

ФГБОУ ВО Новосибирский ГАУ

Инженерный институт

Основы научных исследований

Методические указания
по выполнению самостоятельной
и контрольной работы

Новосибирск 2021

УДК 66.02/08.002.72

Рецензент: канд. тех. наук, доцент *Е.А. Булаев*

Составитель: канд. тех. наук, доцент *А.А. Мезенов*

Основы научных исследований: метод. указания по выполнению самостоятельной и контрольной работы / Новосиб. гос. аграрн. ун-т. Инженер. ин-т; сост. А.А. Мезенов. – Новосибирск, 2021. – 36 с.

Методические указания предназначены для студентов очной формы обучения по направлениям подготовки 35.04.06 Агроинженерия и 23.04.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов.

Утверждено и рекомендовано к изданию методическим советом Инженерного института (протокол №4 от 30 ноября 2021 г.).

Введение

Контрольная работа по предмету «Основы научных исследований» ставит цель – научить студента навыкам самостоятельного приложения теоретических и практических знаний к расчетам по проведению математической обработки научных исследований.

2. Методические указания контрольной работы

Задание №1

Однофакторный эксперимент. Парная регрессия и корреляция Цель: Определить зависимость выходного параметра от влияющего фактора.

Требуется:

1. Построить линейное уравнение регрессии зависимости выходного параметра y от входного параметра x .

2. Рассчитать линейный коэффициент парной корреляции, коэффициент детерминации и среднюю ошибку аппроксимации;

3. Оценить статистическую значимость управления регрессии в целом и отдельных параметров регрессии и корреляции с помощью F–критерия Фишера и t–критерия Стьюдента;

4. Выполнить прогноз выходного параметра y при изменении прогнозного значения x .

5. Оценить точность прогноза, рассчитав ошибку прогноза и его доверительный интервал;

6. На одном графике зависимости y от x отложить исходные и теоретические данные;

Номер варианта задания №2 выбирается в соответствии с двумя последними цифрами зачетной книжки и приведен в табл. 15. Экспериментальные данные результатов однофакторных экспериментов (варианты заданий №2) приведены в табл. 12 настоящей работы.

Таблица 1 – Экспериментальные данные результатов однофакторных экспериментов

| Вариант 1 | | |
|---|-------------|------------------------|
| Определить зависимость выхода пиломатериалов от диаметра пиловочника. | | |
| № | Диаметр, см | Выход пилопродукции, % |
| 1 | 18 | 46 |
| 2 | 20 | 48 |
| 3 | 22 | 50 |
| 4 | 24 | 52 |
| 5 | 26 | 54 |
| 6 | 28 | 56 |
| 7 | 30 | 58 |
| 8 | 32 | 59 |
| 9 | 34 | 61 |
| 10 | 36 | 63 |
| 11 | 38 | 64 |
| 12 | 40 | 66 |

| Вариант 2 | | |
|---|-------------|------------------------|
| Определить зависимость выхода пиломатериалов от диаметра пиловочника. | | |
| № | Диаметр, см | Выход пилопродукции, % |
| 1 | 18 | 44 |
| 2 | 20 | 48 |
| 3 | 22 | 50 |
| 4 | 24 | 52 |
| 5 | 26 | 54 |
| 6 | 28 | 55 |
| 7 | 30 | 58 |
| 8 | 32 | 59 |
| 9 | 34 | 60 |
| 10 | 36 | 63 |
| 11 | 38 | 64 |
| 12 | 16 | 42 |

| Вариант 3 | | |
|---|-------------|----------------------------------|
| Определить зависимость выхода сырого березового шпона от диаметра чурака. | | |
| № | Диаметр, см | Выход сырого березового шпона, % |
| 1 | 18 | 36 |
| 2 | 20 | 40 |
| 3 | 22 | 45 |
| 4 | 24 | 50 |
| 5 | 26 | 54 |
| 6 | 28 | 55 |
| 7 | 30 | 60 |
| 8 | 32 | 63 |
| 9 | 34 | 65 |
| 10 | 36 | 67 |
| 11 | 38 | 68 |
| 12 | 40 | 70 |

| Вариант 4 | | |
|---|-------------|----------------------------------|
| Определить зависимость выхода сырого березового шпона от диаметра чурака. | | |
| № | Диаметр, см | Выход сырого березового шпона, % |
| 1 | 18 | 33 |
| 2 | 20 | 37 |
| 3 | 22 | 42 |
| 4 | 24 | 47 |
| 5 | 26 | 51 |
| 6 | 28 | 52 |
| 7 | 30 | 57 |
| 8 | 32 | 60 |
| 9 | 34 | 62 |
| 10 | 36 | 63 |
| 11 | 38 | 65 |
| 12 | 40 | 67 |

Вариант 5

Определить зависимость выхода сухого березового шпона от диаметра чурака.

| № | Диаметр, см | Выход сухого березового шпона, % |
|----|-------------|----------------------------------|
| 1 | 18 | 28 |
| 2 | 20 | 32 |
| 3 | 22 | 36 |
| 4 | 24 | 41 |
| 5 | 26 | 45 |
| 6 | 28 | 46 |
| 7 | 30 | 51 |
| 8 | 32 | 54 |
| 9 | 34 | 56 |
| 10 | 36 | 58 |
| 11 | 38 | 60 |
| 12 | 16 | 27 |

Вариант 6

Определить зависимость выхода сухого соснового шпона от диаметра чурака.

| № | Диаметр, см | Выход сухого соснового шпона, % |
|----|-------------|---------------------------------|
| 1 | 42 | 54 |
| 2 | 40 | 53 |
| 3 | 22 | 30 |
| 4 | 24 | 34 |
| 5 | 26 | 38 |
| 6 | 28 | 40 |
| 7 | 30 | 45 |
| 8 | 32 | 46 |
| 9 | 34 | 48 |
| 10 | 36 | 49 |
| 11 | 38 | 50 |
| 12 | 40 | 52 |

Вариант 7

Определить зависимость прочности ДСтП при статическом изгибе, МПа от толщины плиты.

| № | Толщина плиты, мм | Прочность плиты при статическом изгибе, МПа |
|---|-------------------|---|
| 1 | 10 | 31 |
| 2 | 11 | 30 |
| 3 | 12 | 29 |
| 4 | 13 | 28 |

| | | |
|---|----|----|
| 5 | 14 | 27 |
| 6 | 15 | 26 |
| 7 | 16 | 25 |

| 8 | 17 | 24 |
|--|------------------------------------|-------------------------|
| 9 | 18 | 23 |
| 10 | 19 | 22 |
| 11 | 22 | 18 |
| 12 | 25 | 14 |
| Вариант 8 | | |
| Определить зависимость водопоглощения ДСтП от плотности. | | |
| № | Плотность плиты, кг/м ³ | Водопоглощение плиты, % |
| 1 | 600 | 65 |
| 2 | 620 | 64 |
| 3 | 640 | 63 |
| 4 | 650 | 60 |
| 5 | 660 | 59,5 |
| 6 | 670 | 59 |
| 7 | 680 | 58,5 |
| 8 | 700 | 58 |
| 9 | 720 | 53 |
| 10 | 750 | 50 |
| 11 | 780 | 45 |
| 12 | 800 | 39 |

| Вариант 9 | | |
|---|-----------------------|-----------------|
| Определить зависимость напряжения в стеклопластике при охлаждении после склеивания от времени охлаждения. | | |
| № | Время охлаждения, мин | Напряжения, МПа |
| 1 | 2 | 2 |
| 2 | 3 | 3,5 |
| 3 | 4 | 4,2 |
| 4 | 5 | 5 |
| 5 | 6 | 6,5 |
| 6 | 7 | 7,5 |
| 7 | 8 | 8,2 |
| 8 | 9 | 9,5 |
| 9 | 10 | 11 |
| 10 | 11 | 12,5 |
| 11 | 12 | 14 |
| 12 | 13 | 17 |

Вариант 10
Определить зависимость изменения вязкости смолы
КФ–О от температуры смолы.

| № | Температура смолы, °С | Вязкость смолы, с |
|----|-----------------------|-------------------|
| 1 | 20 | 100 |
| 2 | 22 | 90 |
| 3 | 25 | 80 |
| 4 | 27 | 70 |
| 5 | 30 | 60 |
| 6 | 32 | 56 |
| 7 | 35 | 50 |
| 8 | 37 | 45 |
| 9 | 40 | 40 |
| 10 | 42 | 38 |
| 11 | 45 | 35 |
| 12 | 50 | 30 |

Задание № 2.

В результате проведения эксперимента получены результаты наблюдений при различных уровнях фактора. Необходимо обработать результаты наблюдений, используя методику дисперсионного анализа (ДА), чтобы подтвердить или отклонить нулевую гипотезу H_0 .

ДА удобен тем, что он позволяет оценивать влияние неизмеряемых качественных факторов на количественные показатели. Например, влияние той или иной технологии на качество продукции и т.д.

Перед выполнением работы необходимо сформулировать гипотезу, если она не указана в задании, и установить по таблице задания, где расположены уровни фактора A и результаты наблюдений, для того чтобы их правильно занести в расчетную таблицу 1.

Основное уравнение дисперсионного анализа представляет собой разложение суммы квадратов отклонений результатов наблюдений от общего среднего на сумму квадратов отклонений средних по уровню от общего среднего и сумму квадратов отклонений внутри испытаний (правило разложения вариации).

$$SS_{\text{общ}} = SS_A + SS_{\text{ош}}.$$

Суммы квадратов отклонений, делённые на соответствующее число степеней свободы f , являются несмещёнными оценками дисперсий:

$$\text{общей} \quad S_{\text{общ}}^2 = \frac{SS_{\text{общ}}}{f_{\text{общ}}}; \quad \text{факторной} \quad S_A^2 = \frac{SS_A}{f_A};$$

$$\text{ошибки} \quad S_{\text{ош}}^2 = \frac{SS_{\text{ош}}}{f_{\text{ош}}},$$

где $f_{\text{общ}} = N - 1$; $f_A = k - 1$; $f_{\text{ош}} = N - k$;

$$N = \sum_{j=1}^k n_j \quad \text{— общее число наблюдений;}$$

n_j — число наблюдений на j -м уровне;

k — число уровней фактора.

Если по всем уровням фактора одинаковое число наблюдений n , то $N = k \cdot n$.

Заключительным этапом дисперсионного анализа является сравнение двух дисперсий S_A^2 и $S_{\text{ош}}^2$ с помощью F -критерия Фишера

$$F_{\text{расч}} = \frac{S_A^2}{S_{\text{ош}}^2}.$$

Расчетное значение F -критерия сравнивается с его табличным значением, найденным по заданному уровню значимости α или доверительной вероятности (надежности вывода) $p = 1 - \alpha$ и соответствующему числу степеней свободы f_A и $f_{\text{ош}}$: $F_{\text{крит}, \alpha, f_A, f_{\text{ош}}} (F_{\text{крит}, 1-\alpha, f_A, f_{\text{ош}}})$. Значения α выбираются обычно из ряда 0,01, 0,05, 0,10.

Если $F_{\text{расч}} \geq F_{\text{крит}}$, то гипотеза H_0 , заключающаяся в том, что различие между сравниваемыми величинами S_A^2 и $S_{\text{ош}}^2$ отсутствует, отвергается. Это значит, что различие между дисперсиями S_A^2 и $S_{\text{ош}}^2$ существенно и изучаемый фактор влияет на признак качества (исследуемый фактор y), т.е. влияние фактора значимо. Если $F_{\text{расч}} < F_{\text{крит}}$, то в этом случае нулевая гипотеза принимается: различие между сравниваемыми дисперсиями случайное и фактор не влияет на выходной параметр.

Табличные значения F -критерия больше единицы, поэтому числитель должен быть больше знаменателя, т.е. если $S_A^2 < S_{\text{ош}}^2$, то они меняются местами.

На практике обычно используют следующие формулы для нахождения сумм квадратов:

$$SS_A = \sum_{j=1}^k \frac{1}{n_j} \left(\sum_{i=1}^{n_j} y_{ji} \right)^2 - \frac{1}{N} \left(\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} y_{ji} \right)^2 \quad \text{— различие между}$$

уровнями;

$$SS_{\text{ош}} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} y_{ji}^2 - \sum_{j=1}^k \frac{1}{n_j} \left(\sum_{i=1}^{n_j} y_{ji} \right)^2 \quad \text{— различие внутри уровней.}$$

Если количество наблюдений на каждом уровне одинаковое ($n_j = n$), то $\frac{1}{n_j} = \frac{1}{n}$ выносятся перед суммой $\sum_{j=1}^k$.

Для выполнения дисперсионного анализа результаты наблюдений и промежуточных расчетов удобнее сводить в таблицу 1.

Таблица 1 — Опытные и расчетные данные

| Уровень фактора | Результаты наблюдений | | | | | Сумма по уровню | Квадрат суммы по уровню | Сумма квадратов наблюдений по уровню |
|-----------------------|-----------------------|-----|----------|-----|------------|--|---|--|
| | 1 | ... | i | ... | n_j | | | |
| 1 | y_{11} | ... | y_{1i} | ... | y_{1n_j} | $\sum_{i=1}^{n_j} y_{1i}$ | $\left(\sum_{i=1}^{n_j} y_{1i} \right)^2$ | $\sum_{i=1}^{n_j} y_{1i}^2$ |
| \vdots | | | | | | | | |
| j | y_{j1} | ... | y_{ji} | ... | y_{jn_j} | $\sum_{i=1}^{n_j} y_{ji}$ | $\left(\sum_{i=1}^{n_j} y_{ji} \right)^2$ | $\sum_{i=1}^{n_j} y_{ji}^2$ |
| \vdots | | | | | | | | |
| k | y_{k1} | ... | y_{ki} | ... | y_{kn_j} | $\sum_{i=1}^{n_j} y_{ki}$ | $\left(\sum_{i=1}^{n_j} y_{ki} \right)^2$ | $\sum_{i=1}^{n_j} y_{ki}^2$ |
| Суммы по всем уровням | | | | | | $\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} y_{ji}$ | $\sum_{j=1}^k \left(\sum_{i=1}^{n_j} y_{ji} \right)^2$ | $\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} y_{ji}^2$ |

Результаты расчетов и выводы помещают в таблицу 2.

Таблица 2 — Схема дисперсионного анализа

| Источник изменчивости | Число степеней свободы | Суммы квадратов | Дисперсии | Критерий |
|-------------------------|-------------------------|------------------|--|--|
| Различие между уровнями | $f_A = k - 1$ | SS_A | $S_A^2 = \frac{SS_A}{f_A}$ | $\alpha = F_{\text{расч}} = \frac{S_A^2}{S_{\text{ош}}^2}$ |
| Различие внутри уровней | $f_{\text{ош}} = N - k$ | $SS_{\text{ош}}$ | $S_{\text{ош}}^2 = \frac{SS_{\text{ош}}}{f_{\text{ош}}}$ | $F_{\text{крит}} = F_{\text{расч}} \begin{matrix} \leq F_{\text{крит}} \\ \geq F_{\text{крит}} \end{matrix}$ влияет фактор не влияет |

После выполнения работы сделайте заключение о гипотезе H_0 и факторе A .

Исследовалось влияние группы материалов одной и той же партии на выходную переменную Y .

| Группа материалов | Выходная величина Y | | | | | | | | |
|-------------------|-----------------------|------|-------|------|------|------|------|------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 17,5 | 17,3 | 20 | 20 | 20 | 19 | 20,5 | 19 | 20,5 |
| 2 | 19 | 17,5 | 20,25 | 18 | 19,5 | 19 | 20,5 | 19,5 | 20,25 |
| 3 | 20,5 | 19,5 | 19,25 | 19,5 | 20 | 19,5 | 20,5 | 19,5 | 19,7 |
| 4 | 20 | 19,5 | 20,5 | 19,3 | 20 | 19 | 19,5 | 19,3 | 20,2 |

Оценить значимость влияния и дать интерпретацию результатов эксперимента с конкретными рекомендациями.

Варианты заданий

1

| № параллельн. Наблюдений (m) | Концентрация вещества % по номерам проб (n) | | | | | | |
|------------------------------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 15.75 | 22.05 | 29.14 | 56.3 | 75.37 | 49.36 | 62.35 |
| 2 | 15.08 | 21.86 | 29.36 | 56.12 | 75.62 | 48.96 | 62.06 |
| 3 | 15.43 | 22.41 | 29.26 | 56.9 | 75.26 | 48.54 | 62.54 |
| 4 | 15.28 | 21.96 | - | 56.74 | 75.36 | - | 62.18 |
| 5 | 15.39 | 21.98 | - | 56.6 | 75.43 | - | - |

| № парал- лельн. Наблюдений (m) | Концентрация вещества % по номерам проб (n) | | | | | | |
|---|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 18.75 | 23.05 | 27.14 | 54.3 | 65.37 | 50.36 | 61.35 |
| 2 | 18.08 | 23.86 | 27.36 | 54.12 | 65.62 | 50.96 | 61.06 |
| 3 | 18.43 | 23.41 | 27.26 | 54.9 | 65.26 | 50.54 | 61.54 |
| 4 | 18.28 | 23.96 | 27.85 | - | 65.36 | 50.36 | - |
| 5 | 18.39 | 23.98 | - | - | 65.43 | - | - |

3

| № парал- лельн. Наблюдений (m) | Концентрация вещества % по номерам проб (n) | | | | | | |
|---|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 11.75 | 20.05 | 25.14 | 51.3 | 55.37 | 44.36 | 32.35 |
| 2 | 11.08 | 20.86 | 25.36 | 51.12 | 55.62 | 45.96 | 32.06 |
| 3 | 11.43 | 20.41 | 25.26 | 51.9 | 55.26 | 44.54 | 32.54 |
| 4 | 11.28 | 20.96 | - | 51.74 | 55.36 | - | 32.18 |
| 5 | 11.39 | 20.98 | - | 51.6 | 55.43 | - | - |

4

| № парал- лельн. Наблюдений (m) | Концентрация вещества % по номерам проб (n) | | | | | | |
|---|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 14.75 | 19.05 | 30.14 | 53.3 | 45.37 | 43.36 | 52.35 |
| 2 | 14.08 | 19.86 | 30.36 | 53.12 | 45.62 | 43.96 | 52.06 |
| 3 | 14.43 | 19.41 | 30.26 | 53.9 | 45.26 | 43.54 | 52.54 |
| 4 | 14.28 | - | 30.96 | - | 45.36 | 43.12 | 52.18 |
| 5 | 14.39 | - | - | - | - | - | - |

5

| № парал- лельн. Наблюдений (m) | Концентрация вещества % по номерам проб (n) | | | | | | |
|---|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 15.45 | 22.15 | 29.24 | 56.45 | 75.58 | 49.45 | 62.43 |
| 2 | 15.18 | 21.56 | 29.66 | 56.36 | 75.64 | 48.26 | 62.28 |
| 3 | 15.33 | 22.31 | 29.76 | 56.85 | 75.13 | 48.37 | 62.72 |
| 4 | 15.38 | 21.76 | - | 56.38 | 75.28 | - | 62.86 |
| 5 | 15.49 | 21.68 | - | 56.42 | 75.37 | - | - |

| № парал- лельн. Наблюдений (m) | Концентрация вещества % по номерам проб (n) | | | | | | |
|---|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 15.75 | 22.15 | 29.04 | 56.2 | 75.27 | 49.26 | 62.25 |
| 2 | 15.18 | 21.96 | 29.46 | 56.02 | 75.62 | 48.86 | 62.16 |
| 3 | 15.43 | 22.31 | 29.16 | 56.9 | 75.26 | 48.64 | 62.04 |
| 4 | 15.38 | 21.96 | - | 56.64 | 75.46 | - | 62.78 |
| 5 | 15.39 | 21.88 | - | 56.5 | 75.33 | - | - |

7

| № парал- лельн. Наблюдений (m) | Концентрация вещества % по номерам проб (n) | | | | | | |
|---|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 18.65 | 23.05 | 27.04 | 54.1 | 65.27 | 50.06 | 61.05 |
| 2 | 18.08 | 23.96 | 27.46 | 54.12 | 65.32 | 50.86 | 61.46 |
| 3 | 18.33 | 23.51 | 27.56 | 54.9 | 65.16 | 50.44 | 61.64 |
| 4 | 18.28 | 23.86 | 27.95 | - | 65.36 | 50.26 | - |
| 5 | 18.49 | 23.98 | - | - | 65.43 | - | - |

8

| № парал- лельн. Наблюдений (m) | Концентрация вещества % по номерам проб (n) | | | | | | |
|---|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 11.65 | 20.05 | 25.14 | 51.3 | 55.47 | 44.06 | 32.75 |
| 2 | 11.18 | 20.96 | 25.26 | 51.02 | 55.52 | 45.86 | 32.46 |
| 3 | 11.03 | 20.51 | 25.66 | 51.8 | 55.06 | 44.54 | 32.04 |
| 4 | 11.28 | 20.96 | - | 51.64 | 55.36 | - | 32.18 |
| 5 | 11.39 | 20.98 | - | 51.6 | 55.43 | - | - |

9

| № парал- лельн. Наблюдений (m) | Концентрация вещества % по номерам проб (n) | | | | | | |
|---|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 14.65 | 19.85 | 30.14 | 53.8 | 45.07 | 43.46 | 52.35 |
| 2 | 14.28 | 19.06 | 30.46 | 53.02 | 45.52 | 43.86 | 52.06 |
| 3 | 14.43 | 19.41 | 30.26 | 53.9 | 45.76 | 43.64 | 52.54 |
| 4 | 14.08 | - | 30.86 | - | 45.36 | 43.12 | 52.18 |
| 5 | 14.39 | - | - | - | - | - | - |

| № парал- лельн. Наблюдений (m) | Концентрация вещества % по номерам проб (n) | | | | | | |
|---|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 15.45 | 22.05 | 29.24 | 56.35 | 75.58 | 49.45 | 62.43 |
| 2 | 15.08 | 21.56 | 29.56 | 56.46 | 75.64 | 48.06 | 62.08 |
| 3 | 15.33 | 22.41 | 29.76 | 56.85 | 75.03 | 48.37 | 62.72 |
| 4 | 15.48 | 21.76 | - | 56.38 | 75.18 | - | 62.86 |
| 5 | 15.49 | 21.68 | - | 56.42 | 75.37 | - | - |

11

| № парал- лельн. Наблюдений (m) | Концентрация вещества % по номерам проб (n) | | | | | | |
|---|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 16.75 | 21.05 | 28.14 | 55.3 | 74.37 | 47.36 | 63.35 |
| 2 | 16.08 | 22.86 | 28.36 | 55.12 | 74.62 | 47.96 | 63.06 |
| 3 | 16.43 | 22.41 | 28.26 | 55.9 | 74.26 | 47.54 | 63.54 |
| 4 | 16.28 | 22.96 | - | 55.74 | 74.36 | - | 63.18 |
| 5 | 16.39 | 22.98 | - | 55.6 | 74.43 | - | - |

12

| № парал- лельн. Наблюдений (m) | Концентрация вещества % по номерам проб (n) | | | | | | |
|---|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 19.75 | 24.05 | 26.14 | 53.3 | 66.37 | 51.36 | 60.35 |
| 2 | 19.08 | 24.86 | 26.36 | 53.12 | 66.62 | 51.96 | 60.06 |
| 3 | 19.43 | 24.41 | 26.26 | 53.9 | 66.26 | 51.54 | 60.54 |
| 4 | 19.28 | 24.96 | 26.85 | - | 66.36 | 51.36 | - |
| 5 | 19.39 | 24.98 | - | - | 66.43 | - | - |

13

| № парал- лельн. Наблюдений (m) | Концентрация вещества % по номерам проб (n) | | | | | | |
|---|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 12.75 | 21.05 | 24.14 | 52.3 | 56.37 | 45.36 | 31.35 |
| 2 | 12.08 | 21.86 | 24.36 | 52.12 | 56.62 | 46.96 | 31.06 |
| 3 | 12.43 | 21.41 | 24.26 | 52.9 | 56.26 | 45.54 | 31.54 |
| 4 | 12.28 | 21.96 | - | 52.74 | 56.36 | - | 31.18 |
| 5 | 12.39 | 21.98 | - | 52.6 | 56.43 | - | - |

| № парал- лельн. Наблюдений (m) | Концентрация вещества % по номерам проб (n) | | | | | | |
|---|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 13.75 | 18.05 | 31.14 | 54.3 | 46.37 | 44.36 | 51.35 |
| 2 | 13.08 | 18.86 | 31.36 | 54.12 | 46.62 | 44.96 | 51.06 |
| 3 | 13.43 | 18.41 | 31.26 | 54.9 | 46.26 | 44.54 | 51.54 |
| 4 | 13.28 | - | 31.96 | - | 46.36 | 44.12 | 51.18 |
| 5 | 13.39 | - | - | - | - | - | - |

| № парал- лельн. Наблюдений (m) | Концентрация вещества % по номерам проб (n) | | | | | | |
|---|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 14.45 | 23.15 | 30.24 | 57.45 | 76.58 | 47.45 | 61.43 |
| 2 | 14.18 | 22.56 | 30.66 | 57.36 | 76.64 | 46.26 | 61.28 |
| 3 | 14.33 | 23.31 | 30.76 | 57.85 | 76.13 | 47.37 | 61.72 |
| 4 | 14.38 | 22.76 | - | 57.38 | 76.28 | - | 61.86 |
| 5 | 14.49 | 22.68 | - | 57.42 | 76.37 | - | - |

| № парал- лельн. Наблюдений (m) | Концентрация вещества % по номерам проб (n) | | | | | | |
|---|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 15.75 | 22.05 | 29.14 | 56.3 | 75.37 | 49.36 | 62.35 |
| 2 | 15.08 | 21.86 | 29.36 | 56.12 | 75.62 | 48.96 | 62.06 |
| 3 | 15.43 | 22.41 | 29.26 | 56.9 | 75.26 | 48.54 | 62.54 |
| 4 | - | 21.96 | 29.46 | - | - | 48.57 | 62.18 |
| 5 | - | - | 29.58 | - | - | 48.76 | 62.48 |

| № парал- лельн. Наблюдений (m) | Концентрация вещества % по номерам проб (n) | | | | | | |
|---|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 18.75 | 23.05 | 27.14 | 54.3 | 65.37 | 50.36 | 61.35 |
| 2 | 18.08 | 23.86 | 27.36 | 54.12 | 65.62 | 50.96 | 61.06 |
| 3 | 18.43 | 23.41 | 27.26 | 54.9 | 65.26 | 50.54 | 61.54 |
| 4 | 18.28 | - | 27.85 | 54.76 | - | 50.36 | 61.46 |
| 5 | - | - | 27.78 | 54.48 | - | 50.48 | 61.24 |

| № парал- лельн. Наблюдений (m) | Концентрация вещества % по номерам проб (n) | | | | | | |
|---|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 11.75 | 20.05 | 25.14 | 51.3 | 55.37 | 44.36 | 32.35 |
| 2 | 11.08 | 20.86 | 25.36 | 51.12 | 55.62 | 45.96 | 32.06 |
| 3 | 11.43 | 20.41 | 25.26 | 51.9 | 55.26 | 44.54 | 32.54 |
| 4 | - | - | 25.09 | - | - | 44.7 | 32.18 |
| 5 | - | - | 25.7 | - | - | 44.8 | 32.5 |

19

| № парал- лельн. Наблюдений (m) | Концентрация вещества % по номерам проб (n) | | | | | | |
|---|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 14.75 | 19.05 | 30.14 | 53.3 | 45.37 | 43.36 | 52.35 |
| 2 | 14.08 | 19.86 | 30.36 | 53.12 | 45.62 | 43.96 | 52.06 |
| 3 | 14.43 | 19.41 | 30.26 | 53.9 | 45.26 | 43.54 | 52.54 |
| 4 | - | 19.2 | 30.96 | 53.85 | 45.36 | 43.12 | 52.18 |
| 5 | - | 19.56 | 30.6 | 53.78 | 45.71 | 43.68 | 52.56 |

20

| № парал- лельн. Наблюдений (m) | Концентрация вещества % по номерам проб (n) | | | | | | |
|---|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 15.45 | 22.15 | 29.24 | 56.45 | 75.58 | 49.45 | 62.43 |
| 2 | 15.18 | 21.56 | 29.66 | 56.36 | 75.64 | 48.26 | 62.28 |
| 3 | 15.33 | 22.31 | 29.76 | 56.85 | 75.13 | 48.37 | 62.72 |
| 4 | - | - | 29.4 | - | - | 48.08 | 62.86 |
| 5 | - | - | 29.09 | - | - | 48.6 | 62.5 |

Задание №3

Реализация многофакторных экспериментов – задача трудоемкая и дорогостоящая. Так, например, для исследования явления, на которое оказывают влияние два фактора, при варьировании факторами на пяти уровнях требуется выполнить $N = 5^2 = 25$ опытов, при трех факторах и их вариации на пяти уровнях $N = 5^3 = 125$ опытов, шестифакторный эксперимент при тех же условиях требует 15 625 опытов [1].

Уменьшение числа опытов обеспечивается отказом от серии однофакторных экспериментов и проведением единого многофакторного эксперимента при одновременном варьировании всех факторов. Ярким примером такого эксперимента является полный факторный эксперимент.

Полный факторный эксперимент (ПФЭ) – это система опытов, при которой реализуются все возможные, неповторяющиеся комбинации уровней факторов [1].

В общем случае планирование и обработку результатов ПФЭ можно разбить на следующие этапы [1].

1.1 Кодирование факторов

В подавляющем большинстве случаев факторы имеют разную размерность и в числовом выражении могут различаться на несколько порядков. Например, в рассматриваемых далее экспериментах значения одного из факторов (температура выдержки) измеряются в тысячах градусов Кельвина, а значения другого (время выдержки) – в единицах (часах).

Поэтому с целью выравнивания размерностей факторов при обработке результатов ПФЭ используется операция кодирования факторов – перевод натуральных значений факторов в безразмерную форму с вариацией их значений от минус единицы до плюс единицы.

Кодированное значение факторов подчиняется зависимости:

$$x = \frac{x_{НАГ} - x_O}{I}, \quad (1.1)$$

где $x_{НАГ}$ – натуральное (размерное) значение фактора; x_O – основной уровень фактора; I – интервал варьирования фактора.

Основной уровень фактора численно равен середине диапазона варьирования (области определения) фактора при эксперименте:

$$x_O = \frac{x_{MAX} + x_{MIN}}{2}, \quad (1.2)$$

где x_{MAX} и x_{MIN} – соответственно верхний и нижний уровни фактора (наибольшее и наименьшее значение фактора в диапазоне варьирования).

Интервал варьирования численно равен половине диапазона варьирования (области определения) фактора при эксперименте:

$$I = \frac{x_{MAX} - x_{MIN}}{2}. \quad (1.3)$$

Используя выражение (1.1), можно увидеть, что в кодированной форме нижний уровень фактора равен минус единице, основной – нулю, верхний – плюс единице.

Геометрическая интерпретация кодирования как преобразования факторов представлена на рисунке 1.1.



Рисунок 1.1 – Геометрическая интерпретация кодирования фактора

На этапе планирования эксперимента заполняют таблицу соответствия натуральных и кодированных значений факторов, так называемую рабочую матрицу эксперимента.

В таблице 1.1 приведен пример рабочей матрицы ПФЭ, целью которого являлось получение математической модели нагрева трансмиссионного редуктора в зависимости от частоты вращения ведущего вала, времени непрерывной работы и объема залитого масла при следующих диапазонах изменения факторов:

- $n = 1000 \dots 3000$ об/мин;
- $\tau = 60 \dots 240$ мин;
- $W = 2 \dots 4$ л.

Таблица 1.1 – Пример рабочей матрицы трехфакторного эксперимента

| Уровень факторов | Кодированное значение факторов | Натуральные значения факторов | | |
|------------------|--------------------------------|-------------------------------|---------------------------|----------------------|
| | | n , об/мин (x_1) | τ , мин (x_2) | W , л (x_3) |
| Нижний | -1 | 3000 | 240 | 4 |
| Верхний | +1 | 1000 | 60 | 2 |
| Основной | 0 | 2000 | 150 | 3 |
| Интервал | 1 | 1000 | 90 | 1 |

1.2 Построение планов полного факторного эксперимента

В классическом ПФЭ факторы в опытах принимают значения только на верхнем и нижнем уровнях. Количество опытов ПФЭ (без учета параллельных или повторных опытов) равно количеству неповторяющихся комбинаций уровней факторов:

$$N = p^k, \quad (1.4)$$

где p – число уровней (в ПФЭ – 2); k – число факторов.

Так, двухфакторный ПФЭ базируется на 4 опытах, трехфакторный – на восьми, четырехфакторный – на шестнадцати и т.д.

На рисунке 1.2 приведен план двухфакторного ПФЭ, а в таблице 1.2 – пример матрицы планирования и результатов такого эксперимента.

Двухфакторный ПФЭ проводится в угловых точках плана. Координаты этих точек на рисунке 1.2 и в таблице 1.2 представлены сочетанием знаков «+» и «-», единицу чаще всего не указывают.

В первом опыте оба фактора находятся на нижнем уровне, т.е. экспериментатор устанавливает их наименьшее значение из диапазонов их изменения, что соответствует точке (-, -) на рисунке 1.2. Во втором опыте первый фактор принимает наибольшее значение из диапазона, второй находится на нижнем уровне, что соответствует точке (+, -) на рисунке 1.2. И так далее.

Таблица 1.2 составлена по результатам ПФЭ, где каждый опыт выполняется трижды. При проведении серий повторных опытов используют рандомизацию – случайную последовательность проведения повторных опытов, что позволяет преобразовать неисключенную систематическую ошибку, например вызванную гистерезисными явлениями, в случайную ошибку.

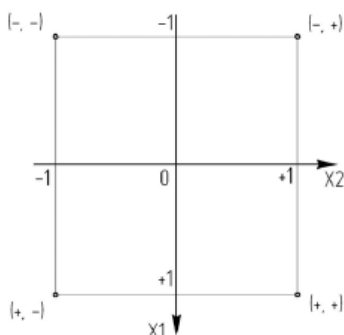


Рисунок 1.2 – План двухфакторного ПФЭ

Таблица 1.2 – Пример матрицы планирования и результатов ПФЭ 2^2

| № опыта | x_0 | План | | $x_1 x_2$ | Результаты опытов | | | |
|---------|-------|-------|-------|-----------|-------------------|-------|-------|-------|
| | | x_1 | x_2 | | y_1 | y_2 | y_3 | y |
| 1 | + | - | - | + | 0,13 | 0,12 | 0,14 | 0,130 |
| 2 | + | + | - | - | 0,51 | 0,70 | 0,61 | 0,607 |
| 3 | + | - | + | - | 0,38 | 0,34 | 0,42 | 0,380 |
| 4 | + | + | + | + | 1,04 | 1,08 | 1,06 | 1,060 |

Столбцы x_0 и $x_1 x_2$ носят условный характер и введены в матрицу для наглядности расчета коэффициентов регрессии. Знаки столбца x_0 – все «+». Знаки столбца $x_1 x_2$ получаются по правилу перемножения знаков столбцов x_1 и x_2 .

1.3 Расчет коэффициентов регрессии

Математическими моделями объектов исследования, получаемыми в результате обработки ПФЭ, являются уравнения регрессии – неполные полиномы второй степени.

Для двухфакторного ПФЭ:

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2.$$

Для трехфакторного ПФЭ:

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 + b_{123} x_1 x_2 x_3.$$

И так далее.

При расчете коэффициентов регрессии используется следующее правило.

Суммируются средние арифметические значения результатов повторных опытов со знаками соответствующего столбца. Полученная сумма делится на число опытов ПФЭ. Для расчета b_0 используется столбец x_0 , для расчета b_1 – столбец x_1 , для расчета b_2 – столбец x_2 , для расчета b_{12} – столбец x_{12} .

Например, расчет коэффициента регрессии b_{12} по данным таблицы 1.2 выглядит следующим образом:

$$b_{12} = (0,130 - 0,607 - 0,380 + 1,060) / 4 = 0,051.$$

После расчетов коэффициентов регрессии целесообразно сделать проверку правильности вычислений, подставив в уравнение регрессии кодированные значения факторов для какого-либо из опытов и сравнив расчетное значение изучаемой величины с опытным.

1.4 Оценка статистической значимости коэффициентов регрессии

Оценка статистической значимости коэффициентов регрессии проводится по величине доверительного интервала [1]:

$$\Delta b_i = \pm t \cdot S(b_i), \quad (1.5)$$

где $\pm t$ – коэффициент Стьюдента. Определяется по доверительной вероятности и числу степеней свободы $f = N(n - 1)$ (N – число опытов ПФЭ, n – число параллельных опытов); $S(b_i)$ – ошибка коэффициентов регрессии.

Вычисление $S(b_i)$ проводится по следующим зависимостям:

$$\text{Построчные дисперсии параллельных опытов: } S_i^2 = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{f_i}, \text{ где } f_i = n - 1.$$

$$\text{Дисперсия воспроизводимости: } S^2(y) = \frac{\sum S_i^2}{N}.$$

$$\text{Дисперсия коэффициентов регрессии: } S^2(b_i) = \frac{S^2(y)}{N \cdot n}.$$

$$\text{Ошибка коэффициентов регрессии: } S(b_i) = \sqrt{S^2(b_i)}.$$

Если какой-либо из коэффициентов регрессии по абсолютной величине меньше доверительного интервала Δb_i , его из уравнения регрессии исключают.

1.5 Интерпретация результатов полного факторного эксперимента

Основные выводы, которые можно сделать, анализируя уравнение регрессии, следующие.

1 Коэффициент b_0 численно равен значению функции отклика в центре плана эксперимента (когда все факторы находятся на основном уровне).

При проверке опытным путем адекватности полученной математической модели в центре плана проводится серия повторных опытов. Если опытное значение функции отклика существенно отличается от расчетного (b_0), делается вывод, что полученное уравнение регрессии неадекватно описывает изучаемое явление, и принимается решение о проведении следующей серии экспериментов (план ПФЭ дотраивается до плана второго порядка).

2 Коэффициенты регрессии b_1 и b_2 характеризуют влияние каждого фактора на исследуемое явление.

Чем больше по абсолютной величине коэффициент регрессии, тем существеннее влияние соответствующего фактора.

Положительный коэффициент регрессии свидетельствует о том, что с увеличением значения соответствующего фактора функция отклика увеличивается. Отрицательный коэффициент регрессии показывает, что с увеличением значения соответствующего фактора значение функции отклика убывает.

Коэффициент b_{12} характеризует степень взаимовлияния факторов, когда степень влияния одного фактора на исследуемое явление зависит от значения другого.

1.6 Перевод уравнения регрессии в натуральную форму

Уравнения регрессии в кодированной форме неудобны в практическом использовании. Чтобы определить значение функции отклика, необходимо натуральные значения факторов сначала закодировать, а только затем подставить кодированные значения в уравнение регрессии.

Операция перевода уравнения регрессии в натуральную форму основывается на формуле для кодирования факторов (1.1).

Так, например, для эксперимента, рабочая матрица которого представлена в таблице 1.1, выражения для кодирования факторов имеют вид:

$$x_1 = \frac{n - 2000}{1000} = 0,001 \cdot n - 2;$$

$$x_2 = \frac{\tau - 150}{90} = 0,011 \cdot \tau - 1,667;$$

$$x_3 = \frac{W - 3}{1} = W - 3.$$

Эти выражения подставляются в кодированное уравнение регрессии. После арифметических преобразований получается уравнение регрессии в натуральной форме, где вместо кодированных факторов x_1 , x_2 и x_3 присутствуют натуральные величины n , τ и W .

Проверку правильности вычислений можно сделать, подставив в кодированное уравнение кодированные значения факторов, а в уравнение в натуральной форме – натуральные значения в об/мин, мин, л.

1.7. Пример обработки результатов двухфакторного ПФЭ

В качестве примера приводится обработка результатов двухфакторного ПФЭ по получению математической модели, связывающей толщину упрочненного слоя и режим химико-термической обработки при диффузионном хромировании деталей из серого чугуна [2].

Функция отклика – толщина упрочненного слоя g , мм.

Факторы:

- температура выдержки T , К;

- время выдержки τ , час.

Эксперименты проводились в следующем диапазоне варьирования факторов: температура $T = 1173 \dots 1373$ К, время выдержки $\tau = 2 \dots 8$ часов.

Рабочая матрица эксперимента представлена в таблице 1.3.

Таблица 1.3 – Рабочая матрица двухфакторного ПФЭ

| Уровень | Кодированные значения факторов | Натуральные значения факторов | |
|-----------------------|--------------------------------|-------------------------------|------------|
| | | T , К | τ , ч |
| Нижний | -1 | 1173 | 2 |
| Верхний | +1 | 1373 | 8 |
| Основной | 0 | 1273 | 5 |
| Интервал варьирования | 1 | 100 | 3 |

Матрица планирования и результатов представлена выше в таблице 1.2.

Расчет коэффициентов регрессии:

$$b_0 = (0,130 + 0,607 + 0,380 + 1,060) / 4 = 0,540;$$

$$b_1 = (-0,130 + 0,607 - 0,380 + 1,060) / 4 = 0,290;$$

$$b_2 = (-0,130 - 0,607 + 0,380 + 1,060) / 4 = 0,176;$$

$$b_{12} = (0,130 - 0,607 - 0,380 + 1,060) / 4 = 0,051.$$

Оценка статистической значимости коэффициентов регрессии

Оценка статистической значимости коэффициентов регрессии проводится по величине доверительного интервала:

$$\Delta b_i = \pm t \cdot S(b_i),$$

где $\pm t$ – коэффициент Стьюдента.

При числе степеней свободы $f = N(n - 1) = 4 \cdot (3 - 1) = 8$ и доверительной вероятности 0,95 коэффициент Стьюдента равен 2,306 (приложение А).

Расчет доверительного интервала коэффициентов регрессии представлен в таблице 1.4.

Все коэффициенты регрессии статистически значимы, так как их абсолютная величина больше доверительного интервала.

Таблица 1.4 – Расчет доверительного интервала коэффициентов регрессии

| y_1 | y_2 | y_3 | y | S_i^2 | $S^2(y)$ | $S^2(b_i)$ | $S(b_i)$ | Δb_i |
|-------|-------|-------|-------|---------|----------|------------|----------|--------------|
| 0,13 | 0,12 | 0,14 | 0,130 | 0,0001 | 0,0028 | 0,0002 | 0,0152 | 0,0351 |
| 0,51 | 0,70 | 0,61 | 0,607 | 0,0090 | | | | |
| 0,38 | 0,34 | 0,42 | 0,380 | 0,0016 | | | | |
| 1,04 | 1,08 | 1,06 | 1,060 | 0,0004 | | | | |

Таким образом, уравнение регрессии полного факторного эксперимента имеет вид:

$$y = 0,540 + 0,290 \cdot x_1 + 0,176 \cdot x_2 + 0,051 \cdot x_1 x_2.$$

Проверка правильности вычислений (таблица 1.2, опыт № 4):

$$y = 0,540 + 0,290 \cdot (+1) + 0,176 \cdot (+1) + 0,051 \cdot (+1) \cdot (+1) = 1,06.$$

Проверка выполняется.

Интерпретация результатов эксперимента

С математической точки зрения уравнение представляет собой неполный полином второй степени.

При температуре выдержки, равной 1273 К, и времени выдержки, равном 5 часов (центр плана, оба фактора на основном уровне), толщина упрочненного слоя составляет 0,54 мм (равна коэффициенту b_0).

Наибольшее влияние на толщину упрочненного слоя оказывает температура выдержки (по абсолютной величине коэффициент $b_1 > b_2$).

Наблюдается взаимовлияние температуры и времени выдержки на толщину упрочненного слоя (коэффициент b_{12} значим).

Перевод уравнения регрессии в натуральную форму

Выражения для перевода уравнения в размерный вид следующие:

$$\text{для температуры: } x_1 = \frac{T - 1273}{100} = 0,01 \cdot T - 12,73;$$

$$\text{для времени выдержки: } x_2 = \frac{\tau - 5}{3} = 0,33 \cdot \tau - 1,67.$$

После подстановки этих выражений в безразмерное уравнение и после арифметических преобразований получается размерное уравнение для расчета толщины упрочненного слоя:

$$g = -2,3614 + 0,0021 \cdot T - 0,1562 \cdot \tau + 0,00017 \cdot T \cdot \tau, \text{ мм.}$$

Проверка правильности вычислений (таблица 1.2, опыт № 4, в уравнение подставляются натуральные значения факторов на верхнем уровне):

$$g = -2,3614 + 0,0021 \cdot 1373 - 0,1562 \cdot 8 + 0,00017 \cdot 1373 \cdot 8 = 1,14 \text{ мм.}$$

Результат близок к 1,06. Разница объясняется округлениями при арифметических преобразованиях.

Варианты индивидуальных заданий

| № опыта | y_1 | y_2 | y_3 |
|-----------|-------|-------|-------|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Вариант 1 | | | |
| 1 | 0,11 | 0,12 | 0,13 |
| 2 | 0,67 | 0,70 | 0,61 |
| 3 | 0,39 | 0,34 | 0,41 |
| 4 | 1,06 | 1,08 | 1,07 |
| Вариант 2 | | | |
| 1 | 0,11 | 0,15 | 0,13 |
| 2 | 0,67 | 0,68 | 0,66 |
| 3 | 0,39 | 0,34 | 0,41 |
| 4 | 1,08 | 1,08 | 1,14 |
| Вариант 3 | | | |
| 1 | 0,11 | 0,15 | 0,13 |
| 2 | 0,67 | 0,68 | 0,66 |
| 3 | 0,43 | 0,38 | 0,42 |
| 4 | 1,08 | 1,08 | 1,14 |
| Вариант 4 | | | |
| 1 | 0,14 | 0,15 | 0,13 |
| 2 | 0,68 | 0,68 | 0,65 |
| 3 | 0,43 | 0,38 | 0,42 |
| 4 | 1,08 | 1,08 | 1,14 |
| Вариант 5 | | | |
| 1 | 0,18 | 0,16 | 0,17 |
| 2 | 0,56 | 0,58 | 0,6 |
| 3 | 0,38 | 0,34 | 0,42 |
| 4 | 1,04 | 1,08 | 1,06 |

| Вариант 6 | | | |
|------------|------|------|------|
| 1 | 0,14 | 0,12 | 0,16 |
| 2 | 0,62 | 0,66 | 0,64 |
| 3 | 0,42 | 0,38 | 0,40 |
| 4 | 1,04 | 1,08 | 1,06 |
| Вариант 7 | | | |
| 1 | 0,18 | 0,16 | 0,17 |
| 2 | 0,62 | 0,66 | 0,64 |
| 3 | 0,42 | 0,38 | 0,40 |
| 4 | 1,04 | 1,08 | 1,06 |
| Вариант 8 | | | |
| 1 | 0,18 | 0,16 | 0,17 |
| 2 | 0,62 | 0,66 | 0,64 |
| 3 | 0,42 | 0,38 | 0,40 |
| 4 | 1,08 | 1,08 | 1,11 |
| Вариант 9 | | | |
| 1 | 0,18 | 0,16 | 0,17 |
| 2 | 0,62 | 0,66 | 0,64 |
| 3 | 0,38 | 0,34 | 0,42 |
| 4 | 1,08 | 1,08 | 1,11 |
| Вариант 10 | | | |
| 1 | 0,18 | 0,16 | 0,17 |
| 2 | 0,62 | 0,66 | 0,64 |
| 3 | 0,44 | 0,46 | 0,45 |
| 4 | 1,08 | 1,08 | 1,11 |

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЗАЧЕТУ

1. Назначение эксперимента.
2. Классификация экспериментов.
3. Экспериментальная установка.
4. Методика эксперимента.
5. Активное планирование эксперимента.
6. Полный факторный эксперимент.
7. Обработка результатов наблюдений.
8. Требования к параметрам оптимизации?
9. Требования к факторам при планировании эксперимента?
10. Выбор интервалов варьирования?
11. Выбор основного уровня?
12. Понятие о полном факторном эксперименте?
13. Математическая модель при полном факторном эксперименте?
14. Критерий Бартлера?
15. Критерий Кохрена?
16. Критерий Стьюдента?
17. Обработка результатов эксперимента?
18. Метод наименьших квадратов?
19. Суть проверки значимости коэффициентов?
20. Суть проверки адекватности моделей?
21. Принятие решений после построения модели процесса?
22. Интерпретация результатов?
23. Что такое абсолютная и относительная погрешности измерения?
24. Что такое приборная (систематическая), модельная и случайная погрешности?
25. Что характеризуют средним значением и стандартным квадратичным отклонением? Как эти величины оценивают исходя из экспериментальных результатов?
26. Почему после определения экспериментальной области факторного пространства рекомендуется реализовать процедуру поиска экстремума поверхности отклика объекта?
27. Обоснование целесообразности постановки эксперимента
28. Выбор метода исследования
29. Приборы и оборудование
30. Установление рациональной последовательности проведения опытов.

31. Обработка и анализ результатов, погрешности эксперимента
32. Определение эксперимента.
33. Определение опыта.
34. Что такое активный и пассивный эксперименты?
35. Определение плана эксперимента.
36. Какие факторы задаются в плане эксперимента?
37. Смысловое содержание дисперсионной модели.
38. Смысловое содержание регрессионной модели.
39. Что такое планирование эксперимента?
40. В чем состоит принцип отказа от полного перебора?
41. В чем состоит принцип последовательного планирования?
42. В чем состоит принцип сопоставления с шумом?
43. В чем состоит принцип рандомизации?
44. В чем состоит принцип оптимальности плана?
45. Цель планирования эксперимента.
46. Каким условиям должна удовлетворять информация, полученная в результате правильно спланированного эксперимента?
47. Типовая гипотеза трехфакторного эксперимента.
48. Вид дисперсионной математической модели трехфакторного эксперимента.
49. План линейного трехфакторного двухуровневого эксперимента.
50. Что такое симметричность плана?
51. Что такое условие нормировки плана?
52. Что такое ортогональность плана?
53. Что такое насыщенность плана?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Шапров, М. Н. Методика экспериментальных исследований : учебное пособие / М. Н. Шапров. — Волгоград : Волгоградский ГАУ, 2017. — 112 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/112361>

2. Мелихова, Е. В. Инфокоммуникационные технологии обработки экспериментальных данных в агроинженерии: Учебное пособие / Мелихова Е.В. - Волгоград:Волгоградский государственный аграрный университет, 2018. - 112 с.: ISBN. - Текст : электронный. - URL: <https://new.znaniium.com/catalog/product/1007889>

3. Ковель, А. А. Инженерные аспекты математического планирования эксперимента: Монография / Ковель А.А. - Железногорск:ФГБОУ ВО СПСА ГПС МЧС России, 2017. - 117 с. - Текст : электронный. - URL: <https://new.znaniium.com/catalog/product/912632>

4. Методы теории планирования эксперимента в решении технических задач: Монография / Чемодуров В.Т., Жигна В.В., Литвинова Э.В. - Москва :НИЦ ИНФРА-М, 2018. - 110 с. (Научная мысль)ISBN 978-5-16-106957-8 (online). - Текст : электронный. - URL: <https://new.znaniium.com/catalog/product/982205>

5. Волосухин, В. А. Планирование научного эксперимента: Учебник/В.А.Волосухин, А.И.Тищенко, 2-е изд. - Москва : ИЦ РИОР, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 176 с. (Высшее образование: Магистратура) ISBN 978-5-369-01229-1. - Текст : электронный. - URL: <https://new.znaniium.com/catalog/product/516516>

ПРИЛОЖЕНИЕ Значения критерия Кохрена

| N | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 16 | 36 | 144 | ∞ |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| Уровень значимости $\alpha = 0,05$ | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 0,999 | 0,975 | 0,939 | 0,906 | 0,877 | 0,853 | 0,833 | 0,816 | 0,801 | 0,788 | 0,734 | 0,660 | 0,581 | 0,500 |
| 3 | 0,967 | 0,871 | 0,798 | 0,746 | 0,707 | 0,677 | 0,653 | 0,633 | 0,617 | 0,603 | 0,547 | 0,475 | 0,403 | 0,333 |
| 4 | 0,907 | 0,768 | 0,684 | 0,629 | 0,590 | 0,560 | 0,537 | 0,518 | 0,502 | 0,488 | 0,437 | 0,372 | 0,309 | 0,250 |
| 5 | 0,841 | 0,684 | 0,598 | 0,544 | 0,507 | 0,478 | 0,456 | 0,439 | 0,424 | 0,412 | 0,365 | 0,307 | 0,251 | 0,200 |
| 6 | 0,781 | 0,616 | 0,532 | 0,480 | 0,445 | 0,418 | 0,398 | 0,382 | 0,368 | 0,357 | 0,314 | 0,261 | 0,212 | 0,167 |
| 7 | 0,727 | 0,561 | 0,480 | 0,431 | 0,397 | 0,373 | 0,354 | 0,338 | 0,326 | 0,315 | 0,276 | 0,228 | 0,183 | 0,143 |
| 8 | 0,680 | 0,516 | 0,438 | 0,391 | 0,360 | 0,336 | 0,319 | 0,304 | 0,293 | 0,283 | 0,246 | 0,202 | 0,162 | 0,125 |
| 9 | 0,639 | 0,478 | 0,403 | 0,358 | 0,329 | 0,307 | 0,290 | 0,277 | 0,266 | 0,257 | 0,223 | 0,182 | 0,145 | 0,111 |
| 10 | 0,602 | 0,445 | 0,373 | 0,331 | 0,303 | 0,282 | 0,267 | 0,254 | 0,244 | 0,235 | 0,203 | 0,166 | 0,131 | 0,100 |
| 12 | 0,541 | 0,392 | 0,326 | 0,288 | 0,262 | 0,244 | 0,230 | 0,219 | 0,210 | 0,202 | 0,174 | 0,140 | 0,110 | 0,083 |
| 15 | 0,471 | 0,335 | 0,276 | 0,242 | 0,220 | 0,203 | 0,191 | 0,182 | 0,174 | 0,167 | 0,143 | 0,141 | 0,089 | 0,067 |
| 20 | 0,389 | 0,271 | 0,221 | 0,192 | 0,174 | 0,160 | 0,150 | 0,142 | 0,136 | 0,130 | 0,111 | 0,088 | 0,068 | 0,050 |
| 24 | 0,343 | 0,235 | 0,191 | 0,166 | 0,149 | 0,137 | 0,129 | 0,122 | 0,116 | 0,111 | 0,094 | 0,074 | 0,057 | 0,042 |
| 30 | 0,293 | 0,198 | 0,159 | 0,138 | 0,124 | 0,114 | 0,106 | 0,100 | 0,096 | 0,092 | 0,077 | 0,060 | 0,046 | 0,033 |
| 40 | 0,237 | 0,158 | 0,126 | 0,108 | 0,097 | 0,089 | 0,083 | 0,078 | 0,075 | 0,071 | 0,060 | 0,046 | 0,035 | 0,025 |
| 60 | 0,174 | 0,113 | 0,090 | 0,077 | 0,068 | 0,062 | 0,058 | 0,055 | 0,052 | 0,050 | 0,041 | 0,032 | 0,023 | 0,017 |
| 120 | 0,100 | 0,063 | 0,050 | 0,042 | 0,037 | 0,034 | 0,031 | 0,029 | 0,028 | 0,027 | 0,022 | 0,017 | 0,012 | 0,008 |
| ∞ | 0,00 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |

| N | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 16 | 36 | 144 | ∞ |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| Уровень значимости $\alpha = 0,01$ | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 0,999 | 0,995 | 0,979 | 0,958 | 0,937 | 0,917 | 0,900 | 0,882 | 0,867 | 0,854 | 0,795 | 0,707 | 0,606 | 0,500 |
| 3 | 0,993 | 0,942 | 0,883 | 0,834 | 0,993 | 0,761 | 0,734 | 0,711 | 0,691 | 0,674 | 0,606 | 0,515 | 0,423 | 0,333 |
| 4 | 0,968 | 0,864 | 0,781 | 0,721 | 0,676 | 0,641 | 0,613 | 0,590 | 0,570 | 0,554 | 0,488 | 0,406 | 0,325 | 0,250 |
| 5 | 0,928 | 0,789 | 0,697 | 0,633 | 0,588 | 0,553 | 0,526 | 0,501 | 0,483 | 0,470 | 0,409 | 0,335 | 0,264 | 0,200 |
| 6 | 0,883 | 0,722 | 0,626 | 0,564 | 0,520 | 0,487 | 0,461 | 0,440 | 0,442 | 0,408 | 0,353 | 0,286 | 0,223 | 0,167 |
| 7 | 0,838 | 0,664 | 0,569 | 0,508 | 0,466 | 0,435 | 0,411 | 0,391 | 0,375 | 0,362 | 0,311 | 0,249 | 0,193 | 0,143 |
| 8 | 0,795 | 0,615 | 0,521 | 0,463 | 0,423 | 0,393 | 0,370 | 0,352 | 0,337 | 0,343 | 0,278 | 0,221 | 0,170 | 0,125 |
| 9 | 0,754 | 0,573 | 0,481 | 0,425 | 0,387 | 0,359 | 0,338 | 0,321 | 0,307 | 0,295 | 0,251 | 0,199 | 0,152 | 0,111 |
| 10 | 0,718 | 0,536 | 0,447 | 0,393 | 0,357 | 0,331 | 0,311 | 0,295 | 0,281 | 0,270 | 0,230 | 0,181 | 0,138 | 0,100 |
| 12 | 0,653 | 0,475 | 0,392 | 0,343 | 0,310 | 0,286 | 0,254 | 0,242 | 0,242 | 0,232 | 0,196 | 0,154 | 0,116 | 0,083 |
| 15 | 0,575 | 0,407 | 0,332 | 0,288 | 0,259 | 0,239 | 0,223 | 0,210 | 0,200 | 0,192 | 0,161 | 0,125 | 0,093 | 0,067 |
| 20 | 0,480 | 0,330 | 0,265 | 0,229 | 0,205 | 0,188 | 0,175 | 0,165 | 0,157 | 0,150 | 0,125 | 0,096 | 0,071 | 0,050 |
| 24 | 0,425 | 0,287 | 0,230 | 0,197 | 0,176 | 0,161 | 0,150 | 0,141 | 0,134 | 0,128 | 0,106 | 0,081 | 0,060 | 0,042 |
| 30 | 0,363 | 0,241 | 0,191 | 0,164 | 0,145 | 0,133 | 0,123 | 0,116 | 0,110 | 0,105 | 0,087 | 0,066 | 0,048 | 0,033 |
| 40 | 0,294 | 0,192 | 0,151 | 0,128 | 0,114 | 0,103 | 0,096 | 0,090 | 0,085 | 0,082 | 0,067 | 0,050 | 0,036 | 0,025 |
| 60 | 0,215 | 0,137 | 0,107 | 0,090 | 0,080 | 0,072 | 0,067 | 0,063 | 0,059 | 0,057 | 0,046 | 0,034 | 0,025 | 0,017 |
| 120 | 0,123 | 0,076 | 0,059 | 0,049 | 0,043 | 0,039 | 0,036 | 0,033 | 0,032 | 0,031 | 0,024 | 0,018 | 0,013 | 0,008 |
| ∞ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Значения F-критерия

| f_2 | Число степеней свободы f_1 | | | | | | | | | | | | | | | | | ∞ |
|------------------------------------|------------------------------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 | 15 | 20 | 24 | 30 | 40 | | |
| Уровень значимости $\alpha = 0,05$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 161,45 | 199,500 | 215,71 | 224,58 | 230,16 | 233,99 | 236,77 | 238,88 | 240,54 | 241,88 | 243,91 | 245,95 | 248,01 | 249,05 | 250,09 | 251,14 | 254,32 | |
| 2 | 18,513 | 19,000 | 19,164 | 19,247 | 19,296 | 19,330 | 19,353 | 19,371 | 19,385 | 19,396 | 19,413 | 19,429 | 19,446 | 19,454 | 19,462 | 19,471 | 19,496 | |
| 3 | 10,128 | 9,552 | 9,277 | 9,117 | 9,013 | 8,941 | 8,887 | 8,845 | 8,812 | 8,786 | 8,745 | 8,703 | 8,660 | 8,639 | 8,617 | 8,594 | 8,527 | |
| 4 | 7,709 | 6,944 | 6,591 | 6,388 | 6,256 | 6,163 | 6,094 | 6,041 | 5,999 | 5,964 | 5,912 | 5,858 | 5,803 | 5,774 | 5,746 | 5,717 | 5,628 | |
| 5 | 6,608 | 5,786 | 5,410 | 5,192 | 5,050 | 4,950 | 4,876 | 4,818 | 4,773 | 4,735 | 4,678 | 4,619 | 4,558 | 4,527 | 4,496 | 4,464 | 4,365 | |
| 6 | 5,987 | 5,143 | 4,757 | 4,534 | 4,387 | 4,284 | 4,207 | 4,147 | 4,099 | 4,060 | 4,000 | 3,938 | 3,874 | 3,842 | 3,808 | 3,774 | 3,669 | |
| 7 | 5,591 | 4,737 | 4,347 | 4,120 | 3,972 | 3,866 | 3,787 | 3,726 | 3,677 | 3,637 | 3,575 | 3,511 | 3,445 | 3,411 | 3,376 | 3,340 | 3,230 | |
| 8 | 5,318 | 4,459 | 4,066 | 3,838 | 3,688 | 3,581 | 3,501 | 3,438 | 3,388 | 3,347 | 3,284 | 3,218 | 3,150 | 3,115 | 3,079 | 3,043 | 2,928 | |
| 9 | 5,117 | 4,257 | 3,863 | 3,633 | 3,482 | 3,374 | 3,293 | 3,230 | 3,179 | 3,137 | 3,073 | 3,006 | 2,937 | 2,901 | 2,864 | 2,826 | 2,707 | |
| 10 | 4,965 | 4,103 | 3,708 | 3,478 | 3,326 | 3,217 | 3,136 | 3,072 | 3,020 | 2,978 | 2,913 | 2,845 | 2,774 | 2,737 | 2,700 | 2,661 | 2,538 | |
| 11 | 4,844 | 3,982 | 3,587 | 3,357 | 3,204 | 3,095 | 3,012 | 2,948 | 2,896 | 2,854 | 2,788 | 2,719 | 2,646 | 2,609 | 2,571 | 2,531 | 2,405 | |
| 12 | 4,747 | 3,885 | 3,490 | 3,259 | 3,106 | 2,996 | 2,913 | 2,849 | 2,796 | 2,753 | 2,687 | 2,617 | 2,544 | 2,506 | 2,466 | 2,426 | 2,296 | |
| 13 | 4,667 | 3,806 | 3,411 | 3,179 | 3,025 | 2,915 | 2,832 | 2,767 | 2,714 | 2,671 | 2,604 | 2,533 | 2,463 | 2,388 | 2,349 | 2,308 | 2,206 | |
| 14 | 4,600 | 3,739 | 3,344 | 3,112 | 2,958 | 2,848 | 2,764 | 2,699 | 2,646 | 2,602 | 2,534 | 2,463 | 2,388 | 2,349 | 2,308 | 2,266 | 2,131 | |
| 15 | 4,543 | 3,682 | 3,287 | 3,056 | 2,901 | 2,791 | 2,707 | 2,641 | 2,588 | 2,544 | 2,475 | 2,404 | 2,328 | 2,288 | 2,247 | 2,204 | 2,066 | |
| 16 | 4,494 | 3,634 | 3,239 | 3,007 | 2,852 | 2,741 | 2,657 | 2,591 | 2,538 | 2,494 | 2,425 | 2,352 | 2,276 | 2,235 | 2,194 | 2,151 | 2,010 | |
| 17 | 4,451 | 3,592 | 3,197 | 2,965 | 2,810 | 2,699 | 2,614 | 2,548 | 2,494 | 2,450 | 2,381 | 2,308 | 2,230 | 2,190 | 2,148 | 2,104 | 1,960 | |
| 18 | 4,414 | 3,555 | 3,160 | 2,928 | 2,773 | 2,661 | 2,577 | 2,510 | 2,456 | 2,412 | 2,342 | 2,269 | 2,191 | 2,150 | 2,107 | 2,063 | 1,917 | |
| 19 | 4,381 | 3,522 | 3,127 | 2,895 | 2,740 | 2,628 | 2,544 | 2,477 | 2,423 | 2,378 | 2,308 | 2,234 | 2,156 | 2,114 | 2,071 | 2,026 | 1,878 | |
| 20 | 4,351 | 3,493 | 3,098 | 2,866 | 2,711 | 2,599 | 2,514 | 2,447 | 2,393 | 2,348 | 2,278 | 2,203 | 2,124 | 2,083 | 2,039 | 1,994 | 1,843 | |
| 21 | 4,325 | 3,467 | 3,072 | 2,840 | 2,685 | 2,573 | 2,488 | 2,421 | 2,366 | 2,321 | 2,250 | 2,176 | 2,096 | 2,054 | 2,010 | 1,965 | 1,812 | |
| 22 | 4,301 | 3,443 | 3,049 | 2,817 | 2,661 | 2,549 | 2,464 | 2,397 | 2,342 | 2,297 | 2,226 | 2,151 | 2,071 | 2,028 | 1,984 | 1,938 | 1,783 | |
| 23 | 4,279 | 3,422 | 3,028 | 2,795 | 2,640 | 2,528 | 2,442 | 2,375 | 2,320 | 2,275 | 2,204 | 2,128 | 2,048 | 2,005 | 1,961 | 1,914 | 1,757 | |
| 24 | 4,260 | 3,403 | 3,009 | 2,776 | 2,621 | 2,508 | 2,423 | 2,355 | 2,300 | 2,255 | 2,183 | 2,108 | 2,027 | 1,984 | 1,939 | 1,892 | 1,733 | |
| 25 | 4,242 | 3,385 | 2,991 | 2,759 | 2,603 | 2,490 | 2,405 | 2,337 | 2,282 | 2,237 | 2,165 | 2,089 | 2,007 | 1,964 | 1,919 | 1,872 | 1,711 | |
| 26 | 4,225 | 3,369 | 2,975 | 2,743 | 2,587 | 2,474 | 2,388 | 2,321 | 2,266 | 2,220 | 2,148 | 2,072 | 1,990 | 1,946 | 1,901 | 1,853 | 1,691 | |
| 27 | 4,210 | 3,354 | 2,960 | 2,728 | 2,572 | 2,459 | 2,373 | 2,305 | 2,250 | 2,204 | 2,132 | 2,056 | 1,974 | 1,930 | 1,884 | 1,836 | 1,672 | |
| 28 | 4,196 | 3,340 | 2,947 | 2,714 | 2,558 | 2,445 | 2,359 | 2,291 | 2,236 | 2,190 | 2,118 | 2,041 | 1,959 | 1,915 | 1,869 | 1,820 | 1,654 | |
| 29 | 4,183 | 3,328 | 2,934 | 2,701 | 2,545 | 2,432 | 2,346 | 2,278 | 2,223 | 2,177 | 2,105 | 2,028 | 1,945 | 1,901 | 1,854 | 1,806 | 1,638 | |
| 30 | 4,171 | 3,316 | 2,922 | 2,690 | 2,534 | 2,421 | 2,334 | 2,266 | 2,211 | 2,165 | 2,092 | 2,015 | 1,932 | 1,887 | 1,841 | 1,792 | 1,622 | |

| f_1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 | 15 | 20 | 24 | 30 | 40 | ∞ |
|--|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----------|
| 40 | 4,085 | 3,231 | 2,839 | 2,606 | 2,450 | 2,336 | 2,249 | 2,180 | 2,124 | 2,077 | 2,004 | 1,925 | 1,839 | 1,793 | 1,744 | 1,693 | 1,509 |
| 60 | 4,001 | 3,150 | 2,758 | 2,525 | 2,368 | 2,254 | 2,167 | 2,097 | 2,040 | 1,993 | 1,917 | 1,836 | 1,748 | 1,700 | 1,649 | 1,594 | 1,389 |
| 120 | 3,920 | 3,072 | 2,680 | 2,447 | 2,290 | 2,175 | 2,087 | 2,016 | 1,959 | 1,911 | 1,834 | 1,751 | 1,659 | 1,608 | 1,554 | 1,429 | 1,254 |
| ∞ | 3,842 | 2,996 | 2,605 | 2,372 | 2,214 | 2,099 | 2,010 | 1,938 | 1,880 | 1,831 | 1,752 | 1,666 | 1,571 | 1,517 | 1,459 | 1,394 | 1,000 |
| Уровень значимости $\alpha = 0,01$ | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 4052,2 | 4999,5 | 5403,3 | 5624,6 | 5763,7 | 5859,0 | 5928,3 | 5981,1 | 6022,5 | 6055,8 | 6106,3 | 6157,3 | 6208,7 | 6234,6 | 6260,7 | 6286,8 | 6366,0 |
| 2 | 98,503 | 99,000 | 99,166 | 99,249 | 99,299 | 99,332 | 99,356 | 99,374 | 99,388 | 99,399 | 99,416 | 99,432 | 99,449 | 99,458 | 99,466 | 99,474 | 99,499 |
| 3 | 34,116 | 30,817 | 29,457 | 28,710 | 28,237 | 27,911 | 27,672 | 27,489 | 27,345 | 27,229 | 27,052 | 26,872 | 26,690 | 26,598 | 26,505 | 26,411 | 26,125 |
| 4 | 21,198 | 18,000 | 16,694 | 15,978 | 15,522 | 15,207 | 14,976 | 14,799 | 14,659 | 14,546 | 14,374 | 14,198 | 14,020 | 13,929 | 13,838 | 13,745 | 13,463 |
| 5 | 16,258 | 13,274 | 12,060 | 11,392 | 10,967 | 10,672 | 10,456 | 10,289 | 10,158 | 10,051 | 9,888 | 9,722 | 9,553 | 9,467 | 9,379 | 9,291 | 9,020 |
| 6 | 13,745 | 10,925 | 9,780 | 9,148 | 8,746 | 8,466 | 8,260 | 8,102 | 7,976 | 7,874 | 7,718 | 7,559 | 7,396 | 7,313 | 7,228 | 7,143 | 6,880 |
| 7 | 12,246 | 9,547 | 8,451 | 7,847 | 7,460 | 7,191 | 6,993 | 6,840 | 6,719 | 6,620 | 6,460 | 6,314 | 6,155 | 6,074 | 5,992 | 5,908 | 5,650 |
| 8 | 11,259 | 8,649 | 7,591 | 7,006 | 6,632 | 6,371 | 6,178 | 6,029 | 5,911 | 5,814 | 5,667 | 5,515 | 5,359 | 5,279 | 5,198 | 5,116 | 4,859 |
| 9 | 10,561 | 8,022 | 6,992 | 6,422 | 6,057 | 5,802 | 5,613 | 5,467 | 5,351 | 5,277 | 5,111 | 4,962 | 4,808 | 4,729 | 4,649 | 4,567 | 4,311 |
| 10 | 10,044 | 7,559 | 6,552 | 5,994 | 5,636 | 5,386 | 5,200 | 5,057 | 4,942 | 4,849 | 4,706 | 4,558 | 4,405 | 4,327 | 4,247 | 4,165 | 3,909 |
| 11 | 9,646 | 7,206 | 6,217 | 5,668 | 5,316 | 5,069 | 4,886 | 4,745 | 4,632 | 4,539 | 4,397 | 4,251 | 4,099 | 4,021 | 3,941 | 3,860 | 3,603 |
| 12 | 9,330 | 6,927 | 5,953 | 5,412 | 5,064 | 4,821 | 4,640 | 4,499 | 4,387 | 4,296 | 4,155 | 4,010 | 3,858 | 3,781 | 3,701 | 3,619 | 3,361 |
| 13 | 9,074 | 6,701 | 5,739 | 5,205 | 4,861 | 4,620 | 4,441 | 4,302 | 4,191 | 4,100 | 3,960 | 3,815 | 3,665 | 3,587 | 3,507 | 3,425 | 3,165 |
| 14 | 8,862 | 6,515 | 5,564 | 5,035 | 4,695 | 4,456 | 4,278 | 4,140 | 4,030 | 3,939 | 3,800 | 3,656 | 3,505 | 3,427 | 3,348 | 3,266 | 3,004 |
| 15 | 8,683 | 6,359 | 5,417 | 4,893 | 4,556 | 4,318 | 4,142 | 4,005 | 3,895 | 3,805 | 3,666 | 3,522 | 3,372 | 3,294 | 3,214 | 3,132 | 2,868 |
| 16 | 8,531 | 6,226 | 5,292 | 4,773 | 4,437 | 4,202 | 4,026 | 3,890 | 3,780 | 3,691 | 3,553 | 3,409 | 3,259 | 3,181 | 3,101 | 3,018 | 2,753 |
| 17 | 8,400 | 6,112 | 5,185 | 4,669 | 4,336 | 4,102 | 3,927 | 3,791 | 3,682 | 3,593 | 3,455 | 3,312 | 3,162 | 3,084 | 3,003 | 2,921 | 2,653 |
| 18 | 8,285 | 6,013 | 5,092 | 4,579 | 4,248 | 4,015 | 3,841 | 3,705 | 3,597 | 3,508 | 3,371 | 3,227 | 3,077 | 2,999 | 2,919 | 2,835 | 2,566 |
| 19 | 8,185 | 5,926 | 5,010 | 4,500 | 4,171 | 3,939 | 3,765 | 3,631 | 3,523 | 3,434 | 3,297 | 3,153 | 3,003 | 2,925 | 2,844 | 2,761 | 2,489 |
| 20 | 8,096 | 5,849 | 4,938 | 4,431 | 4,103 | 3,871 | 3,699 | 3,564 | 3,457 | 3,368 | 3,231 | 3,088 | 2,938 | 2,859 | 2,779 | 2,695 | 2,421 |
| 21 | 8,017 | 5,780 | 4,874 | 4,369 | 4,042 | 3,812 | 3,640 | 3,506 | 3,398 | 3,310 | 3,173 | 3,030 | 2,880 | 2,801 | 2,720 | 2,636 | 2,360 |
| 22 | 7,945 | 5,719 | 4,817 | 4,313 | 3,988 | 3,758 | 3,587 | 3,453 | 3,346 | 3,258 | 3,121 | 2,978 | 2,827 | 2,749 | 2,668 | 2,583 | 2,306 |
| 23 | 7,881 | 5,664 | 4,765 | 4,264 | 3,939 | 3,710 | 3,539 | 3,406 | 3,299 | 3,211 | 3,074 | 2,931 | 2,781 | 2,702 | 2,620 | 2,536 | 2,256 |
| 24 | 7,823 | 5,614 | 4,718 | 4,218 | 3,895 | 3,667 | 3,496 | 3,363 | 3,256 | 3,168 | 3,032 | 2,889 | 2,738 | 2,659 | 2,577 | 2,492 | 2,211 |
| 25 | 7,770 | 5,568 | 4,676 | 4,177 | 3,855 | 3,627 | 3,457 | 3,324 | 3,217 | 3,129 | 2,993 | 2,850 | 2,699 | 2,620 | 2,538 | 2,453 | 2,169 |
| 26 | 7,721 | 5,526 | 4,637 | 4,140 | 3,818 | 3,591 | 3,421 | 3,288 | 3,182 | 3,094 | 2,958 | 2,815 | 2,664 | 2,585 | 2,503 | 2,417 | 2,132 |
| 27 | 7,677 | 5,488 | 4,601 | 4,106 | 3,785 | 3,558 | 3,388 | 3,256 | 3,149 | 3,062 | 2,926 | 2,783 | 2,632 | 2,552 | 2,470 | 2,384 | 2,097 |
| 28 | 7,636 | 5,453 | 4,568 | 4,074 | 3,754 | 3,528 | 3,358 | 3,226 | 3,120 | 3,032 | 2,896 | 2,753 | 2,602 | 2,522 | 2,440 | 2,354 | 2,064 |

| f_2 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 | 15 | 20 | 24 | 30 | 40 | ∞ |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| 39 | 7.598 | 5.421 | 4.538 | 4.045 | 3.725 | 3.499 | 3.330 | 3.198 | 3.092 | 3.005 | 2.868 | 4.726 | 2.574 | 2.495 | 2.412 | 2.325 | 2.034 |
| 40 | 7.563 | 5.390 | 4.610 | 4.018 | 3.699 | 3.474 | 3.305 | 3.173 | 3.067 | 2.979 | 2.843 | 2.700 | 2.549 | 2.469 | 2.386 | 2.299 | 2.006 |
| 60 | 7.314 | 5.178 | 4.313 | 3.828 | 3.514 | 3.291 | 3.124 | 2.993 | 2.888 | 2.801 | 2.665 | 2.522 | 2.369 | 2.288 | 2.203 | 2.114 | 1.805 |
| 100 | 7.077 | 4.977 | 4.126 | 3.649 | 3.339 | 3.119 | 2.953 | 2.823 | 2.719 | 2.632 | 2.496 | 2.352 | 2.198 | 2.115 | 2.029 | 1.936 | 1.601 |
| 220 | 6.851 | 4.786 | 3.949 | 3.480 | 3.174 | 2.956 | 2.792 | 2.663 | 2.559 | 2.472 | 2.336 | 2.192 | 2.035 | 1.950 | 1.860 | 1.763 | 1.381 |
| ∞ | 6.635 | 4.605 | 3.782 | 3.319 | 3.017 | 2.802 | 2.639 | 2.511 | 2.407 | 2.321 | 2.185 | 2.039 | 1.878 | 1.791 | 1.696 | 1.592 | 1.000 |

Критические точки распределения Стьюдента

| Число степеней свободы k | Уровень значимости α (двусторонняя критическая область) | | | | | |
|----------------------------------|---|-------|-------|-------|-------|--------|
| | 0,10 | 0,05 | 0,02 | 0,01 | 0,002 | 0,001 |
| 1 | 6,31 | 12,7 | 31,82 | 63,7 | 318,3 | 637,0 |
| 2 | 2,92 | 4,30 | 6,97 | 9,92 | 22,33 | 31,6 |
| 3 | 2,35 | 3,18 | 4,54 | 5,84 | 10,22 | 12,9 |
| 4 | 2,13 | 2,78 | 3,75 | 4,60 | 7,17 | 8,61 |
| 5 | 2,01 | 2,57 | 3,37 | 4,03 | 5,89 | 6,86 |
| 6 | 1,94 | 2,45 | 3,14 | 3,71 | 5,21 | 5,96 |
| 7 | 1,89 | 2,36 | 3,00 | 3,50 | 4,79 | 5,40 |
| 8 | 1,86 | 2,31 | 2,90 | 3,36 | 4,50 | 5,04 |
| 9 | 1,83 | 2,26 | 2,82 | 3,25 | 4,30 | 4,78 |
| 10 | 1,81 | 2,23 | 2,76 | 3,17 | 4,14 | 4,59 |
| 11 | 1,80 | 2,20 | 2,72 | 3,11 | 4,03 | 4,44 |
| 12 | 1,78 | 2,18 | 2,68 | 3,05 | 3,93 | 4,32 |
| 13 | 1,77 | 2,16 | 2,65 | 3,01 | 3,85 | 4,22 |
| 14 | 1,76 | 2,14 | 2,62 | 2,98 | 3,79 | 4,14 |
| 15 | 1,75 | 2,13 | 2,60 | 2,95 | 3,73 | 4,07 |
| 16 | 1,75 | 2,12 | 2,58 | 2,92 | 3,69 | 4,01 |
| 17 | 1,74 | 2,11 | 2,57 | 2,90 | 3,65 | 3,98 |
| 18 | 1,73 | 2,10 | 2,55 | 2,88 | 3,61 | 3,92 |
| 19 | 1,73 | 2,09 | 2,54 | 2,86 | 3,58 | 3,88 |
| 20 | 1,73 | 2,09 | 2,53 | 2,85 | 3,55 | 3,85 |
| 21 | 1,72 | 2,08 | 2,52 | 2,83 | 3,53 | 3,82 |
| 22 | 1,72 | 2,07 | 2,51 | 2,82 | 3,51 | 3,79 |
| 23 | 1,71 | 2,07 | 2,50 | 2,81 | 3,49 | 3,77 |
| 24 | 1,71 | 2,06 | 2,49 | 2,80 | 3,47 | 3,74 |
| 25 | 1,71 | 2,06 | 2,49 | 2,79 | 3,45 | 3,72 |
| 26 | 1,71 | 2,06 | 2,48 | 2,78 | 3,44 | 3,71 |
| 27 | 1,71 | 2,05 | 2,47 | 2,77 | 3,42 | 3,69 |
| 28 | 1,70 | 2,05 | 2,46 | 2,76 | 3,40 | 3,65 |
| 29 | 1,70 | 2,05 | 2,46 | 2,76 | 3,40 | 3,66 |
| 30 | 1,70 | 2,04 | 2,46 | 2,75 | 3,39 | 3,65 |
| 40 | 1,68 | 2,02 | 2,42 | 2,70 | 3,31 | 3,55 |
| 60 | 1,67 | 2,00 | 2,39 | 2,66 | 3,23 | 3,46 |
| 120 | 1,66 | 1,98 | 2,36 | 2,62 | 3,17 | 3,37 |
| ∞ | 1,64 | 1,96 | 2,33 | 2,58 | 3,09 | 3,29 |
| | 0,05 | 0,025 | 0,01 | 0,005 | 0,001 | 0,0005 |
| | Уровень значимости α (односторонняя критическая область) | | | | | |

Составители: *Мезенов Артем Анатольевич*

Основы научных исследований

Методические указания
по выполнению самостоятельной
и контрольной работы

Компьютерная вёрстка

А.А. Мезенов