаметры обеих поверхностей практически одинаковы. Поэтому добавочное давление, $p = 2 \frac{2\alpha}{r}$, где r – радиус пузыря. Так как $r = \frac{d}{2}$, то

$$P = \frac{8\alpha}{d}.$$

Коэффициент поверхностного натяжения мыльной воды $\alpha = 40 \text{ Н/м}$ (см. справочную таблицу. 6), диаметр пузыря $d = 8 \text{ см} = 0,08 \text{ м}$.

Задачи для контрольных работ

161. При нормальных условиях длина свободного пробега $\langle \ell \rangle$ молекулы водорода равна $0,112 \text{ нм}$. Определить диаметр d молекулы водорода.

162. Какова средняя арифметическая скорость $\langle v \rangle$ молекул кислорода при нормальных условиях, если известно, что средняя длина свободного пробега $\langle \ell \rangle$ молекулы при этих условиях равна 100 нм .

163. Кислород находится под давлением $P = 133 \text{ нПа}$ при температуре $T = 200 \text{ К}$. Вычислить среднее число столкновений $\langle z \rangle$ в единицу времени молекулы кислорода при этих условиях.

164. Водород массой $m = 2 \text{ г}$ занимает объём $V = 2,5 \text{ л}$. Определить среднее число столкновений $\langle z \rangle$ за одну секунду молекулы водорода.

165. Средняя длина свободного пробега $\langle \ell \rangle$ молекулы водорода при некоторых условиях равна 2 мм . Найти плотность ρ водорода при этих условиях.

166. При адиабатическом сжатии давление воздуха было увеличено от $P_1 = 50 \text{ кПа}$ до $P_2 = 0,5 \text{ МПа}$. Затем при неизменном объёме температура воздуха была понижена до первоначальной. Определить давление P_3 газа в конце процесса.

167. Кислород $m = 200 \text{ г}$ занимает объём $V_1 = 100 \text{ л}$ и находится под давлением $P_1 = 200 \text{ кПа}$. При нагревании газ расширился при постоянном давлении до объёма $V_2 = 300 \text{ л}$, а затем его давление возросло до $P_3 = 500 \text{ кПа}$ при неизменном объёме. Найти изменение внутренней энергии ΔU газа, совершённую им работу A и теплоту Q , переданную газу. Построить график процесса.

168. Объём водорода при изотермическом расширении увеличился в $n = 3$ раза. Определить работу A , совершённую газом, и теплоту Q , полученную им при этом. Масса водорода равна $m = 200 \text{ г}$. $T = 300 \text{ К}$.

169. Водород массой $m = 40 \text{ г}$, имевший температуру $T = 300 \text{ К}$, адиабатически расширился, увеличив объём в $n_1 = 3$ раза. Затем при изотермическом сжатии объём газа уменьшился в $n_2 = 2$ раза. Определить полную работу A , совершённую газом, и конечную температуру T газа.

170. Азот массой $m = 0,1 \text{ кг}$ был изобарически нагрет от температуры $T_1 = 200 \text{ К}$ до $T_2 = 400 \text{ К}$. Определить работу A , совершённую газом, полученную им теплоту Q и изменение ΔU внутренней энергии азота.
171. Кислород массой $m = 250 \text{ г}$, имевший температуру $T_1 = 200 \text{ К}$, был адиабатически сжат, при этом была совершена работа $A = 25 \text{ кДж}$. Определить конечную температуру T газа.
172. Во сколько раз увеличивается объём водорода, содержащий количество вещества $\nu = 0,4 \text{ моль}$ при изотермическом расширении, если при этом газ получит теплоту $Q = 800 \text{ Дж}$? Температура водорода $T = 300 \text{ К}$.
173. В баллоне при $T_1 = 145 \text{ К}$ и давлении $P_1 = 2 \text{ МПа}$ находится кислород. Определить температуру T_2 и давление P_2 кислорода после того, как из баллона очень быстро будет выпущена половина газа.
174. Опред. работу A_2 изотермического сжатия газа, совершающего цикл Карно, к. п. д. которого $\eta = 0,4$, если работа изотермического расширения равна $A_1 = 8 \text{ Дж}$.
175. Газ, совершающий цикл Карно, отдал охладителю теплоту $Q_2 = 14 \text{ кДж}$. Определить температуру T_1 нагревателя, если при температуре охладителя $T_2 = 280 \text{ К}$ работа цикла $A = 6 \text{ кДж}$.
176. Газ, являясь рабочим веществом в цикле Карно, получил от нагревателя теплоту $Q_1 = 4,38 \text{ кДж}$ и совершил работу $A = 2,4 \text{ кДж}$. Определить температуру нагревателя, если температура охладителя $T_2 = 273 \text{ К}$.
177. Газ, совершающий цикл Карно, отдал охладителю 67% теплоты, полученной от нагревателя. Определить температуру T_2 охладителя, если температура нагревателя $T_1 = 430 \text{ К}$.
178. Во сколько раз увеличится коэффициент полезного действия η цикла Карно при повышении температуры нагревателя от $T_1' = 380 \text{ К}$ до $T_1'' = 560 \text{ К}$? Температура охладителя $T_2 = 280 \text{ К}$.
179. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно, температура нагревателя равна $T_1 = 500 \text{ К}$, температура охладителя $T_2 = 250 \text{ К}$. Определить термический к. п. д. η цикла, а также работу A_1 , совершённую рабочим веществом при изотермическом расширении, если при изотермическом сжатии совершена работа $A_2 = 70 \text{ Дж}$.
180. Газ, совершающий цикл Карно, получает теплоту $Q_1 = 84 \text{ кДж}$, какую работу совершает газ, если температура T_1 нагревателя в три раза выше T_2 охладителя?
181. Газ, совершающий цикл Карно, получил от нагревателя теплоту $Q_1 = 500 \text{ Дж}$ и совершил работу $A = 100 \text{ Дж}$. Температура нагревателя $T_1 = 400 \text{ К}$. Определите температуру T_2 охладителя.

182. 110. Найти массу m воды, вошедшей в стеклянную трубку с диаметром канала $d = 0,8 \text{ мм}$, опущенную в воду на малую глубину. Считать смачивание полным.
183. Какую работу A надо совершить при выдувании мыльного пузыря, чтобы увеличить его объем от $V_1 = 8 \text{ см}^3$, до $V_2 = 16 \text{ см}^3$? Считать процесс изотермическим.
184. Какая энергия E выделится при слиянии двух капель ртути диаметром $d_1 = 0,8 \text{ мм}$ и $d_2 = 1,2 \text{ мм}$ в одну каплю?
185. Определите давление P внутри воздушного пузырька диаметром $d = 4 \text{ мм}$, находящегося в воде у самой её поверхности. Атмосферное давление считать нормальным.
186. Определить суммарную кинетическую энергию E_k поступательного движения всех молекул газа, находящегося в сосуде объемом $V = 3 \text{ л}$ под давлением $P = 540 \text{ кПа}$.
187. количество вещества гелия $\nu = 1,5 \text{ моль}$, температура $T = 120 \text{ К}$. Определить суммарную кинетическую энергию E_k поступательного движения всех молекул этого газа.
188. Определить среднюю квадратичную скорость $\langle V_{\text{кв}} \rangle$ молекулы газа, заключенного в сосуде объемом $V = 2 \text{ л}$ под давлением $P = 200 \text{ кПа}$. Масса газа $m = 0,3 \text{ г}$.
189. Водород находится при температуре $T = 300 \text{ К}$. Найти среднюю кинетическую энергию $\langle \omega_{\text{вд}} \rangle$ вращательного движения одной молекулы, а также суммарную кинетическую энергию \dot{A}_e всех молекул этого газа; количество вещества водорода $\nu = 0,5 \text{ моль}$.
190. В азоте взвешены мельчайшие пылинки, которые движутся так, как если бы они были очень крупными молекулами. Масса m каждой пылинки равна $6 \cdot 10^{-10} \text{ г}$. Газ находится при температуре $T = 400 \text{ К}$. Определить средние квадратичные скорости $\langle V_{\text{кв}} \rangle$, а также средние кинетические энергии $\langle \omega_{\text{пост}} \rangle$ поступательного движения молекулы азота и пылинки.
191. Определить показатель адиабаты γ идеального газа, который при температуре $T = 350 \text{ К}$ и давлении $P = 0,4 \text{ МПа}$ занимает объем $V = 300 \text{ л}$ и имеет теплоемкость $C_v = 857 \text{ Дж / К}$.
192. Определить относительную молекулярную массу M_r и молярную массу μ газа, если разность его удельных теплоёмкостей $C_p - C_v = 2,08 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$.
193. Определить молярные теплоёмкости газа, если его удельные теплоёмкости $C_v = 10,4 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ и $C_p = 14,6 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$.
194. Найти удельные c_v и c_δ и молярные C_v и C_p теплоёмкости азота и гелия.

195. Трехатомный газ под давлением $P = 240 \text{ кПа}$ и температуре $t = 20^\circ \text{C}$ занимает объём $V = 10 \text{ л}$. Определить теплоёмкость C_p этого газа при постоянном давлении.
196. Одноатомный газ при нормальных условиях занимает объём $V = 5 \text{ л}$. Вычислить теплоёмкость C_v этого газа при постоянном объёме.
197. Найти среднее число столкновений $\langle z \rangle$ за одну секунду длину свободного пробега $\langle \ell \rangle$ молекулы гелия, если газ находится под давлением $P = 2 \text{ кПа}$ при температуре $T = 200 \text{ К}$.
198. Найти среднюю длину свободного пробега $\langle \ell \rangle$ молекулы азота в сосуде объёмом $V = 5 \text{ л}$. Масса газа $m = 0,5 \text{ г}$.
199. Водород находится под давлением $P = 20 \text{ мкПа}$ и имеет температуру $T = 300 \text{ К}$. Определить среднюю длину свободного пробега $\langle \ell \rangle$ молекулы этого газа.
200. При нормальных условиях длина свободного пробега $\langle \ell \rangle$ молекулы водорода равна $1,12$. Определить диаметр d молекулы водорода.
201. Какова средняя арифметическая скорость $\langle v \rangle$ молекул кислорода при нормальных условиях, если известно, что средняя длина свободного пробега $\langle \ell \rangle$ молекулы при этих условиях равна 100 нм .
202. Средняя длина свободного пробега $\langle \ell \rangle$ молекулы водорода при некоторых условиях равна 2 мм . Найти плотность ρ водорода при этих условиях.
203. При адиабатическом сжатии давление воздуха было увеличено от $P_1 = 50 \text{ кПа}$ до $P_2 = 0,5 \text{ МПа}$. Затем при неизменном объёме температура воздуха была понижена до первоначальной. Определить давление P_3 газа в конце процесса.
204. Определить работу A_2 изометрического сжатия газа, совершающего цикл Карно, к.п.д. которого $\eta = 0,4$, если работа изотермического расширения равна $A_1 = 8 \text{ Дж}$.
205. Газ, совершающий цикл Карно, отдал охладителю теплоту $Q_2 = 14 \text{ кДж}$. Определить температуру T_1 нагревателя, если при температуре охладителя $T_2 = 280 \text{ К}$ работа цикла $A = 2,4 \text{ кДж}$.
206. Газ, являясь рабочим веществом в цикле Карно, получил от нагревателя теплоту $Q_1 = 4,38 \text{ кДж}$ и совершил работу $A = 2,4 \text{ кДж}$. Определить температуру нагревателя, если температура охладителя $T_2 = 273 \text{ К}$.
207. Во сколько раз увеличится коэффициент полезного действия η цикла Карно при повышении температуры нагревателя от $T_1 = 380 \text{ К}$ до $T_1 = 560 \text{ К}$? Температура охладителя $T_2 = 280 \text{ К}$.
208. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. Температура T_1 нагревателя равна 500 К , температура охладителя $T_2 = 250 \text{ К}$. Определить термический к.п.д. η цикла, а также работу A_1 совершенную рабочим

веществом при изотермическом расширении, если при изотермическом сжатии совершена работа $A_2 = 70 \text{ Дж}$.

209. В сосуде находится азот массой 10 г и водород массой 7 г при температуре 23°C и давлении 150 кПа . Найти парциальные давления азота и водорода, молярную массу смеси и объем сосуда.

210. В баллоне ёмкостью 30 л находится кислород под давлением 72 атм и температуре -9°C . Затем часть газа из баллона выпустили, причем через некоторое время температура газа в нем повысилась до 17°C , а давление упало до 29 атм . Какое количество кислорода было выпущено?

211. Чему равна концентрация молекул воздуха в колбе радиолампы, если давление внутри колбы равно 10^{-5} Па , а средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул воздуха равна $5 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$? Определите, температуру воздуха в колбе.

212. Диаметр молекулы кислорода равен $3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$. Вычислить среднюю длину свободного пробега и среднее время между двумя столкновениями молекулы при нормальных условиях. Каковы эти величины для протонов космических лучей Галактики, полагая, что в межзвёздном газе средние значения скоростей, концентрация протонов и их диаметры равны соответственно $3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$, 10^4 м^{-3} , $2 \cdot 10^{-15} \text{ м}$?

213. Найти коэффициент внутреннего трения азота при нормальных условиях, если коэффициент диффузии при этих условиях равен $0,142 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$.

214. Один киломоль газа, находящегося при нормальных условиях, расширяясь, увеличивает свой объём в пять раз. Найти изменение внутренней энергии и работу расширения газа.

215. $6,5 \text{ г}$ водорода, находящегося при температуре 27°C , расширяются вдвое при постоянном давлении за счет притока тепла извне. Найти работу расширения, изменение внутренней энергии, количество тепла, сообщенного газу.

216. 163. Определить молярную массу газа, состоящего из 160 г кислорода и 120 г азота, парциальные давления, создаваемые молекулами кислорода и азота в сосуде, если температура 10°C и объём 10 л .

217. Закрытый с обеих сторон цилиндр разделен на две равные части (по 42 см) теплонепроницаемым поршнем. В обеих половинах находятся одинаковые массы газа при температуре 27°C и давлении в 1 атм . До какой температуры надо нагреть газ в одной части цилиндра, чтобы поршень сместился на 2 см ? Найти давление газа после смещения.

218. Какое давление на стенки сосуда производят молекулы газа, если масса газа 3 г , объём $0,5 \text{ л}$, а средняя квадратичная скорость молекул равна 500 м/с ? Чему равна концентрация молекул при температуре 27°C ?

219. Найти диаметр молекулы кислорода, если известно, что для кислорода коэффициент внутреннего трения при 0°C равен $18,8 \cdot 10^{-6} \text{ кг/м} \cdot \text{с}$.

220. Необходимо в 10 раз уменьшить объем газа. Как выгоднее его сжимать: адиабатически или изотермически?
221. Чему равна энергия теплового движения молекул одноатомного газа, заключенного в сосуде объемом 3 л и находящегося под давлением в 3 атм?
222. Азот находится в закрытом сосуде объемом 3 л при температуре 27°C и давлении 3 атм. После нагревания давление в сосуде повысилось до 25 атм. Определить температуру азота после нагревания и количество сообщенного азоту тепла.
223. Общеизвестен шуточный вопрос: „Что тяжелее: тонна свинца или тонна пробки?“. На сколько истинный вес пенопласта больше истинного веса ртути, если в воздухе они весят одинаково (19,6 Н). Считать давление воздуха равным 10 Па, температура 17°C , молярная масса воздуха $0,029\text{ кг/моль}$, плотность пенопласта $0,6\text{ г/см}^3$.
224. Два сосуда соединены между собой тонкой трубкой с краном. Ёмкость первого сосуда 2 л, он содержит газ под давлением 170 кПа. Ёмкость второго сосуда 3,2 л и он содержит тот же газ под давлением 55 кПа. Какое давление установится в сосудах после того, как открыть кран? Температура постоянная.
225. Считая воздух газом, состоящим из одинаковых молекул, оцените среднюю квадратичную скорость теплового движения молекул газа при нормальных условиях. Чему равна концентрация молекул воздуха?
226. Найти диаметр молекулы водорода, если известно, что для водорода коэффициент внутреннего трения при 27°C равен $8,3 \cdot 10^{-6}\text{ кг/(м}\cdot\text{с)}$.
227. Смесь газов состоит из двух молей одноатомного и трех молей двухатомного газа. Определить удельные теплоемкости C_p и C_v смеси.
228. При адиабатическом сжатии одного киломоля двухатомного газа была совершена работа в 146 кДж. На сколько увеличилась температура газа при его сжатии?
229. Кинетическая энергия вращательного движения молекул кислорода, находящегося в баллоне объемом 3 л, равна 300 Дж, а средняя квадратичная скорость его молекул равна 1000 м/с . Найти количество кислорода в баллоне; давление, под которым находится газ.
230. Двухатомному газу сообщено 2060 Дж тепла. При этом газ расширяется при постоянном давлении. Найти работу расширения газа.
231. Найти коэффициент диффузии и коэффициент внутреннего трения воздуха при давлении 100 кПа и температуре 10°C . Диаметр молекулы воздуха принять равным $3 \cdot 10^{-10}\text{ м}$.
232. При какой температуре средняя кинетическая энергия теплового движения молекул водорода будет достаточна для того, чтобы молекулы преодолели земное тяготение и навсегда покинули земную атмосферу?
233. 10 г азота находятся в закрытом сосуде при температуре 7°C . Какое количество тепла надо сообщить азоту, чтобы увеличить его среднюю

квадратичную скорость вдвое? Во сколько раз при этом изменится температура? Изменится ли давление?

234. Средняя длина свободного пробега молекул водорода при некотором давлении и температуре 21°C равна $9 \cdot 10^{-8}$ м. В результате изотермического процесса давление газа увеличилось в три раза. Найти среднее число столкновений молекул водорода в 1 с в конце процесса.

235. Во сколько раз коэффициент внутреннего трения кислорода больше коэффициента внутреннего трения азота? Температура газов одинакова.

236. При изобарическом расширении двухатомного газа была совершена работа в 157 Дж. Какое количество тепла было сообщено газу?

237. Концентрация молекул межзвездного газа в среднем равна 1 см^{-3} , средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул $1,5 \cdot 10^{-21}$ Дж. Определить давление и температуру газа.

238. Коэффициенты внутреннего трения и диффузии водорода при некоторых условиях равны соответственно $8,5 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}$ и $1,42 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 / \text{с}$. Найти число молекул водорода в 1 м^3 при этих условиях.

239. 10 г кислорода находятся под давлением 300 кПа и при температуре 10°C . После нагревания при постоянном давлении газ занял объем в 10 л. Найти энергию теплового движения молекул газа до и после нагревания; количество тепла, полученного газом.

240. Гелий находится в закрытом сосуде объемом 2 л при температуре 20°C и давлении 100 кПа. Какое количество тепла надо сообщить гелию, чтобы повысить его температуру на 100°C ? Какова будет средняя квадратичная скорость его молекул при новой температуре?

РАЗДЕЛ III. ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТОЯННЫЙ ТОК

Основные формулы

1. Закон Кулона:

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r^2},$$

где F – сила взаимодействия точечных зарядов Q_1 и Q_2 ; r – расстояние между зарядами; ϵ – диэлектрическая проницаемость; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ – электрическая постоянная.

2. Напряженность электрического поля и потенциал:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}; \quad \varphi = \frac{W}{Q},$$

где W – потенциальная энергия точечного положительного заряда Q , находящегося в данной точке поля (при условии, что потенциальная энергия заряда, удаленного в бесконечность, равна нулю).

3. Сила, действующая на точечный заряд, находящийся в электрическом поле, и потенциальная энергия этого заряда:

$$\vec{F} = Q\vec{E}; \quad \Pi = Q\varphi.$$

4. Напряженность и потенциал поля, создаваемого системой точечных зарядов (принцип суперпозиции электрических полей):

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i; \quad \varphi = \sum_{i=1}^N \varphi_i,$$

где \vec{E}_i, φ_i – напряженность и потенциал в данной точке поля, создаваемого i -м зарядом.

5. Напряженность и потенциал поля, создаваемого точечным зарядом:

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}; \quad \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r},$$

где r – расстояние от заряда Q до точки, в которой определяются напряженность и потенциал.

6. Напряженность и потенциал поля, создаваемого проводящей заряженной сферой радиуса R на расстоянии r от центра сферы:

а) если $r < R$, то $E = 0$; $\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R}$;

б) если $r = R$, то $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R^2}$; $\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R}$;

в) если $r > R$, то $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}$; $\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}$,

где Q – заряд сферы.

7. Линейная плотность заряда (заряд, приходящийся на единицу длины заряженного тела):

$$\tau = \frac{Q}{l}.$$

8. Поверхностная плотность заряда (заряд, приходящийся на единицу площади поверхности заряженного тела):

$$\sigma = \frac{Q}{S}.$$

9. Напряженность и потенциал поля, создаваемого распределенными зарядами. Если заряд равномерно распределен вдоль линии с линейной плотностью τ , то на линии выделяется малый участок длины $d\ell$ с зарядом $dQ = \tau \cdot d\ell$. Такой заряд можно рассматривать как точечный. Напряженность $d\vec{E}$ и потенциал $d\varphi$ электрического поля, создаваемого зарядом dQ , определяется формулами:

$$d\vec{E} = \frac{\tau \cdot d\ell}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}; \quad d\varphi = \frac{\tau \cdot d\ell}{4\pi\epsilon_0\epsilon r},$$

где \vec{r} – радиус-вектор, направленный от выделенного элемента $d\ell$ к точке, в которой вычисляется напряженность.

Используя принцип суперпозиции электрических полей, находим интегрированием напряженность \vec{E} и потенциал φ поля, создаваемого распределенным зарядом:

$$\vec{E} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \int_i \frac{d\ell}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}; \quad \varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \int_i \frac{d\ell}{r}.$$

Интегрирование ведется вдоль всей длины ℓ заряженной линии (см. пример б).

10. Напряженность поля, создаваемого бесконечной прямой равномерно заряженной линией или бесконечно длинным цилиндром:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon r},$$

где r – расстояние от нити или оси цилиндра до точки, напряженность поля в которой вычисляется.

11. Напряженность поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon}.$$

12. Связь потенциала с напряженностью:

а) в общем случае:

$$\vec{E} = -grad\varphi, \text{ или } \vec{E} = -\left(\vec{i} \frac{d\varphi}{dx} + \vec{j} \frac{d\varphi}{dy} + \vec{k} \frac{d\varphi}{dz}\right);$$

б) в случае однородного поля:

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d};$$

в) в случае поля, обладающего центральной или осевой симметрией:

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}.$$

13. Электрический момент диполя:

$$\vec{p} = |Q|\vec{\ell},$$

где Q – заряд; $\vec{\ell}$ – плечо диполя (величина векторная, направленная от отрицательного заряда к положительному и численно равная расстоянию между зарядами).

14. Работа сил поля по перемещению заряда Q из точки поля с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2 :

$$A_{1,2} = Q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

15. Электроёмкость:

$$C = \frac{Q}{\varphi} \text{ или } C = \frac{Q}{U},$$

где φ – потенциал проводника (при условии, что в бесконечности потенциал проводника принимается равным нулю); U – разность потенциалов пластин конденсатора.

16. Электроёмкость уединённой проводящей сферы радиуса R :

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R.$$

17. Электроёмкость плоского конденсатора:

$$C = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{S}{d},$$

где S – площадь пластины (одной) конденсатора; d – расстояние между пластинами.

18. Электроёмкость батареи конденсаторов:

а) при последовательном соединении

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i};$$

б) при параллельном соединении

$$C = \sum_{i=1}^N C_i,$$

где N – число конденсаторов в батарее.

19. Энергия заряженного конденсатора:

$$W = \frac{Q \cdot U}{2}; \quad W = \frac{C \cdot U^2}{2}; \quad W = \frac{Q^2}{2C}.$$

Постоянный ток

20. Сила тока:

$$I = \frac{Q}{t},$$

где Q – заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время t

21. Плотность тока:

$$j = \frac{I}{S},$$

где S – площадь поперечного сечения проводника.

22. Связь плотности тока со средней скоростью $\langle v \rangle$ направленного движения заряженных частиц:

$$j = en \langle v \rangle,$$

где e – заряд частицы; n – концентрация заряженных частиц.

23. Закон Ома:

а) для участка цепи, не содержащего э.д.с.

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{r} = \frac{U}{r},$$

где $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – разность потенциалов (напряжение) на концах участка цепи; r – сопротивление участка;

б) для участка цепи, содержащего э.д.с.

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \varepsilon}{r},$$

где ε – э.д.с. источника тока; r – полное сопротивление участка (сумма внешних и внутренних сопротивлений);

в) для замкнутой (полной) цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{r + r_i},$$

где r – внешнее сопротивление цепи; r_i – внутреннее сопротивление источника тока.

24. Законы Кирхгофа:

а) первый закон

$$\sum I_i = 0,$$

где $\sum I_i$ – алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле;

б) второй закон

$$\sum I_i r_i = \sum \varepsilon_i,$$

где $\sum I_i r_i$ – алгебраическая сумма произведений сил токов на сопротивления участков; $\sum \varepsilon_i$ – алгебраическая сумма э.д.с.

25. Сопротивление r и проводимость G проводника:

$$r = \rho \frac{\ell}{S}; \quad G = \sigma \frac{S}{\ell},$$

где ρ – удельное сопротивление; σ – удельная проводимость; ℓ – длина проводника; S – площадь поперечного сечения проводника.

26. Сопротивление системы проводников:

а) при последовательном соединении

$$r = \sum r_i;$$

б) при параллельном соединении

$$\frac{1}{r} = \sum \frac{1}{r_i},$$

где r_i – сопротивление i -го проводника.

27. Работа тока:

$$A = IUt; \quad A = I^2 r t; \quad A = \frac{U^2}{r} t.$$

Первая формула справедлива для любого участка цепи, на концах которого поддерживается напряжение U , последние две – для участка, не содержащего э.д.с.

28. Мощность тока:

$$P = IU; \quad P = I^2 r; \quad P = \frac{U^2}{r}.$$

29. Закон Джоуля-Ленца:

$$Q = I^2 r t.$$

30. Закон Ома в дифференциальной форме:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E},$$

где σ – удельная проводимость; \vec{E} – напряженность электрического поля; \vec{j} – плотность тока.

31. Связь удельной проводимости с подвижностью b заряженных частиц (ионов):

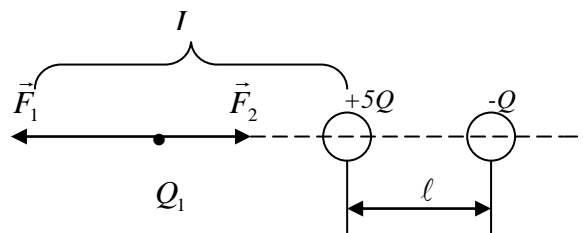
$$\sigma = Q \cdot n \cdot (b^+ + b^-),$$

где Q – заряд иона; i – концентрация ионов; b^+ и b^- – подвижность положительных и отрицательных ионов.

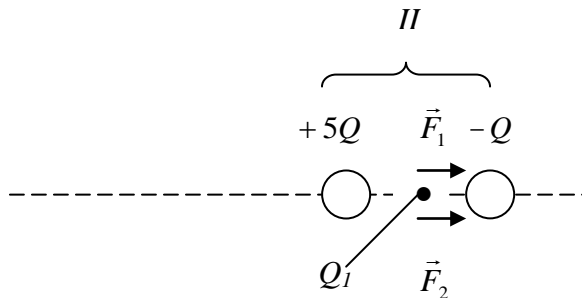
Примеры решения задач

Пример №1. Два точечных заряда $5Q$ и $-Q$ закреплены на расстоянии $\ell = 30 \text{ см}$ друг от друга, третий заряд Q_1 может перемещаться только вдоль прямой, проходящей через заряды. Определить положение заряда Q_1 при котором он будет находиться в равновесии. При каком знаке заряда Q_2 равновесие будет устойчивым?

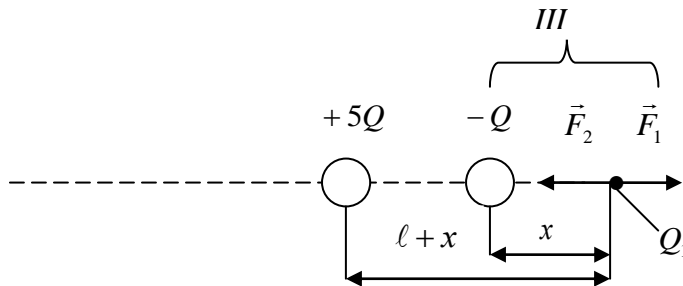
а)



б)



в)



Решение. Заряд Q_1 будет находиться в равновесии в том случае, если геометрическая сумма сил, действующих на него, будет равна нулю. Это значит, что на заряд Q_1 должны действовать две силы, равные по величине и противоположные по направлению. Рассмотрим, на каком из трех участков I,

II, *III* может быть выполнено это условие. Для определенности будем считать, что заряд Q_1 – положительный.

На участке *I* (рис. а) на заряд Q_1 будут действовать две противоположно направленные силы F_1 и F_2 . Сила F_1 , действующая со стороны заряда $5Q$, в любой точке этого участка будет больше, чем сила F_2 , действующая со стороны заряда $-Q$, т.к. больший (по абсолютной величине) заряд $5Q$ будет находиться всегда ближе к заряду Q_1 , чем меньший заряд $-Q$. Поэтому равновесие на этом участке невозможно.

На участке *II* (рис. б) обе силы F_1 и F_2 направлены в одну сторону – к заряду $-Q$. Следовательно, и на втором участке равновесие невозможно.

На участке *III* (рис. в) силы F_1 и F_2 направлены в противоположные стороны, так же как и на участке *I*, но в отличие от него меньший (по абсолютной величине) заряд $-Q$ всегда находится ближе к заряду Q_1 , чем больший заряд $5Q$. Это значит, что можно найти такую точку на прямой, где силы F_1 и F_2 будут одинаковы по абсолютной величине, т.е.

$$F_1 = F_2 \quad (1)$$

Пусть расстояние от меньшего заряда Q_1 будет равно x , тогда от большего заряда $5Q$ расстояние будет равно $\ell + x$. Выражая в равенстве (1) F_1 и F_2 в соответствии с законом Кулона, получим для абсолютной величины этих сил:

$$\frac{5Q \cdot Q_1}{(\ell + x)^2} = \frac{Q \cdot Q_1}{x^2}.$$

Сокращая на $Q \cdot Q_1$ и извлекая из обеих частей равенства квадратный корень, найдем:

$$\ell + x = \pm 3x,$$

откуда

$$x_1 = +\frac{\ell}{2}, \quad x_2 = -\frac{\ell}{4}.$$

Корень x_2 не удовлетворяет физическому условию задачи (в этой точке силы F_1 и F_2 хотя и равны по абсолютной величине, но совпадают по направлению).

Определим знак заряда Q_1 , при котором равновесие будет устойчивым. Равновесие называется устойчивым, если при смещении заряда от положения равновесия возникают силы, возвращающие его в положение равновесия. Рассмотрим смещение заряда Q_1 в двух случаях: когда заряд положителен и когда заряд отрицателен.

Если заряд Q_1 положителен, то при смещении его влево обе силы F_1 и F_2 возрастают медленнее (заряд $5Q$ всегда находится дальше, чем заряд $-Q$). Следовательно, F_2 (по абсолютному значению) больше, чем F_1 , и на заряд Q_1 будет действовать результирующая сила, направленная также влево. Под

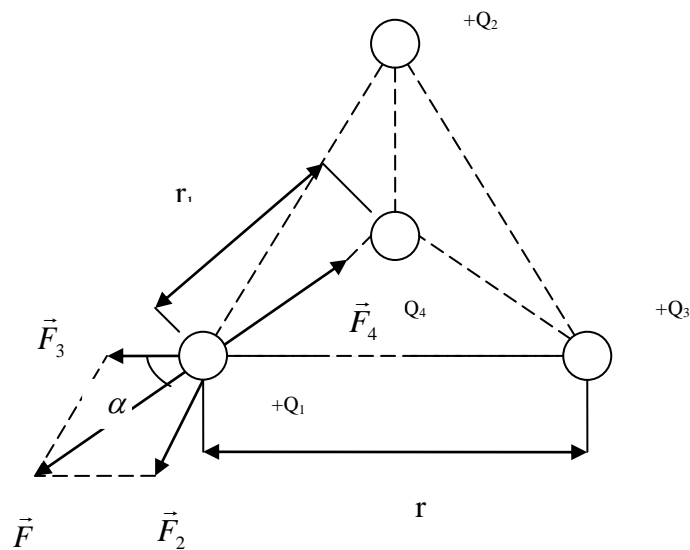
действием этой силы заряд Q_1 удаляется от положения равновесия. То же происходит и при смещении заряда Q_1 вправо. Сила F_2 будет убывать быстрее, чем F_1 . Геометрическая сумма сил в этом случае направлена вправо. Заряд под действием этой силы также будет перемещаться вправо, т.е. удаляться от положения равновесия. Таким образом, в случае положительного заряда равновесие является неустойчивым.

Если заряд Q_1 отрицателен, то его смещение влево вызовет увеличение сил F_1 и F_2 , но сила F_1 возрастает медленнее, чем F_2 , т.е. $|F_2| > |F_1|$. Результирующая сила будет направлена вправо. Под действием этой силы заряд Q_1 возвращается к положению равновесия. При смещении Q_1 вправо сила F_2 убывает быстрее, чем F_1 , т.е. $|F_1| > |F_2|$. Результирующая сила направлена влево и заряд Q_1 опять будет возвращаться к положению равновесия. При отрицательном заряде равновесие является устойчивым. Величина самого заряда Q_1 несущественна.

Пример №2. Три точечных заряда $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 2 \text{ нКл}$ расположены в вершинах равностороннего треугольника. Какой заряд Q_4 нужно поместить в центре треугольника, чтобы указанная система зарядов находилась в равновесии?

Решение. Все три заряда, расположенных в вершинах треугольника, находятся в одинаковых условиях. Поэтому достаточно выяснить, какой заряд следует поместить в центре треугольника, чтобы какой-нибудь один из трех зарядов, например Q_1 , находился в равновесии. Заряд Q_1 будет находиться в равновесии, если векторная сумма действующих на него сил равна нулю (см. рис.).

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F} + \vec{F}_4 = 0, \quad (1)$$



где $\vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ – силы, с которыми соответственно действуют на заряд Q_1 заряды Q_2, Q_3, Q_4 ; \vec{F} – равнодействующая сил \vec{F}_2 и \vec{F}_3 .

Так как силы \vec{F} и \vec{F}_4 направлены по одной прямой в противоположные стороны, то векторное равенство (1) можно заменить скалярным равенством $F - F_4 = 0$, откуда $F_4 = F$.

Выразив в последнем равенстве F через F_2 и F_3 и учитывая, что $F_3 = F_2$, получим $F_4 = F_2 \sqrt{2(1 + \cos 2\alpha)}$.

Применяя закон Кулона и имея в виду, что $Q_2 = Q_3 = Q_1$, найдем

$$\frac{Q_1 \cdot Q_4}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} = \frac{Q_1^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sqrt{2(1 + \cos \alpha)},$$

откуда
$$Q_4 = \frac{Q_1 \cdot r_1^2}{r^2} \sqrt{2(1 + \cos \alpha)}. \quad (2)$$

Из геометрических построений в равностороннем треугольнике следует, что

$$r_1 = \frac{\frac{r}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{r}{2 \cos 30^\circ} = \frac{r}{\sqrt{3}},$$

$$\cos \alpha = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}.$$

Подставив сюда числовое значение $Q = 2 \text{ нКл} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$, получим

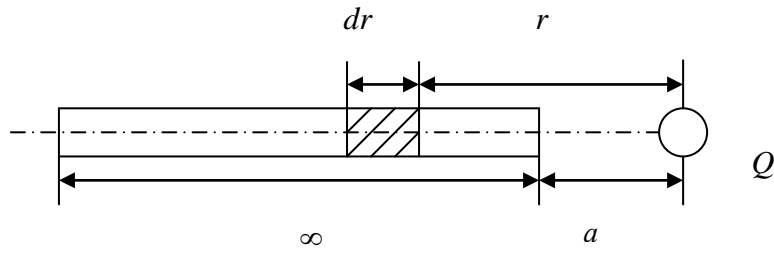
$$Q_4 = \frac{2 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{3}} \text{ Кл} = 11,54 \cdot 10^{-10} \text{ нКл}.$$

Следует отметить, что равновесие системы зарядов будет неустойчивым.

Пример №3. На продолжении оси тонкого прямого стержня, равномерно заряженного, с линейной плотностью заряда $\tau = 15 \text{ нКл/см}$ на расстоянии $a = 40 \text{ см}$ от конца стержня, находится точечный заряд $Q = 10 \text{ мкКл}$. Второй конец стержня уходит в бесконечность. Определить силу, действующую на заряд Q .

Решение. Сила взаимодействия заряженного стержня с точечным зарядом Q зависит от линейной плотности заряда на стержне. Зная эту зависимость, можно определить силу F . При вычислении силы F следует иметь в виду, что заряд на стержне не является точечным, поэтому закон Кулона непосредственно применить нельзя. В этом случае можно поступить следующим образом. Выделим на стержне (см. рис.) малый участок dr с зарядом $dQ = \tau \cdot dr$. Этот заряд можно рассматривать как точечный. Тогда, согласно закону Кулона

$$dF = \frac{Q \cdot \tau \cdot dr}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$



Интегрируя это выражение в пределе от a до ∞ , получим

$$F = \frac{Q \cdot \tau}{4\pi\epsilon_0} \int_a^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{Q \cdot \tau}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{Q \cdot \tau}{4\pi\epsilon_0 a};$$

$$4\pi\epsilon_0 = \frac{1}{9} \cdot 10^8 \text{ Ф/м. } Q = 10 \text{ нКл} = 10 \cdot 10^{-6} \text{ Кл. } a = 40 \text{ см} = 0,4 \text{ м.}$$

$$\tau = 15 \text{ нКл/см} = \frac{15 \cdot 10^{-8}}{10^{-2}} \text{ Кл/м} = 15 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м.}$$

Подставим числовые значения величин в полученную формулу и произведем вычисления:

$$F = \frac{10 \cdot 10^{-6} \cdot 15 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} = 1,35 \text{ Н.}$$

Пример №4. Точечный заряд $Q = 15 \text{ нКл}$ находится в поле, созданном прямым бесконечным цилиндром радиусом $R = 1 \text{ см}$, равномерно заряженным с поверхностной плотностью $\sigma = 0,2 \text{ нКл/см}^2$. Определить силу F , действующую на заряд, если его расстояние от оси цилиндра $r = 8 \text{ см}$.

Решение. Численное значение силы F , действующей на точечный заряд, находится в поле, определяется по формуле

$$F = Q \cdot E \quad (1)$$

где E – напряженность поля.

Как известно, напряженность поля бесконечно длинного равномерно заряженного цилиндра

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}, \quad (2)$$

где τ – линейная плотность заряда.

Выразим линейную плотность τ через поверхностную плотность σ . Для этого выделим элемент цилиндра длиной ℓ и выразим находящийся на нем заряд Q двумя способами:

$$Q = \sigma S = \sigma 2\pi R \ell; \quad Q = \tau \cdot \ell.$$

Приравняв правые части этих равенств и сократив на ℓ , получим

$$\tau = 2\pi R \sigma.$$

С учетом этого формула (2) примет вид

$$E = \frac{R\sigma}{\epsilon_0 r}.$$

Подставив это выражение в (1), получим искомую силу F :

$$F = \frac{Q\sigma R}{\varepsilon_0 r}. \quad (3)$$

Выпишем в единицах СИ числовые значения величин:

$$Q = 15 \text{ нКл} = 1,5 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}, \quad \sigma = 2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2, \quad \varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}.$$

$$F = \frac{1,5 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 1}{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 8 \cdot 10^{-2}} = 0,042 \text{ Н} = 42 \text{ мН}.$$

Направление силы F совпадает с направлением напряженности \vec{E} , а последняя в силу симметрии (цилиндр бесконечно длинный) направлена перпендикулярно поверхности цилиндра.

Пример №5. На пластинах плоского конденсатора находится заряд $Q = 6 \text{ нКл}$. Площадь каждой пластины конденсатора равна 60 м^2 , диэлектрик – воздух. Определить силу F , с которой притягиваются пластины. Поле между пластинами считать однородным.

Решение. Заряд Q одной пластины находится в поле напряженностью E , созданной зарядом другой пластины конденсатора. Следовательно, на первый заряд действует сила (см. рис.):

$$F = Q \cdot E, \quad (1)$$

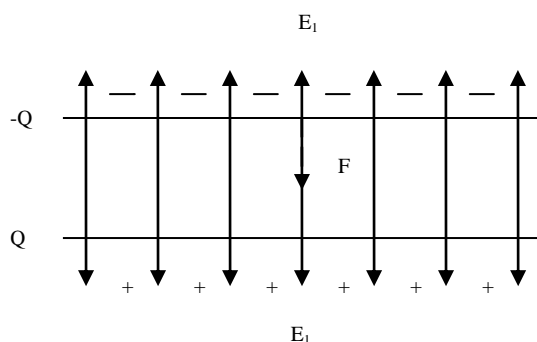
т.к.
$$E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{Q}{2\varepsilon_0 S}, \quad (2)$$

где σ – поверхностная плотность заряда пластины, то формула (1) с учётом выражения (2) примет вид:

$$F = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}. \quad (3)$$

Подставив числовые значения величин в формулу (3), получим

$$F = \frac{6 \cdot 10^{-16}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,6} \text{ Н} = 1,77 \text{ мН}.$$



Пример №6. Определить ускоряющую разность потенциалов U , которую должен пройти в электрическом поле электрон, обладающий скоростью $v_1 = 10^6 \text{ м/с}$, чтобы скорость его возросла в $n = 3$ раза.

Решение.

Ускоряющую разность потенциалов можно найти, вычислив работу A сил электростатического поля. Эта работа определяется произведением заряда электрона e на разность потенциалов U :

$$A = eU. \quad (1)$$

Работа сил электростатического поля в данном случае равно произведению кинетической энергии электрона:

$$A = T_2 - T_1 = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}, \quad (2)$$

где T_1 и T_2 – кинетические энергии электрона до и после прохождения ускоряющего поля; m – масса электрона; v_1 и v_2 – начальная и конечная скорости его.

Приравняв правые части равенств (1) и (2), получим:

$$eU = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2},$$

или

$$eU = \frac{mnv_1^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2},$$

где $n = \frac{v_2}{v_1}$.

Отсюда искомая разность потенциалов равна:

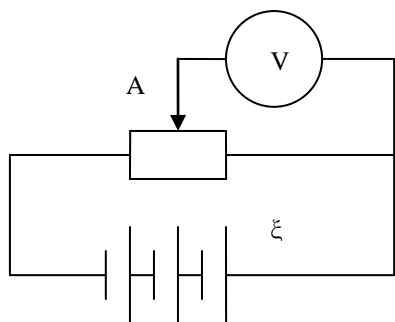
$$eU = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2},$$

$$U = \frac{mv_1^2}{2} e(n^2 - 1). \quad (3)$$

Подставим числовые значения физических величин и вычислим:

$$U = \frac{9,31 \cdot 10^{-31} \cdot (10^6)^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \cdot (3^2 - 1) \text{ В} = 22,75 \text{ В}.$$

Пример №7. Потенциометр с сопротивлением $r = 10 \text{ Ом}$ подключен к батарее, ЭДС которой $\varepsilon = 15 \text{ В}$ и внутреннее сопротивление $r_i = 50 \text{ Ом}$. Определить показание вольтметра с сопротивлением $r_v = 50 \text{ Ом}$, соединенного с одной из клемм потенциометра и подвижным контактом, установленным посередине потенциометра. Какова разность потенциалов между теми же точками потенциометра при отключении вольтметра?



Решение.

Показание U_1 вольтметра, подключенного к точкам A и B , определяется по формуле

$$U_1 = I_1 r_1, \quad (1)$$

где I_1 – сила тока в неразветвленной части цепи; r_1 – сопротивление параллельно соединенных

вольтметра и половины потенциометра.

Силу тока I_1 найдём по закону Ома для всей цепи:

$$I_i = \frac{\varepsilon}{r_v + r_e}, \quad (2)$$

где r_e – сопротивление внешней цепи.

Внешнее сопротивление r_e есть сумма двух сопротивлений:

$$r_e = \frac{r}{2} + r_1. \quad (3)$$

Сопротивление r_1 параллельного соединения может быть найдено по формуле:

$$\frac{1}{r_1} = \frac{1}{r_v} + \frac{1}{r/2},$$

откуда

$$r_1 = \frac{r \cdot r_v}{r + 2r_v}.$$

Подставив числовые значения, найдём

$$r_1 = \frac{10 \cdot 50}{10 + 2 \cdot 50} = 4,55 \text{ Ом}.$$

Подставив в формулу (2) выражение внешнего сопротивления r_e из равенства (3), определим силу тока:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{\frac{r}{2} + r_1 + r_i} = \frac{15}{5 + 4,55 + 5} = 1,03 \text{ А}.$$

Если подставить значения I_1 и r_1 в формулу (1), то можно определить показание вольтметра:

$$U_1 = 1,03 \cdot 4,55 = 4,69 \text{ В}.$$

Разность потенциалов между точками A и B при отключенном вольтметре равна произведению силы тока I_2 на половину сопротивления потенциометра:

$$U_2 = I_2 \frac{r}{2} \text{ или } U_2 = \frac{\varepsilon}{r + r_i} \cdot \frac{r}{2}.$$

Подставляя в эту формулу числовые значения, получим:

$$U_2 = \frac{15}{10 + 5} \cdot \frac{10}{2} = 5 \text{ В}.$$

Пример №8. Сила тока в проводнике сопротивлением $r = 20 \text{ Ом}$ равномерно убывает от значения $I_1 = 10 \text{ А}$ до $I_2 = 0$ в течение времени $t = 10 \text{ с}$. Определить теплоту Q , выделившуюся в этом проводнике за указанный промежуток времени.

Решение.

Закон Джоуля-Ленца в виде $Q = I^2 \cdot r \cdot t$ справедлив для случая постоянного тока ($I = \text{const}$). Если же сила тока в проводнике изменяется, то указанный закон справедлив для бесконечно малого промежутка времени и записывается в виде

$$dQ = I^2 r \cdot dt . \quad (1)$$

Здесь сила тока I является некоторой функцией времени. В нашем случае

$$I = k \cdot t , \quad (2)$$

где k – коэффициент пропорциональности, численно равный приращению силы тока в единицу времени, т.е.

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{10}{10} \text{ A/c} = 1 \text{ A/c} .$$

С учетом (2) формула (1) примет вид

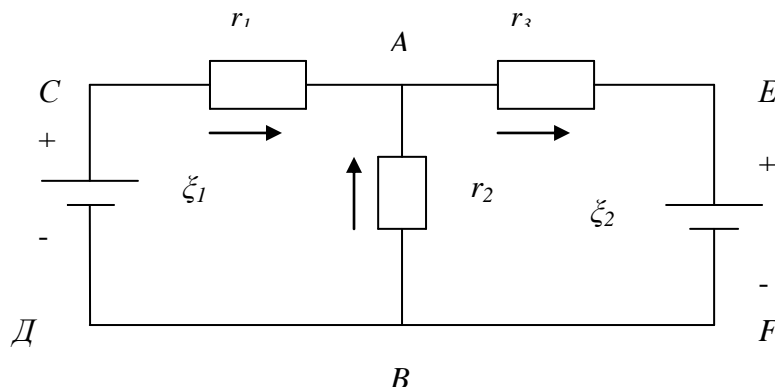
$$dQ = k^2 r \cdot t^2 \cdot dt . \quad (3)$$

Для определения теплоты, выделившейся за конечный промежуток времени t , выражение (3) надо проинтегрировать в пределах от t_1 до t_2

$$Q = k^2 r \int_{t_1}^{t_2} t^2 \cdot dt = \frac{1}{2} k^2 r \cdot (t_2^3 - t_1^3) \quad Q = k^2 r \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 r (t_2^3 - t_1^3)$$

$$Q = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 20 \cdot 10^3 = 6,7 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 6,7 \text{ кДж} .$$

Пример №9. Определить силу тока I_3 в проводнике сопротивлением r_3 и напряжение U_3 на концах этого проводника, если $\varepsilon_1 = 4 \text{ В}$, $\varepsilon_2 = 6 \text{ В}$, $r_1 = 2 \text{ Ом}$, $r_2 = 6$, $r_3 = 4 \text{ Ом}$. . Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.



Указание. Для расчёта разветвленных цепей применяются законы Кирхгофа.

Первый закон Кирхгофа. Алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле, равна нулю, т.е. $\sum I_i = 0$.

Второй закон Кирхгофа. В любом замкнутом контуре алгебраическая сумма напряжений на отдельных участках цепи равна алгебраической сумме э.д.с., встречающихся в контуре.

На основании этих законов можно составить уравнения, необходимые для определения искомых величин (сил токов, сопротивлений и э.д.с.). Применяя законы Кирхгофа следует соблюдать следующие правила:

1. Перед составлением уравнений произвольно выбрать: а) направление токов (если они не заданы по условию задачи) и указать их стрелками на чертеже; б) направление обхода контуров.

2. При составлении уравнений по первому закону Кирхгофа считать токи, подходящие к узлу, положительными; токи, отходящие от узла, отрицательными. Число уравнений, составляемых по первому закону Кирхгофа, должно быть на единицу меньше числа узлов, содержащихся в цепи.

3. При составлении уравнений по второму закону Кирхгофа надо считать, что: а) падение напряжения на участке цепи (т.е. произведение Ir) входит в уравнение со знаком плюс, если направление тока в данном участке совпадают с выбранным направлением обхода контура, в противном случае произведение Ir входит в уравнение со знаком минус; б) э.д.с. входит в уравнение со знаком плюс, если она повышает потенциал в направлении обхода контура, т.е. если при обходе приходится идти от минуса к плюсу внутри источника тока, в противном случае э.д.с. входит в уравнение со знаком минус.

Число независимых уравнений, составленных по второму закону Кирхгофа, должно быть меньше числа замкнутых контуров, имеющих в цепи. Для составления уравнений первый контур можно выбирать произвольно. Все последующие контуры следует выбирать таким образом, чтобы в каждый новый контур входила хотя бы одна ветвь цепи, не участвовавшая ни в одном из ранее использованных контуров. Если при решении уравнений, составленных указанным способом, получены отрицательные значения силы тока или сопротивления, то это означает, что ток через данное сопротивление в действительности течёт в направлении, противоположном произвольно выбранному.

Решение. Выберем направления токов, как они показаны, по часовой стрелке. По первому закону Кирхгофа для узла A имеем:

$$I_3 - I_1 - I_2 = 0, \quad I_1 = I_3 - I_2. \quad (1)$$

По второму закону Кирхгофа имеем для контура $ABDC$:

$$I_1 r_1 - I_2 r_2 = \varepsilon_1. \quad (2)$$

Соответственно для контура $AEFB$:

$$I_3 r_3 + I_2 r_2 = -\varepsilon_2. \quad (3)$$

После подстановки (1) в (2) получим:

$$I_3 r_1 - I_2 r_1 = \varepsilon_1,$$

или

$$I_3 r_1 - I_2 (r_1 + r_2) = \varepsilon_1. \quad (4)$$

Выразим из (3)

$$I_2 = -\frac{\varepsilon_2}{r_2} - I_3 \frac{r_3}{r_2}. \quad (5)$$

Подставим (5) в (4), получим $\varepsilon_1 = I_3 r_1 + \varepsilon_2 \frac{r_1 + r_2}{r_2} + I_3 \frac{r_3 (r_1 + r_2)}{r_3}$. (6)

Преобразуя (6), получим $I_3 = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 \cdot \frac{r_1 + r_2}{r_2}}{r_1 + \frac{r_3 (r_1 + r_2)}{r_2}} = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 \cdot \frac{(\frac{r_1}{r} + 1)}{r_1 + r_2 \cdot (\frac{r_1}{r} + 1)}$. (7)

Подставим числовые значения в формулу (7), получим

$$I_3 = \frac{4 - 6 \cdot \left(\frac{2}{6} + 1\right)}{2 + 4 \cdot \left(\frac{2}{6} + 1\right)} = -\frac{9}{11} \text{ A.}$$

По закону Ома для участка цепи

$$I_3 = \frac{U_3}{r_3} \text{ или } U_3 = I_3 r = \frac{9}{11} \text{ A} \cdot 4 \text{ Ом} = 3,3 \text{ В.}$$

Задачи для контрольных работ

241. Найти напряженность электрического поля в точке D , расположенной по отношению к зарядам $q_1 = 20 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$, $q_2 = 5 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$, $q_3 = 1,25 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$, как показано на рисунке. Расстояние $AB = 5 \text{ см}$, $BC = 6 \text{ см}$, $AD = 8 \text{ см}$. Определить силу, с которой поле действует на точечный заряд $q = 30 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$, помещенный в точку.

242. В вершинах правильного шестиугольника расположены 3 положительных и 3 отрицательных заряда. Найти напряжённость электрического поля в центре шестиугольника при различном расположении этих зарядов. Величина каждого заряда $q = 2,5 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$.

Сторона шестиугольника $a = 3 \text{ см}$.

243. Три пластины с поверхностными плотностями заряда $\sigma_1 = 6,7 \cdot 10^{-7} \text{ Кл/м}^2$, $\sigma_2 = 1,3 \cdot 10^{-7} \text{ Кл/м}^2$, $\sigma_3 = -3 \cdot 10^{-7} \text{ Кл/м}^2$ расположены на расстоянии 1 мм друг от друга. Найти разность потенциалов между ними.

244. Положительные заряды $3,00$ и $0,02 \text{ мкКл}$ находятся в вакууме на расстоянии $1,5 \text{ м}$ друг от друга. Определить работу, необходимую для сближения зарядов до расстояния 1 м .

245. Плоский конденсатор зарядили при помощи источника с напряжением 200 В . Затем конденсатор был отключен, и расстояние между пластинами было увеличено от первоначального $0,2$ до $0,7 \text{ Кл}$ а пространство между пластинами заполнили слюдой ($\varepsilon = 7$). Каким стало напряжение между пластинами?

246. Определить количество электрической энергии, перешедшей в тепло при соединении одноименно заряженными обкладками конденсаторов $C_1 = 2 \text{ мкФ}$ и $C_2 = 2 \text{ мкФ}$, заряженных до напряжений 100 и 50 В соответственно.

247. Металлический заряженный шар радиусом 20 м создает электрическое поле. Концентрическая с шаром сфера делит все пространство на две области так, что энергия внутренней области составляет $1/4$ часть от энергии всего поля. Найти радиус этой сферы.

248. От батареи, ЭДС которой равна 500 В , требуется передать энергию на расстояние $2,5 \text{ км}$. Потребляемая мощность равна 10 кВт . Найти минимальные потери мощности в сети, если диаметр медных проводов $1,5 \text{ м}$ (удельное сопротивление меди $1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$).

249. В схеме $\varepsilon_1 = 2 \text{ В}$, $\varepsilon_2 = 4 \text{ В}$, $\varepsilon_3 = 6 \text{ В}$, $R_1 = 40 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$ и $R_3 = 8 \text{ Ом}$. Найти силу тока во всех участках цепи. Внутренним сопротивлением элементов пренебречь.

250. Установлено, что максимальная напряженность электрического поля в воздухе при атмосферном давлении составляет 10^6 В/м . Найти наибольшие потенциал и заряд, которые можно сообщить сфере диаметром 30 м .

251. Разноимённые точечные заряды по $5 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$ каждый находятся в вакууме на расстоянии 5 см друг от друга. Какую работу нужно совершить, чтобы увеличить расстояние между ними до $0,5 \text{ м}$?

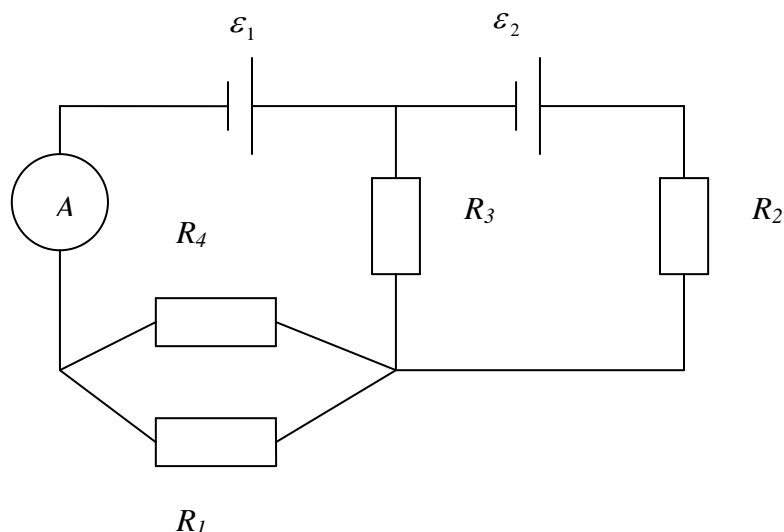
252. Плоский воздушный конденсатор с площадью пластин 200 см^2 заряжен до напряжения 2 кВ . После зарядки конденсатор отключили от источника напряжения и пространство между пластинами заполнили эбонитом ($\varepsilon = 2,6$). Расстояние между пластинами 1 см . Найти: 1) изменение ёмкости конденсатора; 2) изменение напряженности поля внутри конденсатора.

253. Сила притяжения между пластинами плоского конденсатора 60 мН . Площадь каждой пластины 250 см^2 . Найти объемную плотность энергии поля конденсатора.

254. Найти радиус сферы, концентрической с заряженным шаром радиусом 30 см , если эта сфера делит все пространство на две области так, что энергия внутренней области в три раза меньше внешней.

255. Имеется 120-вольтовая лампочка мощностью 40 Вт . Какое добавочное сопротивление нужно включить последовательно лампочкой, чтобы она давала нормальный накал при напряжении в цепи 220 В ? Сколько метров нихромовой проволоки диаметром $0,3 \text{ мм}$ надо взять, чтобы получить такое сопротивление? Удельное сопротивление нихрома $10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

256. На схеме $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 100 \text{ В}$, $R_1 = 20 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $R_3 = 40 \text{ Ом}$ и $R_4 = 30 \text{ Ом}$. Найти показание амперметра. Сопротивлениями батарей и амперметра пренебречь.



257. На расстоянии $AC = 6 \text{ см}$ от бесконечной заряженной плоскости с поверхностной плотностью заряда $177 \cdot 10^{-8} \text{ Кл/м}^2$ расположен точечный заряд $q = 5 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$. Найти напряженность электрического поля в точке O , находящейся на расстоянии $AO = 9 \text{ см}$ от плоскости.

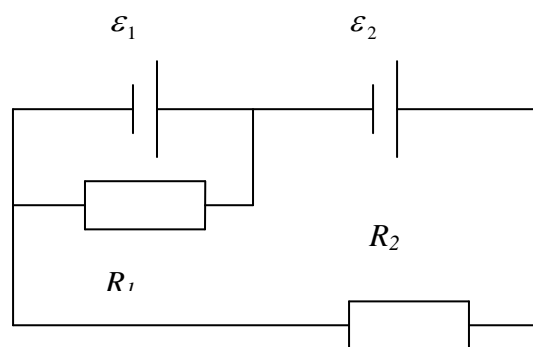
258. Два разноименных точечных заряда, отношение величин которых равно n , расположены на расстоянии d друг от друга. Найти точку на отрезке, соединяющем эти заряды, потенциал которой равен нулю.

259. Две металлические пластины расположены параллельно на расстоянии $0,6 \text{ см}$ друг от друга в воздухе. До какой разности потенциалов их требуется зарядить, чтобы напряженность поля между ними составила $7 \cdot 10^2 \text{ В/см}$? Какая энергия запасена в конденсаторе, если заряд на пластинах $8 \cdot 10^{-4} \text{ Кл}$?

260. Два проводящих шарика, радиусами 3 и 12 см , получили заряды 10^{-9} и $12 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$. Что произойдет, когда шарики соединят проволокой? Определить энергию шариков до и после соединения.

261. В лаборатории, удаленной от генератора на 100 м , включили электрический нагревательный прибор, потребляющий ток 10 А . На сколько понизилось напряжение на зажимах электрической лампочки, горящей в этой лаборатории? Удельное сопротивление меди $1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, сечение медных проводов 5 мм^2 .

262. На схеме ε_1 и ε_2 – два элемента с одинаковыми ЭДС и одинаковыми внутренними сопротивлениями. Сопротивление $R_2 = 1 \text{ Ом}$ падение потенциала на зажимах элемента ε_1 , равное 2 В вдвое больше падения потенциала на зажимах элемента ε_2 . Падение потенциала на сопротивлении R_2 равно падению потенциала на элементе ε_2 . Найти ЭДС и внутренние сопротивления элементов.



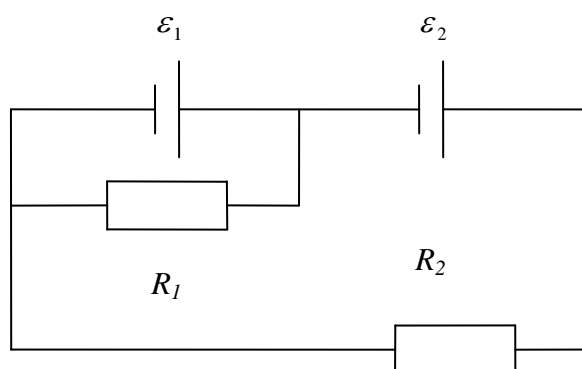
263. Две разноименно заряженные плоскости с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл/м}^2$ и $\sigma_2 = -3 \cdot 10^{-9} \text{ Кл/м}^2$ расположены на расстоянии 10 см друг от друга. Найти разность потенциалов между плоскостями.

264. Две одноименно заряженные бесконечно длинные нити с одинаковой линейной плотностью заряда $3 \cdot 10^{-8} \text{ Кл/см}$ находятся на расстоянии 2 см друг от друга. Какую работу (на единицу длины) надо совершить, чтобы сдвинуть эти нити до расстояния 1 см ?

265. Плоский воздушный конденсатор с площадью пластин 80 см^2 каждая и расстоянием между ними $1,5 \text{ мм}$ заряжается от источника с напряжением 100 В , отключается от него и погружается в жидкий диэлектрик с $\varepsilon = 2,5$. Как и насколько изменится при этом энергия конденсатора?

266. Разность потенциалов между двумя точками A и B равна 9 В . Имеются два проводника, сопротивления которых равны соответственно 5 и 3 Ом . Найти количество тепла, выделяющееся в каждом проводнике в 1 с , если проводники A и B включены: 1) последовательно; 2) параллельно.

267. На схеме ε_1 и ε_2 – два элемента с одинаковыми ЭДС в 2 В и одинаковыми внутренними сопротивлениями, равными $0,5 \text{ Ом}$. Найти силу тока, текущего через сопротивление $R_1 = 0,5 \text{ Ом}$, сопротивление $R_2 = 1,5 \text{ Ом}$ и через элемент ε_1 .



268. В вершинах правильного четырехугольника расположены 2 положительных и 2 отрицательных заряда. Найти напряженность электрического поля в центре четырехугольника при различном расположении этих зарядов. Величина каждого заряда $q = 5 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$. Сторона четырехугольника: $a = 8 \text{ см}$.

269. Заряды диполя $-q$ и $+q$ помещены в точки $\varepsilon_1 = 24 \text{ В}$ и B . На каком расстоянии S от центра диполя O потенциал поля диполя будет таким же, как потенциал поля, создаваемого зарядом $+q$, помещенным в точку O ? Плечо диполя равно d .

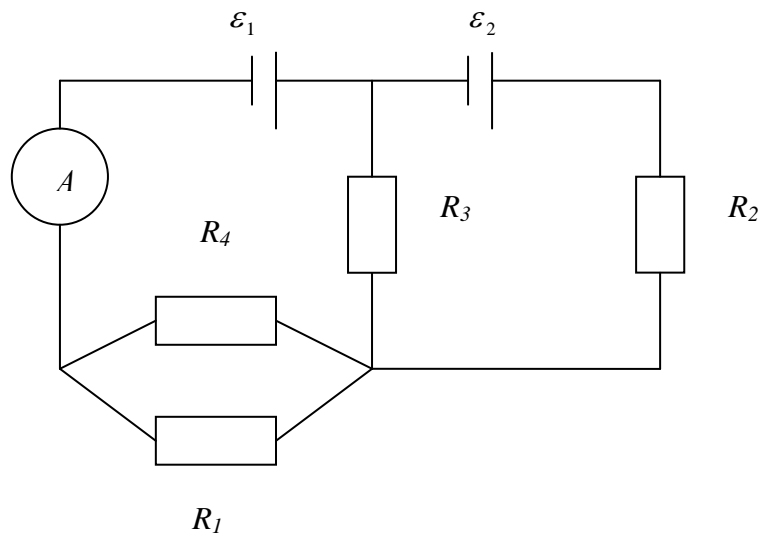
270. Определить общую ёмкость трёх плоских воздушных конденсаторов, соединенных параллельно. Геометрические размеры конденсаторов одинаковы: площадь пластин 314 см^2 , расстояние между ними 1 мм . Как изменится общая ёмкость конденсаторов, если пространство между пластинами одного конденсатора заполнить слюдой ($\varepsilon = 6$), а второго – парафином ($\varepsilon = 2$)?

271. Площадь каждой из пластин плоского конденсатора 200 см^2 а расстояние между ними 1 см . Какова энергия поля, если напряженность поля 500 кВ/м , а пространство между обкладками заполнено слюдой ($\varepsilon = 6$)?

272. Элемент замыкают сначала на внешнее сопротивление $R_1 = 2 \text{ Ом}$, а затем на внешнее сопротивление $R_2 = 0,5 \text{ Ом}$. Найти ЭДС элемента и его внутреннее сопротивление, если известно, что в каждом из этих случаев мощность, выделяемая во внешней цепи, одинакова и равна $3,54 \text{ Вт}$.

273. На схеме $\varepsilon_1 = 2 \varepsilon_2$, и $R_1 = R_2 = 20 \text{ Ом}$, $R_3 = 15 \text{ Ом}$, $R_4 = 30 \text{ Ом}$.

Амперметр показывает $1,5 \text{ А}$. Найти величины ε_1 и ε_2 , а также силы токов I_2 и I_3 , идущих соответственно через сопротивления R_2 и R_3 . Сопротивлением батарей и амперметра пренебречь.



274. В вершинах правильного треугольника расположены три положительных заряда. Найти напряжённость электрического поля в центре треугольника. Величина каждого заряда $q = 1,5 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$. Сторона треугольника: $a = 8 \text{ см}$

275. Заряды распределены равномерно по поверхности двух концентрических сфер с радиусами 10 и 20 см , причем поверхностная плотность зарядов σ на обеих сферах одинакова. Найти σ , если потенциал в центре равен 300 В .

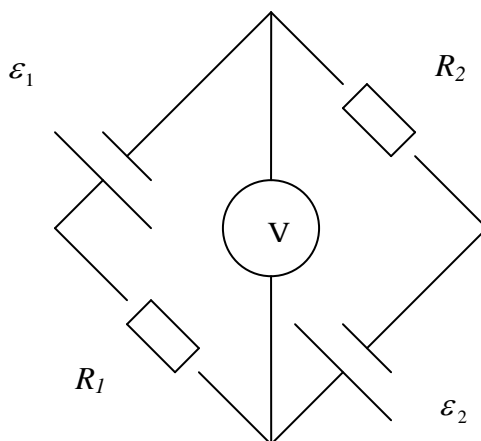
276. Электростатическое поле создается положительно заряженной бесконечной плоскостью. Поверхностная плотность заряда на плоскости 10 нКл/м^2 . Какую работу надо совершить, чтобы перенести электрон вдоль линии напряженности с расстояния 2 см до расстояния 1 см ?

277. Два одинаковых плоских воздушных конденсатора соединены последовательно и подключены к источнику электрического тока с постоянной ЭДС. Внутри одного из них вносят диэлектрик с $\varepsilon = 9$. Диэлектрик заполняет все пространство между обкладками. Как и во сколько раз изменится напряжённость в этом конденсаторе?

278. Определить ёмкость и энергию металлической сферы радиусом 2 см , погруженной в воду ($\varepsilon = 81$), если поверхностная плотность заряда на сфере $3 \cdot 10^{-5} \text{ Кл/см}^2$.

279. Элемент, ЭДС которого и внутреннее сопротивление r , замкнут на внешнее сопротивление R . Наибольшая мощность во внешней цепи 9 Вт . Сила тока, текущего при этих условиях по цепи, равна 3 А . Найти величины ε и r .

280. На схеме $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, $R_1 = R_2 = 100 \text{ Ом}$. Вольтметр показывает 150 В . Сопротивление вольтметра 150 Ом . Найти ЭДС батарей. Сопротивлением батарей пренебречь.



281. Плоский конденсатор состоит из двух круглых пластин радиусом $R_3 = 15 \text{ Ом}$ каждый. Расстояние между пластинами $d = 2 \text{ мм}$. Конденсатор присоединён к источнику напряжения $u = 80 \text{ В}$. Определить заряд Q и напряжённость E поля конденсатора в двух случаях: а) диэлектрик – воздух; б) диэлектрик – стекло.

282. ЭДС батареи $\varepsilon_1 = 24 \text{ В}$. Найти силу тока, которую может дать батарея $I_{\text{max}} = 10 \text{ А}$. Определить максимальную мощность P_{max} , которая может выделяться во внешней цепи.

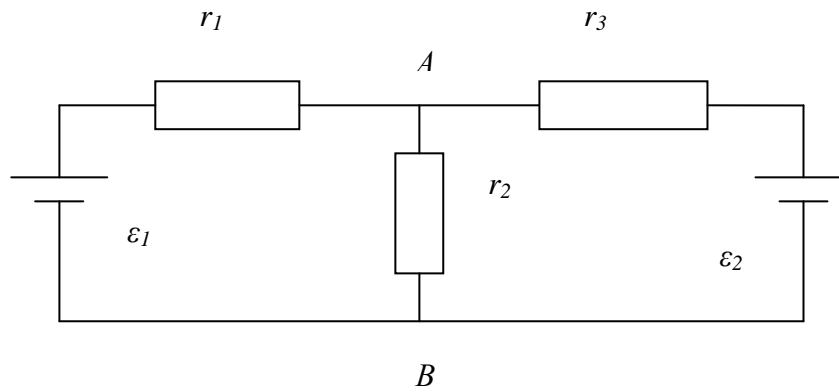
283. Два одинаковых заряженных шарика подвешены в одной точке на нитях одинаковой длины. При этом нити разошлись на угол α . Шарик погружаются в масло. Какова плотность масла ρ_1 , если угол расхождения нитей при погружении шариков в масло остаётся неизменным? Плотность материала $\rho_2 = 1,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, диэлектрическая проницаемость масла $\varepsilon = 2,2$.

284. Электрон с энергией $T = 400 \text{ эВ}$ (в бесконечности) движется вдоль силовой линии по направлению к поверхности металлической заряженной сферы радиусом $R = 10 \text{ см}$. Определить минимальное расстояние a , на которое приблизится электрон к поверхности сферы, если заряд её $q = -10 \text{ нКл}$.

285. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено двумя слоями диэлектриков: стекла, толщиной $d_1 = 0,2 \text{ см}$ и слоем парафина

- толщиной $d_2 = 0,3 \text{ см}$. Разность потенциалов между обкладками $U = 300 \text{ В}$. Определить напряжённость поля и падение потенциала в каждом из слоёв.
286. ЭДС батареи $\varepsilon = 80 \text{ В}$. Сопротивление $r_1 = 5 \text{ Ом}$. Внешняя цепь потребляет мощность $P = 100 \text{ Вт}$. Определить силу тока I в цепи, напряжение U , под которым находится внешняя цепь, и её сопротивление r .
287. Четыре одинаковых заряда $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 40 \text{ нКл}$ закреплены в вершинах квадрата со стороной $a = 10 \text{ см}$. Найти силу F , действующую на один из этих зарядов со стороны трёх остальных.
288. Два металлических шарика радиусами $R_1 = 5 \text{ см}$, $R_2 = 10 \text{ см}$ имеют заряды: первый $-Q_1 = 40 \text{ нКл}$; второй $-Q_2 = -20 \text{ нКл}$. Найти энергию W , которая выделится при разряде, если шары соединить проводником.
289. Катушка и амперметр соединены последовательно и присоединены к источнику тока. К клеммам катушки присоединён вольтметр с сопротивлением $r = 40 \text{ нКл}$. Амперметр показывает силу тока $I = 0,3 \text{ А}$, вольтметр – напряжение $U = 120 \text{ В}$. Определить сопротивление катушки. Сколько процентов составит ошибка, если при определении сопротивления катушки не будет учтено сопротивление вольтметра?
290. Найти отношение скоростей ионов Cu^{++} и K^+ , прошедших одинаковую разность потенциалов.
291. Точечные заряды $Q_1 = -20 \text{ мкКл}$ и $Q_2 = -10 \text{ мкКл}$ находятся на расстоянии $d = 5 \text{ см}$ друг от друга. Определить напряжённость поля в точке, удалённой на $r_1 = 3 \text{ см}$ от первого заряда и $r_2 = 4 \text{ см}$ от второго заряда. Определить также силу F , действующую в этой точке на точечный заряд $Q = 1 \text{ мкКл}$.
292. Электрон, пройдя в плоском конденсаторе путь от одной пластины до другой, приобрёл скорость $v = 10 \text{ м/с}$. Расстояние между пластинами $d = 8 \text{ мм}$. Найти: 1) разность потенциалов U между пластинами; 2) поверхностную плотность заряда σ на пластинах.
293. Два одинаковых воздушных конденсатора соединены последовательно в батарею, которая подключена к источнику тока с ЭДС $\varepsilon = 12 \text{ В}$. Определить на сколько изменится напряжение на одном из конденсаторов, если другой погрузить в трансформаторное масло.
294. Расстояние между пластинами плоского конденсатора $d = 2 \text{ мм}$. Разность потенциалов $U = 600 \text{ В}$. Заряд каждой пластины $Q = 40 \text{ нКл}$. Определить энергию W поля конденсатора и силу F взаимного притяжения пластин.
295. Тонкая квадратная рамка равномерно заряжена с линейной плотностью заряда $\tau = 200 \text{ нКл/м}$. Определить потенциал φ поля в точке пересечения диагоналей.
296. Четыре одинаковых капли ртути, заряженных до потенциала $\varphi = 10 \text{ В}$, сливаются в одну. Каков потенциал φ_1 образовавшейся капли?

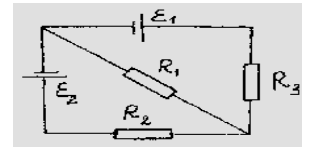
297. Воздух ионизируется рентгеновскими лучами. Определить удельную проводимость σ воздуха, если в объёме $V = 1 \text{ см}^3$ газа находится в условиях равновесия $n = 10^8$ пар ионов.
298. Найти сопротивление трубки длиной $\ell = 0,5 \text{ м}$ и площадью поперечного сечения $S = 5 \text{ мм}^2$, если она наполнена азотом, ионизированным так, что в объёме $V = 1 \text{ см}^3$ его находится при равновесии $n = 10^8$ пар ионов. Ионы однозарядны.
299. К электродам разрядной трубки, содержащей водород, приложена разность потенциалов $U = 10 \text{ В}$. Расстояние ℓ между электродами равно 25 см . Ионизатор создаёт в объёме $V = 1 \text{ см}^3$ газа водорода $n = 10^7$ пар ионов в секунду. Найти плотность тока σ в трубке. Определить также, какая часть силы тока создаётся движением положительных ионов.
300. Азот между плоскими электродами ионизационной камеры ионизируется рентгеновскими лучами. Сила тока, текущего через камеру, $I = 1,5 \text{ мкА}$. Площадь каждого электрода $S = 200 \text{ см}^2$, расстояние между ними $d = 1,5 \text{ см}$, разность потенциалов $U = 150 \text{ В}$. Определить концентрацию ионов между пластинами, если ток далёк от насыщения. Заряд каждого иона равен элементарному заряду.
301. Объём газа, заключённого между электродами ионизационной камеры, $V = 0,8 \text{ л}$. Газ ионизируется рентгеновскими лучами. Сила тока насыщения $I_{\text{нас}} = 6 \text{ нА}$. Сколько пар ионов образуется за время $t = 1 \text{ с}$ в объёме $V = 1 \text{ см}^3$ газа? Заряд каждого иона равен элементарному заряду.
302. На расстоянии $d = 1 \text{ см}$ друг от друга расположены две пластины площадью $S = 400 \text{ см}^2$ каждая. При напряжении $U = 100 \text{ В}$ между пластинами идёт далёкий от насыщения ток силой $I = 2 \text{ мкА}$. Определить концентрацию ионов одного знака между пластинами. Заряд каждого иона считать равным элементарному заряду.
303. С какой силой на единицу площади взаимодействуют две бесконечные параллельные плоскости, заряженные с одинаковой поверхностной плотностью $\sigma = 5 \text{ мкКл/м}^2$?
304. На бесконечном тонкостенном цилиндре диаметром $d = 20 \text{ см}$ равномерно распределён заряд с поверхностной плотностью $\sigma = 4 \text{ мкКл/м}^2$. Определить напряжённость поля в точке, отстоящей от поверхности цилиндра на $a = 15 \text{ см}$.
305. Пылинка массой $m = 20 \text{ мкг}$, несущая на себе заряд $Q = 40 \text{ нКл}$, влетела в электрическое поле в направлении силовых линий. После прохождения разности потенциалов $U = 200 \text{ В}$, пылинка имела скорость $v = 10 \text{ м/с}$. Определить скорость v_0 пылинки до того, как она влетела в поле.
306. Определить разность потенциалов между точками A и B , если $\varepsilon_1 = 8 \text{ В}$, $\varepsilon = 6 \text{ В}$, $r_1 = 4 \text{ Ом}$, $r_2 = 6 \text{ Ом}$, $r_3 = 8 \text{ Ом}$. Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.



307. Даны два точечных заряда $Q_1 = 4 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$ и $Q_2 = -2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$. Найти потенциал в точке, расположенной в 4 см от Q_1 и в 2 см от Q_2

308. Какую скорость приобретет электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов 30 В ?

309. В схеме $\varepsilon_1 = 2,1 \text{ В}$, $\varepsilon_2 = 1,9 \text{ В}$, $R_1 = 45 \text{ Ом}$, $R_2 = 10 \text{ Ом}$, $R_3 = 10 \text{ Ом}$. Найти силу тока во всех участках цепи. Внутренним сопротивлением элементов пренебречь.

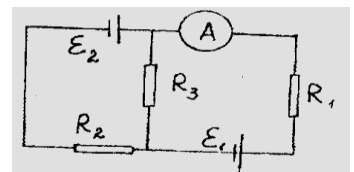


310. Найти напряженность электрического поля в точке, находящейся на расстоянии $r_1 = 4 \text{ см}$ от точечного заряда

$q_1 = 5 \cdot 10^{-8} \text{ Кл/м}$ и на расстоянии $r_2 = 3 \text{ см}$ от точечного заряда $q_2 = 8 \cdot 10^{-8} \text{ Кл/м}$. Заряды q_1 и q_2 расположены на расстоянии $r = 7 \text{ см}$ друг от друга. Определить силу, с которой поле действует на заряд $q = 2 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$, помещенный в эту точку поля.

311. Шар, погруженный в керосин ($\varepsilon = 2$), имеет потенциал 4500 В и поверхностную плотность заряда $\sigma = 1,1 \cdot 10^{-9} \text{ Кл/см}^2$. Найти радиус, заряд, емкость и энергию шара.

312. В схеме $\varepsilon_1 = 110 \text{ В}$, $\varepsilon_2 = 220 \text{ В}$, $R_1 = R_2 = 110 \text{ Ом}$, $R_3 = 500 \text{ Ом}$. Определить показания амперметра.



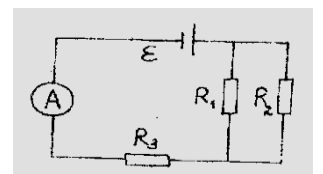
Внутренним сопротивлением батареи и амперметра пренебречь.

313. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы приобрести скорость 5000 км/с ?

314. Плоский конденсатор с площадью пластин $S = 200 \text{ см}^2$, расстояние между которыми равно 1 см , подключен к источнику с напряжением 1000 В . Во сколько раз изменится энергия конденсатора, если пластины раздвинуть до расстояния 10 см ?

315. Элемент, ЭДС которого 6 В , дает максимальную силу тока 3 А . Найти наибольшее количество тепла, которое может выделиться во внешнем сопротивлении за 1 мин .

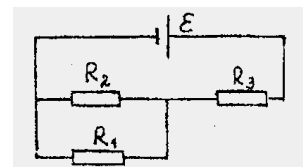
316. Найти показания амперметра в схеме. ЭДС батареи 100 В , ее внутреннее сопротивление 2 Ом . Сопротивления



R_1 и R_2 равны соответственно 25 и 78 Ом. Мощность, выделяемая на сопротивлении R_1 , 16 Вт. Сопротивлением амперметра пренебречь.

317. Две одноименно заряженные пластины площадью 100 см^2 каждая расположены на расстоянии 2 см друг от друга. Заряд левой пластины $-2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$, а правой $-4 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$. Чему равна разность потенциалов между пластинами?

318. В схеме ε – батарея, ЭДС которой 120 В, $R_1 = 25 \text{ Ом}$, $R_2 = R_3 = 100 \text{ Ом}$. Найти мощность, выделяющуюся на сопротивлении R_1 . Сопротивлением батареи пренебречь.



319. ЭДС элемента 12 В. При внешнем сопротивлении 1,1 Ом сила тока в цепи 6 А. Найти падение потенциала внутри элемента и его внутреннее сопротивление.

320. Электрическое поле создается заряженной ($Q = 0,1 \text{ мкКл}$) сферой радиусом 10 см. Какова энергия поля, заключенного в объеме, ограниченном сферой и концентрической с ней сферической поверхностью радиусом 20 см?

СПРАВОЧНЫЕ ТАБЛИЦЫ

1. Основные физические постоянные (округлённые значения)

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Ускорение свободного падения	g	9,81 м/с ²
Гравитационная постоянная	γ	6,67·10 ⁻¹¹ м ³ /(кг·с ²)
Число Авогадро	N_A	6,02·10 ²³ моль ⁻¹
Универсальная газовая постоянная	R	8,31 Дж/(моль·К)
Постоянная Больцмана	k	1,38·10 ⁻²³ Дж/К
Элементарный заряд	e	1,60·10 ⁻¹⁹ Кл
Скорость света в вакууме	c	3,00·10 ⁸ м/с
Постоянная закона Стефана-Больцмана	σ	5,67·10 ⁻⁸ Вт/(м ² ·К ⁴)
Постоянная закона смещения Вина	b	2,90·10 ⁻³ м·К
Постоянная Планка	h	6,63·10 ⁻³⁴ Дж·с
Постоянная Планка, делённая на 2π	\hbar	1,05·10 ⁻³⁴ Дж·с
Постоянная Ридберга (для атома водорода 1_1H)	R	1,097·10 ⁷ м ⁻¹
Радиус первой борновской орбиты	a_0	0,529·10 ⁻¹⁰ м
Комитоновская длина волны электрона	λ_B	2,43·10 ⁻¹² м
Магнетон Бора	μ_B	0,927·10 ⁻²³ А·м ²
Энергия ионизации водорода	E_i	2,18·10 ⁻¹⁸ Дж
Атомная единица массы	$a.е.м.$	(13,6 эВ) 1,660·10 ⁻²⁷ кг
Коэффициент пропорциональности между энергией и массой	c^2	(931 МэВ/а.е.м.) 9,00·10 ¹⁶ Дж/кг

2. Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение
Радиус Земли	6,37·10 ⁶ м
Масса Земли	5,98·10 ²⁴ кг
Радиус Солнца	6,95·10 ⁸ м
Масса Солнца	1,98·10 ³⁰ кг
Радиус Луны	1,74·10 ⁶ м
Масса Луны	7,33·10 ²² кг
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	1,49·10 ¹¹ м
Расстояние от центра Земли до центра Луны	3,84·10 ⁸ м

3. Плотность твёрдых тел

Твёрдое тело	Плотность, кг/м ³	Твёрдое тело	Плотность, кг/м ³
Алюминий	$2,70 \cdot 10^3$	Медь	$8,93 \cdot 10^3$
Барий	$3,50 \cdot 10^3$	Никель	$8,90 \cdot 10^3$
Ванадий	$6,02 \cdot 10^3$	Свинец	$11,3 \cdot 10^3$
Висмут	$9,80 \cdot 10^3$	Серебро	$10,5 \cdot 10^3$
Железо	$7,88 \cdot 10^3$	Цезий	$1,90 \cdot 10^3$
Литий	$0,53 \cdot 10^3$	Цинк	$7,15 \cdot 10^3$

4. Плотность жидкостей

Жидкость	Плотность, кг/м ³	Жидкость	Плотность, кг/м ³
Вода (при 4 ° С)	$1,00 \cdot 10^3$	Спирт	$0,80 \cdot 10^3$
Глицерин	$1,26 \cdot 10^3$	Сероуглерод	$1,26 \cdot 10^3$
Ртуть	$13,6 \cdot 10^3$		

5. Плотность газов (при нормальных условиях)

Газ	Плотность, кг/м ³	Газ	Плотность, кг/м ³
Водород	0,09	Гелий	0,18
Воздух	1,29	Кислород	1,43

6. Коэффициент поверхностного натяжения жидкостей

Жидкость	Коэффициент, мН/м	Жидкость	Коэффициент, мН/м
Вода	72	Ртуть	500
Мыльная вода	40	Спирт	22

7. Эффективный диаметр молекулы

Газ	Диаметр, м	Газ	Диаметр, м
Азот	$3,0 \cdot 10^{-19}$	Гелий	$1,9 \cdot 10^{-19}$
Водород	$2,3 \cdot 10^{-19}$	Кислород	$2,7 \cdot 10^{-19}$

8. Диэлектрическая проницаемость

Вещество	Проницаемость	Вещество	Проницаемость
Парафин	2,0	Вода	81
Стекло	7,0	Масло трансформа- торное	2,2

9. Удельное сопротивление металлов

Металл	Уд. сопротивление Ом·м	Металл	Уд. сопротивление Ом·м
Железо	$9,8 \cdot 10^{-8}$	Медь	$1,72 \cdot 10^{-8}$
Нихром	$1,1 \cdot 10^{-8}$	Серебро	$1,6 \cdot 10^{-8}$

10. Энергия ионизации

Вещество	E_i : Дж	E_i : эВ
Водород	$2,18 \cdot 10^{-18}$	13,6
Гелий	$3,94 \cdot 10^{-18}$	24,6
Ртуть	$1,66 \cdot 10^{-18}$	10,4
Литий	$1,21 \cdot 10^{-17}$	75,6

11. Подвижность ионов в газах, $m^2/(V \cdot c)$

Газ	Положительные ионы	Отрицательные ионы
Азот	$1,27 \cdot 10^{-4}$	$1,81 \cdot 10^{-4}$
Водород	$5,4 \cdot 10^{-4}$	$7,4 \cdot 10^{-4}$
Воздух	$1,4 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-4}$

**12. Множители и приставки для образования десятичных кратных
и дольных единиц и их наименования**

Приставка		Множи- тель	Приставка		Множи- тель
Наименова- ние	Обозначе- ние		Наименова- ние	Обозначе- ние	
экса	Э	10^{18}	деци	д	10^{-1}
нэ́та	П	10^{15}	санти	с	10^{-2}
тера	Т	10^{12}	милли	м	10^{-3}
гига	Г	10^9	микро	мк	10^{-6}
мега	М	10^6	нано	н	10^{-9}
кило	к	10^3	пико	п	10^{-12}
гекто	г	10^2	фемто	ф	10^{-15}
дека	да	10^1	атто	а	10^{-18}

Библиографический список

1. Савельев И.В. Курс общей физики. – М., СПб.: Издательство «Лань», 2007. Т.1-2.
2. Фриш С.Э., Тиморева А.В. Курс общей физики. СПб.: Издательство «Лань», 2006. т.1-2.
3. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: . СПб.: Издательство «Лань»,2007.
4. Грабовский Р.И. Курс физики. 6-е изд. – СПб.: Издательство «Лань», 2007.
5. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. – М., 1980.

Содержание

Введение.....	3
Рабочая программа.....	6
Контрольная работа №1	
Раздел I. Физические основы механики.....	10
Раздел II. Молекулярная физика. Термодинамика.....	37
Контрольная работа №2	
Раздел III. Электростатика. Постоянный ток.....	57
Справочные таблицы.....	80
Библиографический список.....	82

Составители:
Дзю Искра Михайловна
Викулов Станислав Викторович
Минаев Александр Павлович
Чечуев Владимир Яковлевич
Алешкевич Марина Георгиевна

ФИЗИКА

Учебно-методическое пособие
Часть I.

Редактор: Н.К. Крупина
Компьютерная вёрстка Н.С.Пияр

Подписано в печать 2016 г. Формат 60x84 1/16.
Объем 6,9уч.-изд. л., 8,3. усл. печ. л.
Тираж 100 экз. Изд. №..Заказ 645

Отпечатано в издательстве
Новосибирский государственный аграрный университет
630039, Новосибирск, ул. Добролюбова, 160, каб. 106.
Тел./факс (383) 267-09-10. E-mail: 2134539@mail.ru