

ФГБОУ ВО НОВОСИБИРСКИЙ ГАУ

Кафедра математики и физики

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры

Протокол от «24» 09 2022 г. № 2
Заведующий кафедрой

Рег. № БГА.А.03-08
«05» 10 2022г.

В.Н. Бабин

(подпись)

**ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

Б1.Б.8 Линейная алгебра

Шифр и наименование дисциплины

38.03.01 Экономика

Код и наименование направления подготовки

Бухгалтерский учет, анализ и аудит

Направленность (профиль)

Новосибирск 2022

**Паспорт
фонда оценочных средств**

| № п/ п | Контролируемые разделы дисциплины | Код контролируемой компетенции (или ее части) | Наименование оценочного средства |
|--------------|---|--|--|
| 1 | Матрицы и определители | ОК-7, ОПК-3, ОПК-4 | Тесты. Контрольная работа. Собеседование |
| 2 | Системы линейных алгебраических уравнений | | Тесты. Контрольная работа. Собеседование |
| 3 | Элементы векторной алгебры | | Тесты. Собеседование. Задачи разных уровней |
| 4 | Линейные пространства | | Тесты. Собеседование |
| 5 | Элементы аналитической геометрии. Комплексные числа | | Контрольная работа. Собеседование |

**МАТРИЦА СООТВЕТСТВИЯ КРИТЕРИЕВ ОЦЕНКИ УРОВНЮ
СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ**

| Критерии оценки | Уровень сформированности компетенций |
|--|--------------------------------------|
| Оценка по пятибалльной системе | |
| «Отлично» | «Высокий уровень» |
| «Хорошо» | «Повышенный уровень» |
| «Удовлетворительно» | «Пороговый уровень» |
| «Неудовлетворительно» | «Не достаточный» |
| Оценка по системе «зачет – незачет» | |
| «Зачтено» | «Достаточный» |
| «Не зачтено» | «Не достаточный» |

Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

1. Положение «О балльно-рейтинговой системе аттестации студентов»: СМК ПНД 08-01-2022, введено приказом от 28.09.2011 №371-О (<http://nsau.edu.ru/file/403>: режим доступа свободный);

2. Положение «О проведении текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся в ФГБОУ ВО Новосибирский ГАУ»: СМК ПНД 77-01-2022, введено в действие приказом от 03.08.2015 №268а-О (<http://nsau.edu.ru/file/104821>: режим доступа свободный).

ВВЕДЕНИЕ

Разработанный фонд оценочных средств (ФОС) по дисциплине «Линейная алгебра» представляет собой совокупность контрольно-измерительных материалов (КИМ), предназначенных для измерения уровня достижения студентом необходимых знаний, умений, навыков и уровня сформированности компетенций, определенных в ФГОС ВО по направлению подготовки 38.03.01 Экономика (Профиль Бухгалтерский учет, анализ и аудит).

В ФОС входят оценочные средства текущего контроля успеваемости и оценочные средства промежуточной аттестации студентов, соответствующие требованиям рабочей программы реализуемой учебной дисциплины на каждом этапе обучения.

1. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Текущая аттестация студентов по дисциплине «Линейная алгебра» проводится в соответствии с локальными документами НГАУ, является обязательной и осуществляется ведущим преподавателем.

Фонд оценочных средств текущего контроля успеваемости по дисциплине «Линейная алгебра» включает:

- вопросы для устного собеседования;
- тесты;
- задачи разных уровней;
- задания для контрольных работ.

1.1. Критерии оценки

Критерии оценки результатов устного собеседования:

Критерии оценки (в баллах):

- 5 баллов выставляется обучающемуся, если он ответил на 90% вопросов;
- 4 балла выставляется обучающемуся, если он ответил на 75% вопросов;
- 3 балла выставляется обучающемуся, если он ответил на 55% вопросов;
- 2 балла выставляется обучающемуся, если он ответил на менее 50% вопросов.

Критерии оценки тестирования:

Тест должен быть выполнен четко. С полным обоснованием ответов как теоретических, так и практических заданий.

Критерии оценки (в баллах):

- 95% и более правильных ответов – 5 баллов;
- 75% и более правильных ответов – 4 балла;
- 50% и более правильных ответов – 3 балла;
- менее 50% правильных ответов – 2 балла.

Критерии оценки выполнения задач разного уровня:

- при выполнении более 80% задач первого уровня, студент может рассчитывать на удовлетворительную оценку по материалу данного раздела;

- при выполнении более 80% задач второго уровня, студент может рассчитывать на хорошую и отличную оценку по данному материалу.

Критерии оценки выполнения контрольных работ

Критерии оценки (в баллах):

- 5 баллов выставляется студенту, если правильно выполнено 90-100% заданий;
- 4 балла, если правильно выполнено 70-90% заданий;
- 3 балла, если правильно выполнено 50-70% заданий;
- 2 балла, если правильно выполненных заданий менее 50%

**Задания промежуточного контроля
знаний, умений и навыков, характеризующие этапы формирования
компетенций в процессе освоения дисциплины Линейная алгебра**

Примеры тестов

Раздел 1 Матрицы и определители.

Практические задания:

Вариант 1

1. Записать единичную матрицу 5-го порядка.

Ответ:

2. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & 7 \\ -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$. Если $B = -2A^T + A$, то матрица B равна:

A. $\begin{pmatrix} 1 & 6 & -4 \\ 6 & -9 & 3 \\ 4 & 0 & -3 \end{pmatrix}$; B. $\begin{pmatrix} -1 & -6 & 8 \\ 6 & -3 & 11 \\ -4 & -16 & -1 \end{pmatrix}$; C. $\begin{pmatrix} -1 & -6 & 8 \\ 6 & -3 & -11 \\ -4 & 16 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ:

3. Для матриц A и B найти произведение $A \cdot B$:

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$; 2. $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$; 3. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$.

A. $A \cdot B = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -14 & 21 \end{pmatrix}$; B. $A \cdot B = \begin{pmatrix} 9 & 7 \\ -2 & -17 \end{pmatrix}$; C. $A \cdot B = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$.

Ответ:

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 |
| A | | + | |
| B | | | + |
| C | + | | |

4. Найти определители матриц:

1. $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$; 2. $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{vmatrix}$; 3. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ -14 & 0 & -7 \end{vmatrix}$; 4. $\begin{vmatrix} -3 & -5 \\ 3 & 11 \end{vmatrix}$.

A. 28; B. 0; C. -28; D. -18.

Ответ:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 |
| A | | + | | |
| B | + | | | |
| C | | | + | |
| D | | | | + |

5. Разложение определителя $\det A = \begin{vmatrix} a & b & c \\ -1 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ по первой строке имеет вид:

A. $11a - 2b - c$; B. $-a + 2b + c$; C. $a + 2b - c$; D. $11a + 2b - c$.

Ответ: C.

6. Дан определитель $\det A = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$. Записать соответствующую правую часть

равенства для каждого из следующих определителей:

1. $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ 2b_1 & 2b_2 & 2b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = \dots$; 2. $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_1 + 2a_2 & b_1 + 2b_2 & c_1 + 2c_2 \end{vmatrix} = \dots$; 3. $\begin{vmatrix} 2a_1 & 2a_2 & 2a_3 \\ 2b_1 & 2b_2 & 2b_3 \\ 2c_1 & 2c_2 & 2c_3 \end{vmatrix} = \dots$.

A. $2 \cdot \det A^T$; B. $\det(2 \cdot A^T)$; C. 0; D. $\det A + 2\det(2A)$.

Ответ:

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 |
| A | + | | |
| B | | | + |
| C | | + | |
| D | | | |

7. Для заданных матриц указать (если она существует) обратную матрицу A^{-1} .

1. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$; 2. $\begin{pmatrix} 9 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$; 3. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$; 4. $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$; 5. $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; 6. $\begin{pmatrix} 1 & -4 & -2 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$.

A. $A^{-1} = \frac{1}{18} \begin{pmatrix} 2 & -8 & -6 \\ 0 & 27 & 18 \\ 0 & -9 & 0 \end{pmatrix}$; B. Не существует; C. $A^{-1} = -\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$;

D. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/3 & -4/3 & -7/3 \\ 0 & -1/3 & -1/3 \\ 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix}$.

Ответ:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| А | | + | | | | |
| В | + | | + | + | | |
| С | | | | | + | |
| Д | | | | | | + |

8. Указать матрицы, ранг которых равен 3.

$$A. \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}; B. \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; C. \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}; D. \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & 5 & 5 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ: А., D.

Вариант 2

1. Записать диагональную матрицу 4-го порядка.

Ответ:

2. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & 7 \\ -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$. Если $A - B = E$, то матрица B равна:

$$A. \begin{pmatrix} 0 & -3 & -1 \\ 1 & 2 & 6 \\ -5 & -3 & 0 \end{pmatrix}; B. \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 2 & 2 & 7 \\ -4 & -2 & 0 \end{pmatrix}; C. \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 \\ 1 & 3 & 6 \\ -5 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ:

3. Для матриц A и B найти произведение $A \cdot B^T$:

1. $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 11 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$; 2. $A = \begin{pmatrix} -5 \\ 7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}$; 3. $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$.

$$A. A \cdot B^T = \begin{pmatrix} 5 & -20 & -40 \\ -7 & 28 & 56 \end{pmatrix}; B. A \cdot B^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}; C. A \cdot B^T = \begin{pmatrix} -22 & 6 \\ -54 & 13 \end{pmatrix}.$$

Ответ:

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 |
| А | | + | |
| В | | | + |
| С | + | | |

4. Найти определители матриц:

$$1. \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}; \quad 2. \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}; \quad 3. \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -4 & 5 & 0 \\ 12 & 24 & -4 \end{vmatrix}; \quad 4. \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

A. -4 ; B. 0 ; C. -40 ; D. 1 .

Ответ:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 |
| A | | + | | |
| B | + | | | |
| C | | | + | |
| D | | | | + |

5. Разложение определителя $\det A = \begin{vmatrix} a & -2 & 0 \\ b & 1 & 4 \\ c & 5 & -5 \end{vmatrix}$ по первому столбцу имеет вид:

A. $15a - 10b - 8c$; B. $-25a + 10b - 8c$; C. $-25a - 10b - 8c$; D. $15a + 10b - 8c$.

Ответ: C.

6. Дан определитель $\det A = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$. Записать соответствующую правую часть

равенства для каждого из следующих определителей:

1. $\begin{vmatrix} a_1 & -b_1 & 2c_1 \\ a_2 & -b_2 & 2c_2 \\ a_3 & -b_3 & 2c_3 \end{vmatrix} = \dots$; 2. $\begin{vmatrix} a_1 - a_2 & a_2 & a_3 \\ b_1 - b_2 & b_2 & b_3 \\ c_1 - c_2 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = \dots$; 3. $\begin{vmatrix} 2a_1 & 2a_2 & 2a_3 \\ 2b_1 & 2b_2 & 2b_3 \\ 2c_1 & 2c_2 & 2c_3 \end{vmatrix} = \dots$.

A. $\det(2 \cdot A^T)$; B. $-2 \cdot \det A^T$; C. 0 ; D. $8 \cdot \det A$.

Ответ:

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 |
| A | | | |
| B | + | | |
| C | | + | |
| D | | | + |

7. Указать для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ обратную ей матрицу A^{-1} .

$$A. A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad B. A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad C. A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad D. A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ: В.

8. Указать базисный минор данных матриц:

$$1. Rg \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 0 & 4 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} = 3; \quad 2. Rg \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 0 & 4 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 2; \quad 3. Rg \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 1 & -2 & 3 & 5 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 2.$$

$$A. \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 0 & 4 & 7 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}; \quad B. \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad C. \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}; \quad D. \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ:

| | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| А | + | | |
| В | | | |
| С | | + | |
| Д | | | + |

Теоретические вопросы:

1. Если существуют произведения AB и BA , причем $AB = BA$, то матрицы A и B называют:

А. транспонированными; В. равными; С. перестановочными; Д. обратимыми.

Ответ: С.

2. Если в матрице все элементы главной диагонали равны единице, а все остальные элементы – нулевые, то такая матрица называется:

А. единичной; В. вектор-строкой; С. нулевой.

Ответ: А.

3. Выберите правильные свойства для матриц A, B, C и числа α :

А. $(\alpha A)B = A(\alpha B)$; Б. $(A+B)C = AC + BC$; С. $AB = BA$; Д. $A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$; Е. $A(BC) = (AB)C$.

Ответ: А, Б, Е.

4. Указать те преобразования строк (столбцов) матрицы, которые являются элементарными:

А. умножение строки (столбца) на ненулевое число; Б. замена строки (столбца) произвольной строкой (столбцом); С. Замена строки (столбца) нулевой строкой (столбцом); Д. замена строки (столбца) суммой этой строки (столбца) и другой строки (столбца), предварительно умноженной (умноженного) на некоторое число.

5. При умножении матрицы A на матрицу B справа должно соблюдаться условие:

А. число строк матрицы A равно числу строк матрицы B ; Б. число столбцов матрицы A равно числу столбцов матрицы B ; С. если матрицы A и B прямоугольные, то они должны быть одинакового размера; Д. число столбцов матрицы A равно числу строк матрицы B .

6. Ранг матрицы равен...

А. числу ненулевых строк в ступенчатой матрице; Б. числу ненулевых элементов матрицы; С. максимальному числу линейно независимых строк (столбцов) матрицы; Д. порядку базисного минора матрицы; Е. максимальному числу r , для которого существует ненулевой минор порядка r .

7. Какая из приведенных матриц B является обратной к матрице A :

А. $B \cdot A = A \cdot B = \Theta$; Б. $B \cdot A = A \cdot B = A$; В. $B \cdot A = A \cdot B = I$. Г. $B \cdot A = A \cdot B = 1$

Ответ: В.

8. Определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$, это число равно...

А. $a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13}$; Б. $a_{11}A_{11} - a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13}$; В. $a_{11}M_{11} + a_{12}M_{12} + a_{13}M_{13}$ где

$A_{ij} (i, j = \overline{1,3})$ – алгебраические дополнения $M_{ij} (i, j = \overline{1,3})$ – миноры элементов a_{ij} .

9. При замене некоторой строки невырожденной квадратной матрицы на сумму этой строки и какой-то другой ее строки, умноженной на число α , ее определитель:

А. поменяет знак; Б. умножится на число α ; В. станет равным нулю; Г. не изменится.

10. Базисные строки и столбцы матрицы...

А. линейно зависимы; Б. пропорциональны; С. линейно независимы; Д. нулевые.

Ответ: С.

11. Обратная матрица A^{-1} существует, если...

А. матрица A – квадратная и $\det A = 0$; Б. матрица A – квадратная; В. матрица A – квадратная и $\det A \neq 0$.

12. Базисный минор матрицы, это...

А. любой ненулевой минор этой матрицы; Б. минор минимального порядка, отличный от нуля; В. любой нулевой минор этой матрицы; Г. ненулевой минор матрицы, максимального порядка.

13. Элемент a_{ij}^{-1} обратной матрицы A^{-1} (если она существует) вычисляется по формуле:

А. $\frac{1}{\det A} (-1)^{i+j} M_{ij}$, где M_{ij} – минор элемента a_{ij} матрицы A ; Б. $\frac{1}{\det A} M_{ji}$, где

M_{ji} – минор элемента a_{ji} матрицы A ; В. $\frac{1}{\det A} (-1)^{i+j} M_{ji}$, где M_{ji} – минор элемента

a_{ji} матрицы A .

Ответ: В.

Раздел 2 Системы линейных алгебраических уравнений.

Практические задания:

Вариант 1

1. Указать формулы для решения системы $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 18 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 = -3 \end{cases}$ методом Крамера и

записать решение в виде вектора $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$.

A. $x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$, $(i = \overline{1,3})$, где $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -2 \end{vmatrix}$, $\Delta_1 = \begin{vmatrix} 18 & 2 & 3 \\ 6 & 2 & 1 \\ -3 & -1 & -2 \end{vmatrix}$, $\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 18 & 3 \\ -1 & 6 & 1 \\ 2 & -3 & -2 \end{vmatrix}$,

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 18 \\ -1 & 2 & 6 \\ 2 & -1 & -3 \end{vmatrix};$$

B. $x_i = \Delta_i \cdot \Delta$, $(i = \overline{1,3})$, где $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -2 \end{vmatrix}$, $\Delta_1 = \begin{vmatrix} 18 & 2 & 3 \\ 6 & 2 & 1 \\ -3 & -1 & -2 \end{vmatrix}$, $\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 18 & 3 \\ -1 & 6 & 1 \\ 2 & -3 & -2 \end{vmatrix}$,

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 18 \\ -1 & 2 & 6 \\ 2 & -1 & -3 \end{vmatrix};$$

C. $x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$, $(i = \overline{1,3})$, где $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -2 \end{vmatrix}$, $\Delta_1 = \begin{vmatrix} 18 & 2 & 3 \\ 6 & 2 & 1 \\ -3 & -1 & -2 \end{vmatrix}$, $\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 18 & 3 \\ -1 & 6 & 1 \\ 2 & -3 & -2 \end{vmatrix}$,

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 18 \\ -1 & 2 & 6 \\ 2 & -1 & -3 \end{vmatrix};$$

D. $x_i = \Delta - \Delta_i$, $(i = \overline{1,3})$, где $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -2 \end{vmatrix}$, $\Delta_1 = \begin{vmatrix} 18 & 2 & 3 \\ 6 & 2 & 1 \\ -3 & -1 & -2 \end{vmatrix}$, $\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 18 & 3 \\ -1 & 6 & 1 \\ 2 & -3 & -2 \end{vmatrix}$,

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 18 \\ -1 & 2 & 6 \\ 2 & -1 & -3 \end{vmatrix}.$$

Ответ: C., $X = \begin{pmatrix} 15 \\ 15 \\ -21 \end{pmatrix}$.

2. Указать систему линейных уравнений, которая может быть решена методом обратной матрицы:

$$A. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -2 \\ x_2 + x_3 - 4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 4x_3 = 6 \end{cases} ; B. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -2 \\ x_2 + x_3 - 4x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 4x_4 = 6 \end{cases} ; D. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -2 \\ x_2 + x_3 - 4 = 0 \\ x_1 + \frac{3}{2}x_2 - \frac{3}{2}x_3 = 6 \end{cases} .$$

Ответ: А.

3. Указать формулы для решения системы $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 9 \end{cases}$ методом обратной

матрицы и записать решение в виде вектора $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$.

$$A. \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 7 & 3 & -5 \\ -4 & -2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix} ; B. \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 7 & 3 & -5 \\ -4 & -2 & 2 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix} ; C. \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 7 & 3 & -5 \\ -4 & -2 & 2 \end{pmatrix}^T ;$$

$$D. \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -7 & 3 & 5 \\ -4 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix} .$$

Ответ: А. , $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

4. Какой вывод можно сделать о каждой из систем, если в результате элементарных преобразований над расширенными матрицами систем получились следующие матрицы:

$$1. \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 0 & 4 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad 2. \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 5 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad 3. \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 0 & 4 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \end{pmatrix} \quad 4. \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 6 & 5 & 0 \\ 0 & -2 & 9 & 2 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & 13 & 4 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

А. Система несовместна; В. Система имеет единственное решение; С. Система имеет бесчисленное множество решений.

Ответ:

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| А | + | | | |
| В | | + | + | |
| С | | | | + |

5. Расширенная матрица системы с помощью элементарных преобразований строк приведена к следующему виду:

$$1. \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 & 6 & 2 \\ 0 & -7 & 4 & -20 & -5 \\ 0 & -7 & 4 & -20 & -5 \\ 0 & -7 & 4 & -20 & -5 \end{pmatrix}; 2. \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 3 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & -4 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}; 3. \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -3 & 1 & 4 & -5 \end{pmatrix};$$

$$4. \begin{pmatrix} 6 & 3 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -19 & -6 & -11 & 2 \end{pmatrix}.$$

Элементарные преобразования над расширенной матрицей системы выполняются в соответствии с каким методом?

А. Жордана -Гаусса; В. Крамера; С. Кронекера; Д. Раусса. В случае необходимости привести данную матрицу к ступенчатому виду, заполнить таблицу (сделать вывод о совместности системы и, если, она совместна, записать ее решение в виде столбца X).

| номер системы | 1 | 2 | 3 | 4 |
|--------------------------|--|--|--|---|
| RgA | 2 | 4 | 3 | 3 |
| $Rg\bar{A}$ | 2 | 4 | 3 | 3 |
| число переменных системы | 4 | 4 | 5 | 5 |
| вид системы | неопределенная | определенная | неопределенная | неопределенная |
| базисные переменные | x_1, x_3 | — | x_1, x_2, x_4 | x_1, x_3, x_4 |
| свободные переменные | $x_2 = C_1, x_4 = C_2$ | — | $x_3 = C_1, x_5 = C_2$ | $x_2 = C_1, x_5 = C_2$ |
| X | $X = \begin{pmatrix} \frac{3-9C_1+16C_2}{4} \\ C_1 \\ -5+7C_1+20C_2 \\ 4 \\ C_2 \end{pmatrix}$ | $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ | $X = \begin{pmatrix} \frac{-8C_2-3}{C_1+11C_2+5} \\ 3 \\ C_1 \\ 4C_2+1 \\ C_2 \end{pmatrix}$ | $X = \begin{pmatrix} \frac{-C_1+3C_2-3}{2} \\ C_1 \\ C_2-2 \\ -5C_2+6 \\ C_2 \end{pmatrix}$ |

6. Для системы
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$
 указать ФСР (фундаментальную систему решений).

А. $\vec{e}_1 = (1, -2, -2, 12)^T$; В. $\vec{e}_1 = (1, -2, 1, 1)^T$, $\vec{e}_2 = (1, -1, 1, 0)^T$; С. $\vec{e}_1 = (1, 0, -3, 11)^T$, $\vec{e}_2 = (0, 1, -2, 5)^T$, $\vec{e}_3 = (1, -2, 1, 1)^T$; D. $\vec{e}_1 = (0, 1, -2, 5)^T$, $\vec{e}_2 = (1, -2, 1, 1)^T$.

Ответ: D.

7. Пусть $\vec{h} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ некоторое решение неоднородной системы, а $\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ и $\vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

фундаментальная система решений соответствующей однородной системы. Тогда общее решение неоднородной системы X имеет вид:

А. $X = \begin{pmatrix} C_1 + 2 \\ C_2 + 3 \\ 4 \end{pmatrix}$; В. $X = \begin{pmatrix} C_1 + C_2 + 2 \\ C_1 + 3 \\ C_2 + 4 \end{pmatrix}$; С. $X = \begin{pmatrix} 2C_1 \\ 3C_2 \\ 4 \end{pmatrix}$; D. $X = \begin{pmatrix} C_1 + C_2 + 2C_3 \\ C_1 + 3C_3 \\ C_2 + 4C_3 \end{pmatrix}$.

Ответ: B.

8. Указать координаты вектора $X = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ в базисе $E = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$:

А. $\begin{pmatrix} 0.5 \\ 1.5 \\ -1.5 \end{pmatrix}$; В. $\begin{pmatrix} 1.5 \\ 1.5 \\ -0.5 \end{pmatrix}$; С. $\begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 1.5 \end{pmatrix}$.

Ответ: B.

Вариант 2

1. Указать формулы для решения системы
$$\begin{cases} -2x_1 + x_3 = -3 \\ -2x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$
 методом Крамера

и записать решение в виде вектора $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$.

$$\text{A. } x_i = \frac{\Delta}{\Delta_i}, \quad (i=\overline{1,3}), \quad \text{где } \Delta = \begin{vmatrix} -2 & 0 & 1 \\ -2 & -2 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} -3 & 0 & 1 \\ -5 & -2 & 3 \\ 2 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} -2 & -3 & 1 \\ -2 & -5 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix},$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} -2 & 0 & -3 \\ -2 & -2 & -5 \\ 1 & -2 & 2 \end{vmatrix};$$

$$\text{B. } x_i = \Delta_i \cdot \Delta, \quad (i=\overline{1,3}), \quad \text{где } \Delta = \begin{vmatrix} -2 & 0 & 1 \\ -2 & -2 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} -3 & 0 & 1 \\ -5 & -2 & 3 \\ 2 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} -2 & -3 & 1 \\ -2 & -5 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix},$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} -2 & 0 & -3 \\ -2 & -2 & -5 \\ 1 & -2 & 2 \end{vmatrix};$$

$$\text{C. } x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}, \quad (i=\overline{1,3}), \quad \text{где } \Delta = \begin{vmatrix} -2 & 0 & 1 \\ -2 & -2 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} -3 & 0 & 1 \\ -5 & -2 & 3 \\ 2 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} -2 & -3 & 1 \\ -2 & -5 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix},$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} -2 & 0 & -3 \\ -2 & -2 & -5 \\ 1 & -2 & 2 \end{vmatrix};$$

$$\text{D. } x_i = \Delta - \Delta_i, \quad (i=\overline{1,3}), \quad \text{где } \Delta = \begin{vmatrix} -2 & 0 & 1 \\ -2 & -2 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} -3 & 0 & 1 \\ -5 & -2 & 3 \\ 2 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} -2 & -3 & 1 \\ -2 & -5 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix},$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} -2 & 0 & -3 \\ -2 & -2 & -5 \\ 1 & -2 & 2 \end{vmatrix};$$

$$\text{Ответ: C.}, \quad X = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

2. Указать систему линейных уравнений, которая может быть решена методом обратной матрицы:

$$\text{A. } \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 3 \\ -3x_1 - 3x_2 - 3x_3 - 2 = 0 \\ -x_1 - x_2 - x_3 = 2 \end{cases}; \quad \text{B. } \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ 4x_1 + x_2 - 2 = 0 \end{cases}; \quad \text{C. } \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 3 \\ -3x_1 - 3x_2 - 3x_3 - 2 = 0 \\ 4x_1 + x_2 - 2 = 0 \end{cases}.$$

Ответ: C.

3. Указать формулы для решения системы
$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - x_3 = -4 \\ -2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -1 \\ x_2 - x_3 = -1 \end{cases}$$
 методом обратной

матрицы и записать решение в виде вектора $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$.

A. $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/4 & -3/4 & 7/4 \\ -1/2 & -1/2 & 3/2 \\ -1/2 & -1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$; B. $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 & -3 & 7 \\ -2 & -2 & 6 \\ -2 & -2 & 2 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$;

C. $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ -3 & -2 & -2 \\ 7 & 6 & 2 \end{pmatrix}^T$; D. $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 & 3 & 7 \\ 2 & -2 & -6 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Ответ: A. , $X = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

4. Какой вывод можно сделать о каждой из систем, если в результате элементарных преобразований над расширенными матрицами систем получились следующие матрицы:

1. $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 0 & 4 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 2. $\begin{pmatrix} -3 & -2 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 5 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 3. $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 5 & 0 \\ 0 & 4 & -5 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 9 \end{pmatrix}$ 4. $\begin{pmatrix} -1 & -2 & 5 & 6 & 5 & 0 \\ 0 & 5 & 1 & 2 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -4 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

A. Система несовместна; B. Система имеет единственное решение; C. Система имеет бесчисленное множество решений.

Ответ:

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| A | | + | | |
| B | + | | | |
| C | | | + | + |

5. Расширенная матрица системы с помощью элементарных преобразований строк приведена к следующему виду:

$$1. \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & -5 & 8 & 4 \\ 0 & 1 & -5 & 8 & 4 \\ 0 & 1 & -5 & 8 & 4 \end{pmatrix}; 2. \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & -16 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 76 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 0 & 0 \end{pmatrix}; 3. \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -1 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$4. \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 4 & -3 & -4 \\ 0 & 0 & 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Элементарные преобразования над расширенной матрицей системы выполняются в соответствии с каким методом?

А. Жордана -Гаусса; В. Крамера; С. Кронекера; Д. Раусса. В случае необходимости привести данную матрицу к ступенчатому виду, заполнить таблицу (сделать вывод о совместности системы и, если, она совместна, записать ее решение в виде столбца X).

| номер системы | 1 | 2 | 3 | 4 |
|--------------------------|--|--|--|-----------------------|
| RgA | 2 | 4 | 2 | 3 |
| $Rg\bar{A}$ | 2 | 4 | 2 | 4 |
| число переменных системы | 4 | 4 | 5 | 4 |
| вид системы | неопределенная | определенная | неопределенная | противоречивая |
| базисные переменные | x_1, x_2 | — | x_1, x_3 | — |
| свободные переменные | $x_3 = C_1, x_4 = C_2$ | — | $x_2 = C_1, x_4 = C_2, x_5 = C_3$ | — |
| X | $X = \begin{pmatrix} 3 + 3C_1 - 5C_2 \\ 4 + 5C_1 - 8C_2 \\ C_1 \\ C_2 \end{pmatrix}$ | $X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ | $X = \begin{pmatrix} -3 - C_1 - 2C_2 - 3C_3 \\ 2 \\ C_1 \\ 2 - 3C_2 - C_3 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix}$ | решение не существует |

6. Общее решение системы имеет вид $X = \begin{pmatrix} C_1 \\ \frac{7C_1 + 20C_2}{4} \\ C_2 \end{pmatrix}$

Фундаментальной системой решений является

$$\text{A. } \vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \text{ B. } \vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{e}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \text{ C. } \vec{e}_1 = \begin{pmatrix} -9 \\ 4 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 16 \\ 0 \\ 20 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Ответ: С.

7. Пусть $\vec{h} = \begin{pmatrix} -2 \\ 11 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ некоторое решение неоднородной системы, а $\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ фундаментальная система решений соответствующей однородной системы.

Тогда общее решение неоднородной системы X имеет вид:

$$\text{A. } X = \begin{pmatrix} C_1 - 2 \\ C_2 + 11 \\ C_3 \\ C_3 \end{pmatrix}; \quad \text{B. } X = \begin{pmatrix} C_1 - 2C_3 \\ C_2 + 11C_3 \\ C_1 \\ C_2 \end{pmatrix}; \quad \text{C. } X = \begin{pmatrix} -2C_1 \\ 11C_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \text{D. } X = \begin{pmatrix} C_1 + C_2 - 2 \\ C_1 + 11 \\ C_3 \\ C_2 + C_3 \end{pmatrix}.$$

Ответ: D.

8. Система $Ax = \Theta$ с n неизвестными имеет только тривиальное решение, если:

A. $RgA = n$; B. $RgA < n$; C. $RgA > n$; D. Ответ: A.

Теоретические вопросы:

[illegible]

называется:

А. особой; В. неопределенной; С. однородной; Д. неоднородной. Ответ: С.

[illegible]

b_1, b_2, \dots, b_m не равно нулю, то эта система называется:

А. несовместной; В. неоднородной; С. однородной; Д. определенной.

Ответ: В.

3. Система линейных алгебраических уравнений называется определенной, если она:

А. имеет бесчисленное множество решений; Б. не имеет решений; С. имеет только одно решение (единственное решение).

4. По методу Жордана-Гаусса элементарные преобразования выполняются над:

А. произвольной матрицей; Б. над расширенной матрицей; С. над матрицей из коэффициентов при неизвестных.

5. Если ранг расширенной матрицы равен рангу основной матрицы системы и меньше числа неизвестных, то система:

А. не имеет решений; Б. имеет единственное решение; С. имеет бесчисленное множество решений.

6. Если ранг расширенной матрицы равен рангу основной матрицы системы и равен числу неизвестных, то система:

А. не имеет решений; Б. имеет единственное решение; С. имеет бесчисленное множество решений.

7. Фундаментальная система решений, это совокупность...

А. $n-r$ линейно зависимых решений однородной системы; Б. $n-r$ линейно независимых решений однородной системы; В. Решений неоднородной системы.

Ответ: Б.

8. СЛАУ является совместной тогда, когда...

A.

9. Однородная система, определитель которой равен нулю, имеет...

А. только тривиальное решение; Б. нетривиальные решения; С. не имеет решений.

Ответ: Б.

10. Известно, что система линейных алгебраических уравнений имеет невырожденную матрицу. Выберите верное утверждение: А. систему нельзя решить методом обратной матрицы; Б. система не имеет решения; В. систему можно решить методом обратной матрицы, и она имеет бесчисленное множество решений; Г. систему можно решить методом обратной матрицы и это будет единственное решение.

11. Общее решение неоднородной системы линейных алгебраических уравнений имеет структуру:

A.

12. Известно, что матрица системы – квадратная матрица n -го порядка и ее определитель не равен нулю. Выберите верное утверждение:

А. система не имеет решений; Б. система имеет ровно n решений; В. система имеет единственное решение; Г. Система имеет бесчисленное множество решений.

13. Число векторов в фундаментальной системе решений однородной системы равно...

А. рангу матрицы системы; Б. числу базисных неизвестных; В. числу свободных неизвестных.

Билет для по теории №1:

а) Какая из систем имеет единственное решение, а какая несовместна?

$$\bar{A} \rightarrow \dots \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 0 & 4 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \bar{A} \rightarrow \dots \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 5 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \quad \bar{A} \rightarrow \dots \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 6 & 5 & 0 \\ 0 & -2 & 9 & 2 & -7 & 7 \\ 0 & 0 & 13 & 4 & 4 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

б) Закончить определение: 1. Ранг матрицы, это...; 2. Совместная система, это....

с) Закончить формулировку теоремы: 1. Базисные строки и столбцы матрицы линейно независимы. Любая строка (столбец) матрицы ...; 2. СЛАУ является совместной тогда....

д) Записать: 1. Единичную матрицу 5-го порядка; 2. Диагональную матрицу 4 порядка; 3. Нулевую матрицу размера 3×2 .

е) Следует выбрать правильное определение: 1. Фундаментальная система решений, это совокупность $n - r$ линейно зависимых решений однородной системы; 2. Фундаментальная система решений, это совокупность $n - r$ линейно независимых решений однородной системы; 3. Фундаментальная система решений, это совокупность решений неоднородной системы.

ф) Какая из приведенных матриц B является обратной к матрице A : 1. $B \cdot A = A \cdot B = I$;

2. $B \cdot A = A \cdot B = \Theta$; 3. $B \cdot A = A \cdot B = A$.

г) Какова структура общего решения неоднородной системы? Можно ли решить методом Крамера систему, число уравнений которой не равно числу неизвестных?

Билет по теории №2:

а) Какая из систем имеет бесчисленное множество решений, а какая несовместна?

$$\bar{A} \dots \sqcup \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 0 & 4 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \bar{A} \dots \sqcup \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 5 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \quad \bar{A} \sqcup \dots \dots \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 6 & 5 & 0 \\ 0 & -2 & 9 & 2 & -7 & 7 \\ 0 & 0 & 13 & 4 & 4 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

б) Закончить определение: 1. Определитель матрицы третьего порядка, это...; 4. Базисный минор, это....

с) Закончить формулировку теоремы: 1. Элементарные преобразования матрицы...; 2. Любая матрица в результате эквивалентных преобразований....

д) Записать: 1. Единичную матрицу 5-го порядка; 2. Диагональную матрицу 4 порядка; 3. Нулевую матрицу размера 3×2 .

е) Следует выбрать правильное определение: 1. Фундаментальная система решений, это совокупность $n-r$ линейно зависимых решений однородной системы; 2. Фундаментальная система решений, это совокупность $n-r$ линейно независимых решений однородной системы; 3. Фундаментальная система решений, это совокупность решений неоднородной системы.

ф) Какая из приведенных матриц B является обратной к матрице A : 1. $B \cdot A = A \cdot B = I$;

2. $B \cdot A = A \cdot B = \Theta$; 3. $B \cdot A = A \cdot B = A$.

г) Можно ли решить систему линейных уравнений с помощью обратной матрицы, если определитель системы не равен нулю? Сколько решений имеет однородная система, определитель которой равен нулю?

Раздел 3 Элементы векторной алгебры.

1. Вектор $\vec{b}(7;3;\alpha)$ ортогонален вектору $\vec{c}(3;\alpha;-6)$, если α равно: а) 7; б) -1; в) 9; д) нет правильного ответа.

2. Если $\vec{a}(-2;-3;2)$, $\vec{b}(2;2;-3)$, то $\cos(\vec{a}, \vec{b})$ равен: а) $-\frac{14}{17}$; б) $-\frac{14}{16}$; в) 0; д) нет правильного ответа.

3. Если $|\vec{a} \times \vec{b}| = 3$, $|\vec{a}| = 4$, а угол между \vec{a} и \vec{b} равен $\frac{\pi}{6}$, то $|\vec{b}|$ равен: а) $\frac{3}{2}$; б) $-\frac{1}{2}$; в) 0; д) нет правильного ответа.

4. Векторы $\vec{a}(2;3;4)$, $\vec{b}(0;\alpha;2)$, $\vec{c}(0;4;1)$ компланарны, если α равно: а) 0; б) -1; в) 8; д) нет правильного ответа.

5. Вектор образует с осями Ox , Oy и Oz углы α, β, γ соответственно. Определите, какие углы α, β, γ может составить вектор: а) $\alpha = 45^\circ; \beta = 60^\circ; \gamma = 120^\circ$; б) $\alpha = 45^\circ; \beta = 60^\circ; \gamma = 90^\circ$; в) $\alpha = 30^\circ; \beta = 45^\circ; \gamma = 135^\circ$; д) $\alpha = 30^\circ; \beta = 60^\circ; \gamma = 90^\circ$.

6. Скалярное произведение $(2\vec{a} - \vec{b}) \cdot (3\vec{a} + 4\vec{b})$ при $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, угле между \vec{a} и \vec{b} равном $\frac{\pi}{3}$, равно: а) $-\frac{15}{2}$; б) -1 ; в) 3 ; г) нет правильного ответа.
7. Какое из перечисленных условий является необходимым и достаточным условием линейной зависимости данной системы векторов: а) ранг матрицы системы равен нулю; б) ранг матрицы системы равен числу векторов; в) ранг матрицы системы меньше числа векторов; г) нет правильного ответа.
8. Какое из условий является условием ортогональности двух векторов: а) векторное произведение векторов равно 0; б) смешанное произведение векторов равно 0; в) скалярное произведение векторов равно 0; г) нет правильного ответа.
9. Смешанное произведение трех ненулевых и некопланарных векторов равно: а) площади треугольника; б) объему пирамиды; в) объему параллелепипеда; г) нет правильного ответа.
10. Синус угла между векторами $\vec{a}(2;1;2)$ и $\vec{b}(-2;2;1)$ равен: а) 0; б) $\frac{1}{2}$; в) 1; г) нет правильного ответа.
11. Определите вид зависимости между векторами $\vec{a}(-1;2;7)$ и $\vec{b}(-1;3;4)$: а) линейно зависимы; б) линейно независимы; в) нелинейно зависимы; г) нет правильного ответа.
12. Векторное произведение двух ненулевых и неколлинеарных векторов равно: а) площади треугольника; б) объему пирамиды; в) площади параллелограмма; г) нет правильного ответа.
13. Векторы $\vec{a}(1;3;2)$, $\vec{b}(4;5;6)$, $\vec{c}(1;1;3)$: а) коллинеарны; б) компланарны; в) некопланарны; г) нет правильного ответа.
14. Скалярным произведением двух векторов является: а) число; б) вектор; в) матрица; г) нет правильного ответа.
15. Векторным произведением двух ненулевых векторов является: а) площадь параллелограмма; б) вектор; в) число; г) нет правильного ответа.
16. Смешанное произведение ненулевых векторов равно: а) площади треугольника; б) объему пирамиды; в) объему параллелепипеда; г) нет правильного ответа.
17. Установить соответствие

| Произведение векторов | Результат |
|-----------------------------|---------------|
| 1. $\vec{i} \cdot \vec{k}$ | а) \vec{i} |
| 2. $\vec{i} \times \vec{k}$ | б) \vec{k} |
| 3. $\vec{i} \times \vec{i}$ | в) \vec{j} |
| | г) $-\vec{i}$ |
| | д) $-\vec{j}$ |
| | е) $-\vec{k}$ |
| | ж) 0 |

| | |
|--|----------------------|
| | h) $\vec{0}$ i) 1 |
|--|----------------------|

Ответ: 1. _____; 2. _____; 3. _____.

18. Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = 3\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$, тогда координаты вектора $2\vec{a} - \vec{b}$ равны _____.

19. Если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 26$, $|\vec{a} \times \vec{b}| = 52$, то скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$ равно _____.

Раздел 4 Линейные пространства.

- Базисом системы векторов $\vec{a}(1;1;0)$, $\vec{b}(1;0;1)$, $\vec{c}(2;1;1)$, $\vec{d}(0;1;-1)$ являются векторы:
а) любые два вектора; б) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$; в) $\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$; г) все векторы; д) нет правильного ответа.
- Координатами вектора $\vec{d}(-1;6;13)$ в базисе $\vec{a}(1;2;3)$, $\vec{b}(3;2;1)$, $\vec{c}(1;0;1)$ являются: а) $(1;1;1)$; б) $(-1;6;13)$; в) $(1;2;3)$; г) нет правильного ответа.
- Векторы $\vec{a}(1;0;1;0)$, $\vec{b}(1;1;0;0)$, $\vec{c}(1;0;0;1)$ являются: а) линейно зависимыми; б) линейно независимыми; в) попарно коллинеарными.
- В линейном пространстве количество нулевых элементов равно: а) 0; б) 1; в) бесконечное множество; г) нет правильного ответа.
- Система векторов линейного пространства называется линейно независимой, если: а) один из векторов нулевой; б) несколько из векторов компланарны; в) их линейная комбинация равна нулю; г) только тривиальная линейная комбинация этих векторов равна нулевому вектору.
- Сколько базисов имеется в линейном пространстве \mathbb{R}^n : а) 1; б) n; в) n-1; г) бесконечно много.
- Базисом системы векторов $\vec{a}(0;1;0)$, $\vec{b}(0;2;0)$, $\vec{c}(0;3;0)$, $\vec{d}(1;0;0)$ являются векторы: а) \vec{a}, \vec{b} ; б) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$; в) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$; г) нет правильного ответа.

Критерии оценки:

- 95% и более правильных ответов – отлично;
- 75% и более правильных ответов – хорошо;
- 50% и более правильных ответов – удовлетворительно;
- менее 50% правильных ответов – неудовлетворительно.

Комплект разноуровневых заданий:

Уровень I

1. Под каким углом к положительному направлению оси Ox наклонен отрезок, соединяющий точки $A(1; -3)$ и $B(-7; 3)$?
2. Заданы векторы $\vec{a}(-1; 2; 0)$, $\vec{b}(3; 1; 1)$, $\vec{c}(2; 0; 1)$ и $\vec{d} = \vec{a} - 2\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}$. Вычислить: а) $|\vec{a}|$; направляющие косинусы вектора \vec{a} ; б) $\cos(\vec{a}, \vec{j})$; в) $\text{Pr}_{\vec{j}}\vec{d}$.
3. Вектор \vec{x} , коллинеарный вектору $\vec{a}(0; 6; -8)$ образует острый угол с осью Oz . Зная, что $|\vec{x}| = 50$, найти его координаты.
4. Зная, что $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, угол между \vec{a} и \vec{b} равен 135° , найти $(\vec{a} + \vec{b})^2$.
5. Дан треугольник с вершинами $A(-3; 5; 6)$, $B(1; -5; 7)$, $C(8; -3; -1)$. Найти внутренний угол при вершине A .
6. Векторы \vec{a} и \vec{b} образуют угол $\frac{\pi}{6}$. Зная, что $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 7$ вычислить $|\vec{a} \times \vec{b}|$.
7. Определить векторное произведение и его модуль для векторов $\vec{a}(-1; 2; 4)$ и $\vec{b}(2; -1; -4)$.
8. Найти смешанное произведение трех векторов $\vec{a}(1; 1; 2)$, $\vec{b}(2; 1; 1)$, $\vec{c}(1; -2; 3)$. Какую тройку векторов образуют эти векторы? Найти $\text{Pr}_{\vec{c}}|\vec{a} \times \vec{b}|$.
9. Лежат ли точки $A(1; 2; -1)$, $B(4; 1; 5)$, $C(-1; 2; 1)$, $D(2; 1; 3)$ в одной плоскости?
10. На плоскости заданы векторы $\vec{e}_1(-1; 2)$, $\vec{e}_2(2; 1)$ и $\vec{a}(0; -2)$. Убедиться, что \vec{e}_1 и \vec{e}_2 образуют базис. Найти разложение вектора \vec{a} по базису \vec{e}_1, \vec{e}_2 .

Уровень II

1. Вычислить длину медиан треугольника, зная координаты его вершин $A(3; -2)$, $B(5; 2)$ и $C(-1; 4)$.
2. Найти вектор \vec{x} , направленный по биссектрисе угла между векторами $\vec{a} = 7\vec{i} - 4\vec{j} - 4\vec{k}$ и $\vec{b} = -2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$, если $|\vec{x}| = 5\sqrt{6}$.
3. Векторы \vec{a} и \vec{b} образуют угол $\varphi = 60^\circ$, причем $|\vec{a}| = 8$, $|\vec{b}| = 5$. Определить $|\vec{a} + \vec{b}|$.
4. Найти координаты вектора \vec{x} , коллинеарного вектору $\vec{a}(2; 1; -1)$ и удовлетворяющего условию $\vec{a} \cdot \vec{x} = 3$.
5. Доказать, что ΔABC , где $A(3; -2; 0)$, $B(4; -3; -8)$, $C(2; 5; -1)$ – прямоугольный, и найти прямой угол.
6. $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$, угол между \vec{a} и \vec{b} равен $\frac{\pi}{6}$. Вычислить $|(2\vec{a} - 3\vec{b}) \times (\vec{a} + 4\vec{b})|$.

7. Даны вершины пирамиды $A(2;0;4), B(0;3;7), C(0;0;6), D(4;3;5)$. Вычислить площадь основания ΔABC .
8. Выяснить при каком значении α векторы $\vec{a}(1;1;\alpha), \vec{b}(-3;2;1), \vec{c}(2;0;-3)$ компланарны.
9. Даны вершины пирамиды $A(2;0;4), B(0;3;7), C(0;0;6), D(4;3;5)$. Вычислить объем пирамиды.
10. Даны векторы $e_1(1; -3; 4), e_2(7; 3; -2), e_3(-2; 1; -1)$, а $a(-3; -1; 2)$ в некотором базисе. Показать, что векторы e_1, e_2, e_3 образуют базис, и найти координаты вектора a в этом базисе.

Примеры заданий для контрольных работ

Раздел 1 Матрицы и определители. Раздел 2 Системы линейных алгебраических уравнений.

Билет 1

1) Найти $(2B - 3C) \cdot D^T$, если $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 3 & 5 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -4 \\ 3 & -6 & 2 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 0 & -3 & 5 \end{pmatrix}$.

2) Решить систему уравнений
$$\begin{cases} -6x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3 \\ 9x_1 + x_2 - 2x_3 = 3 \\ -x_1 + 9x_2 - x_3 = -4 \end{cases}$$
 методом обратной матрицы. Определитель вычислять разложением по строке или столбцу.

3) Вычислить определитель приведением к треугольному виду
$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 5 \\ 2 & 4 & -1 & 9 \\ -4 & 1 & -2 & 8 \\ 0 & 3 & -3 & 5 \end{vmatrix}.$$

4) Найти фундаментальную систему решений:
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 0 \\ x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 = 0 \end{cases}.$$

Билет 2

1) Найти $(5A - B) \cdot C^T$, если $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 3 \\ 3 & -1 & 5 \\ -7 & 3 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -4 \\ 5 & 3 & 7 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -11 & 4 & -1 \\ 7 & 5 & -7 \end{pmatrix}$.

2) Найти обратную матрицу методом элементарных преобразований и сделать проверку
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -1 & -3 \end{pmatrix}.$$

3) Вычислить определитель приведением к треугольному виду

$$\begin{vmatrix} 2 & 6 & -4 & 8 \\ -4 & 14 & 10 & 24 \\ 0 & 2 & 2 & -4 \\ 0 & 5 & 5 & 5 \end{vmatrix}.$$

4) Решить систему
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 7 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = -7 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 9 \end{cases}$$
 методом Жордана-Гаусса.

Билет 3

1) Найти $P(A) = A^2 - 9A^{-1} - 2|A|E$, если $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

2) Решить систему
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 7 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0 \\ 2x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$
 методом Крамера. Определители вычислять разложением по строке или столбцу.

3) Вычислить определитель приведением к треугольному виду

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -5 \end{vmatrix}.$$

4) Исследовать систему
$$\begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 4 \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8 \end{cases}$$
 на совместность. В случае совместности решить ее методом Гаусса.

Билет 4

1) Найти $f(A)$, если: $f(A) = A^2 + 3A^{-1} - 5|A|E$, $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \\ 2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$.

2) Решить систему методом Гаусса
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 20 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 3 \\ 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 = -8 \end{cases}.$$

3) Вычислить определитель приведением к треугольному виду

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & 5 \end{vmatrix}.$$

4) Найти фундаментальную систему решений:
$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 3x_3 + x_4 + 2x_5 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + 5x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 4x_4 - 3x_5 = 0 \end{cases}.$$

Раздел 5 Элементы аналитической геометрии. Комплексные числа.

Вариант 1.

1. Дан ΔABC : $A(8;-1)$, $B(-8;11)$, $C(-1;-13)$. Найти уравнение стороны BC и высоты AD . Сделать точный чертеж.
2. Определить, при каких значениях l и m плоскости $2x+ly+3z-5=0$ и $mx-6y-6z=0$ параллельны.
3. Составить уравнение линии, каждая точка которой равноудалена от точки $F(-1;-2)$ и от прямой $x=-5$. Сделать чертеж.
4. Представить в алгебраической форме $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3$.

Вариант 2.

1. Составить канонические уравнения прямой:
$$\begin{cases} x-2y+3z+4=0, \\ 3x+2y-5z-4=0. \end{cases}$$
2. При каком значении m плоскости $2x+3y-5z+4=0$ и $x-2y+mz-3=0$ перпендикулярны?
3. Составить уравнение линии, для каждой точки которой отношение ее расстояний до точки $F(2;0)$ и до прямой $y=4$ равно $1/2$. Сделать чертеж.
4. Вычислить $\sqrt{-i}$.

Вариант 3.

1. Даны прямые $l_1: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-4}{0}$ и $l_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{5}$. Найти угол между прямыми l_1 и l_2 , точку пересечения прямых.
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через три точки: $A(-1;0;2)$, $B(2;3;1)$, $C(-4;2;1)$.
3. Составить уравнение линии, для каждой точки которой отношение ее расстояний до точки $F(7;0)$ и до прямой $x=3$ равно 2. Сделать чертеж.
4. Решить уравнение $x^2 - 6x + 16 = 0$.

Вариант 4.

1. Дан ΔABC : $A(10;-4)$, $B(-6;8)$, $C(1;-16)$. Найти уравнение и длину медианы CM . Сделать точный чертеж.
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1;-2;-3)$ параллельно плоскости Oyz .
3. Даны фокус параболы $F(-7;0)$ и уравнение директрисы $x-7=0$. Записать уравнение параболы.
4. Вычислить $(1+i)^{12}$ и представить в алгебраической форме.

Вариант 5.

1. Дан ΔABC : $A(9;0)$, $B(-3;-5)$, $C(2;4)$. Найти уравнение прямой, проходящей через вершину B параллельно прямой CD . Сделать точный чертеж.
2. Написать уравнения прямой, проходящей через точку $M(-2;-1;2)$ перпендикулярно плоскости $x-3y+2z-2=0$.
3. Составить каноническое уравнение гиперболы, если расстояние между фокусами равно 10 и действительная ось равна 8.
4. Найти все корни уравнения $z^3 - i + 1 = 0$.

Вариант 6.

1. Дан ΔABC : $A(1;-1)$, $B(7;2)$, $C(4;5)$. Найти внутренний угол A и уравнение стороны AB . Сделать точный чертеж.
2. При каком значении m прямая $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{-1}$ лежит в плоскости $x+4y+6z+m=0$?
3. Даны фокус параболы $F(0;-2)$ и уравнение директрисы $y-2=0$. Записать каноническое уравнение параболы.
4. Упростить выражение $\left(\frac{2-7i}{-14-4i}\right)^{-4}$.

Критерии оценки выполнения контрольных работ

Критерии оценки (в баллах):

- 5 баллов выставляется студенту, если правильно выполнено 90-100% заданий;
- 4 балла, если правильно выполнено 70-90% заданий;
- 3 балла, если правильно выполнено 50-70% заданий;
- 2 балла, если правильно выполнены задания менее 50%

Примерный перечень вопросов для собеседования по дисциплине «Линейная алгебра»

РАЗДЕЛ 1 Матрицы и определители

Тема 1.1. «Элементы матричной алгебры»

1. Что называется матрицей?
2. В каком случае две матрицы называются равными?
3. Перечислите свойства операции сложения матриц?
4. Перечислите свойства операции умножения матриц?
5. Что такое транспонирование матриц?
6. Какая матрица называется ступенчатой?
7. Перечислите элементарные преобразования строк матрицы.
8. Дайте определение невырожденной матрицы.

Тема 1.2 «Определители»

9. Какие способы вычисления определителей вы знаете?

10. Сформулируйте критерий невырожденности матрицы в терминах определителя.
11. Чему равен определитель, содержащий две пропорциональные строки?
12. Что вы можете сказать об определителях взаимобратных матриц?
13. Чему равен определитель произведения матриц?

Тема 1.3 «Ранг матрицы. Обратная матрица»

14. Дайте определение ранга матрицы.
15. Какие матрицы называются строчно-эквивалентными?
16. Чему равен ранг ступенчатой матрицы?
17. Какие методы вычисления ранга вы знаете?
18. Какая матрица называется обратной данной и в каком случае она существует?
19. Перечислите свойства обратной матрицы.
20. Какие методы поиска обратной матрицы вы знаете?

РАЗДЕЛ 2 Системы линейных алгебраических уравнений

Тема 2.1 «Основные понятия. Квадратные СЛАУ»

21. Дайте определение решения СЛАУ. Определите понятия «совместные и несовместные, определенные и неопределенные СЛАУ».
22. Выстройте последовательность этапов решения квадратных СЛАУ методом обратной матрицы.
23. Выстройте последовательность этапов решения квадратных СЛАУ методом Крамера.
24. Назовите основные этапы решения квадратных СЛАУ методом Гаусса.
25. В чем особенность решения квадратных СЛАУ методом Жордана-Гаусса по сравнению с методом Гаусса?
26. Какой вид имеют формулы Крамера? В каком случае их можно применять?
27. Сформулируйте условие, при котором квадратная СЛАУ имеет единственное решение.
28. Запишите квадратную систему в общем виде.
29. Запишите квадратную систему в матричной форме.

Тема 2.2. «Прямоугольные СЛАУ. Метод Гаусса»

30. Сформулируйте теорему Кронекера-Капелли.
31. В чем суть метода Гаусса применительно к решению прямоугольных СЛАУ?
32. Сформулируйте в терминах рангов условие несовместности СЛАУ.
33. Сформулируйте в терминах рангов условие неопределенности СЛАУ.
34. Сформулируйте в терминах рангов условие определенности СЛАУ.
35. Дайте определение общего и частного решения СЛАУ.
36. Какие переменные прямоугольной системы могут быть выбраны в качестве главных (базисных)?
37. Чему равно число свободных переменных?

Тема 2.3. «Однородные СЛАУ»

38. Какая СЛАУ называется однородной?
39. При каком условии однородная СЛАУ имеет нетривиальное решение?
40. Какие решения однородной СЛАУ называются фундаментальными?

41. Как определить фундаментальные решения?

РАЗДЕЛ 3 Элементы векторной алгебры

Тема 3.1. «Геометрические векторы на плоскости и в пространстве»

42. Дайте определение вектора.

43. Как определяется сумма и разность двух векторов?

44. Дайте определение коллинеарных и компланарных векторов.

45. Дайте определение проекции вектора на ось.

46. Что называется углом между векторами?

Тема 3.2. «Аффинная система координат»

47. Что такое базис? Приведите пример базиса на плоскости.

48. Как выглядит разложение вектора по базису на плоскости и в пространстве? Что такое координаты вектора?

49. Зависят ли координаты вектора от выбора базиса?

50. Как определяются декартовы координаты точки на плоскости?

51. Чем отличаются координаты двух точек, симметричных относительно: а) оси Ox ; б) оси Oy ; в) начала координат?

52. Напишите формулы для координат середины отрезка через координаты его концов.

53. Как вычислить расстояние между двумя точками?

54. Как связаны координаты двух коллинеарных векторов?

55. Как найти координаты вектора, заданного координатами точек – начала и конца этого вектора?

Тема 3.3. «Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов»

56. Дайте определение скалярного произведения двух ненулевых векторов. Приведите пример.

57. Каковы свойства скалярного произведения векторов?

58. Как найти угол между двумя векторами, заданными своими координатами? Как найти длину вектора по его координатам?

59. Каково условие ортогональности двух векторов?

60. Чему равен модуль векторного произведения двух ненулевых векторов?

61. Когда векторное произведение двух векторов равно нулю?

62. Как найти вектор, перпендикулярный двум данным векторам?

63. Как найти площадь треугольника, построенного на двух векторах?

64. Как найти объем пирамиды с вершинами в заданных точках?

65. Чему равно смешанное произведение трех некомпланарных ненулевых векторов?

66. Когда смешанное произведение трех векторов равно нулю?

67. Как выглядит условие компланарности трех векторов?

РАЗДЕЛ 4 Линейные пространства.

Тема 4.1 «Базис и размерность линейного пространства»

68. Дайте определение линейного пространства.
69. В каком случае линейное пространство имеет размерность равную n ?
70. Сколько линейно независимых векторов в n -мерном линейном пространстве?
71. Сколькими способами можно разложить произвольный вектор в заданном базисе?
72. Дайте определение базиса линейного пространства.
73. Сформулируйте геометрический смысл линейной зависимости системы векторов.
74. Дайте определение подпространства линейного пространства. Приведите примеры.
75. Сколько может быть базисов в конечномерном линейном пространстве? Ответ обосновать.
76. Как выражаются координаты вектора в новом базисе через координаты этого вектора в первоначальном базисе?

Тема 4.2 «Примеры линейных пространств»

77. Приведите пример стандартного базиса в \mathbb{R}^n .
78. Чему равна размерность пространства многочленов степени не выше n ? Приведите пример базиса в этом пространстве.
79. Чему равна размерность пространства решений однородной СЛАУ? Что является базисом в этом пространстве?
80. Чему равна размерность пространства матриц размерности $m \times n$? Приведите пример базиса.
81. Что является базисом в пространстве геометрических векторов на плоскости?
82. Какова размерность пространства геометрических векторов в пространстве? Приведите пример базиса.

РАЗДЕЛ 5 Элементы аналитической геометрии. Комплексные числа.

Тема 5.1 «Прямая и плоскость»

83. Дайте определение уравнения линии на плоскости.
84. Как найти координаты точки пересечения двух линий на плоскости, заданных своими уравнениями?
85. Чем отличается уравнение прямой на плоскости в декартовых координатах от уравнения других линий на плоскости?
86. Напишите формулу для вычисления угла между двумя прямыми на плоскости.
87. Как выглядит условие параллельности и перпендикулярности двух прямых на плоскости?
88. Напишите уравнение прямой на плоскости, проходящей: а) через заданную точку в заданном направлении; б) через две заданные точки.
89. Как написать уравнение медианы, высоты в треугольнике на плоскости, если известны координаты его вершин?
90. Как выглядит уравнение плоскости, проходящей: а) через заданную точку с заданным нормальным вектором; б) через три заданные точки?
91. Напишите формулу для вычисления угла между двумя плоскостями.

92. Какие Вы знаете виды уравнений прямой в пространстве?
93. Как выглядит формула для отыскания угла между двумя прямыми в пространстве?
94. Как найти координаты точки пересечения плоскости и прямой?
95. Как найти расстояние от заданной точки до заданной плоскости?
96. Как найти угол между плоскостью и прямой?

Тема 5.2 «Кривые второго порядка»

97. Сформулируйте определения эллипса, гиперболы, параболы. Каковы канонические уравнения этих линий?
98. Что называется эксцентриситетом эллипса и гиперболы и какие значения он может иметь для каждой из этих линий?
99. Чему равны координаты фокуса параболы $x^2 = 2py$?

Тема 5.3 «Комплексные числа и действия над ними»

100. Дайте определение комплексного числа. Приведите пример двух комплексно сопряженных чисел.
101. Изобразите на комплексной плоскости числа $z_1 = 2 - i$, $z_2 = 1 + i$ и $z_1 \cdot z_2$.
102. Дайте определение модуля и аргумента комплексного числа $z = a + ib$.
103. Напишите различные формы записи комплексных чисел и приведите примеры.
104. Напишите формулу Муавра и приведите пример ее применения.
105. Сколько существует корней n -ой степени из комплексного числа z ?

Критерии оценки (в баллах):

- 5 баллов выставляется обучающемуся, если он ответил на 90% вопросов;
- 4 балла выставляется обучающемуся, если он ответил на 75% вопросов;
- 3 балла выставляется обучающемуся, если он ответил на 55% вопросов;
- 2 балла выставляется обучающемуся, если он ответил на менее 50% вопросов.

**Список вопросов для подготовки к экзамену
по дисциплине Линейная алгебра**

1. Матрицы, операции над ними.
2. Определители квадратных матриц, способы вычисления.
3. Свойства определителей.
4. Обратная матрица.
5. Ранг матрицы.
6. Системы линейных уравнений, основные понятия и определения.
7. Система n линейных уравнений с n переменными. Метод Крамера.
8. Система n линейных уравнений с n переменными. Метод обратной матрицы.
9. Метод Гаусса.
10. Система m линейных уравнений с n переменными. Теорема Кронекера-Капелли.
11. Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений.
12. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики.
13. Векторы на плоскости и в пространстве. Линейные операции над ними.
14. Скалярное произведение векторов.
15. N -мерный вектор и векторное пространство.
16. Линейная зависимость и независимость векторов линейного пространства.
17. Размерность и базис линейного пространства.
18. Переход к новому базису.
19. Прямая на плоскости. Виды уравнений прямой.
20. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
21. Окружность и эллипс.
22. Гипербола.
23. Парабола.
24. Плоскость в пространстве. Взаимное расположение двух плоскостей.
25. Прямая в пространстве. Взаимное расположение двух прямых.
26. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.

| | | |
|---|--|--|
| НГАУ Факультет ЭиУ Направления подготовки: 38.03.01 38.03.02 38.03.03 38.03.04 | ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №1 по дисциплине «Линейная алгебра» (1 семестр) | Утверждаю: зав. кафедрой МиФ _____ Бабин В.Н. Экзаменатор _____ Тарсис Е.Ю. |
|---|--|--|

1. Комплексные числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.
2. Найти произведение матриц $A \cdot B$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -2 & 3 & 2 \\ -1 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Решить систему методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 2 \\ 7x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 5 \\ 13x_1 + 9x_2 + 6x_3 - 8x_4 = 13 \end{cases}.$$

4. На плоскости заданы векторы $\vec{e}_1(-1;2)$, $\vec{e}_2(2;1)$ и $\vec{a}(0;-2)$. Убедиться, что \vec{e}_1 и \vec{e}_2 образуют базис. Найти разложение вектора \vec{a} по базису \vec{e}_1, \vec{e}_2 .
5. Найти длину стороны AB и уравнение медианы CM в $\triangle ABC$, $A(9;3)$; $B(2;-2)$; $C(11;-3)$.

Экзаменационный билет, как правило, включает один теоретический вопрос (задание) и 4 практических. Число контрольных заданий в письменной работе зависит от специфики дисциплины, определяется кафедрой и перечнем компетенций, выносимых на промежуточную аттестацию.

Критерии оценки на экзамене:

- **«отлично»** имеет четкое представление о современных методах и методиках которые применяются в рамках изучаемой дисциплины; свободно и правильно оперирует предметной и методической терминологией; свободно владеет вопросами экзаменационного билета; подтверждает теоретические знания практическими примерами; дает развернутые ответы на задаваемые дополнительные вопросы; имеет собственные суждения о решении теоретических и практических вопросов, связанных с профессиональной деятельностью.

- **«хорошо»** имеет представление о современных методах, методиках, применяемых в рамках изучаемой дисциплины; знает предметную и методическую терминологию дисциплины; излагает ответы на вопросы экзаменационного билета, ориентируясь на написанное им в экзаменационном листе; подтверждает теоретические знания отдельными практическими примерами; дает ответы на задаваемые дополнительные вопросы.

- **«удовлетворительно»** имеет посредственное представление о современных методах, методиках, применяемых в рамках изучаемой дисциплины; правильно

оперирует основными понятиями; отвечает на вопросы экзаменационного билета, главным образом, зачитывая написанное в экзаменационном листе; излагает, главным образом, теоретические знания по вопросам экзаменационного билета; не во всех случаях находит правильные ответы на задаваемые дополнительные вопросы.

- **«неудовлетворительно»** не имеет представления о современных методах, методиках, применяемых в рамках изучаемой дисциплины; не во всех случаях правильно оперирует основными понятиями; отвечает на экзаменационные вопросы, зачитывая их с текста экзаменационного листа; экзаменационные вопросы излагает не в полной мере; не отвечает на дополнительные вопросы.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

Задания для оценки сформированности компетенции ОК-7:

Задание 1. При умножении матрицы A на матрицу B справа должно соблюдаться условие:

- а) число строк матрицы A равно числу строк матрицы B
- б) число столбцов матрицы A равно числу столбцов матрицы B
- в) если матрицы A и B прямоугольные, то они должны быть одинакового размера
- г) число столбцов матрицы A равно числу строк матрицы B

Ответ: г

Задание 2. При замене некоторой строки невырожденной квадратной матрицы на сумму этой строки и какой-то другой ее строки, умноженной на число α , ее определитель:

- а) поменяет знак
- б) умножится на число α
- в) станет равным нулю
- г) не изменится

Ответ: г

Задание 3. Базисный минор матрицы, это:

- а) любой ненулевой минор этой матрицы
- б) ненулевой минор матрицы, максимального порядка
- в) любой нулевой минор этой матрицы
- г) минор минимального порядка, отличный от нуля

Ответ: б

Задание 4. Базисные строки и столбцы матрицы:

- а) линейно зависимые
- б) пропорциональные
- в) линейно независимые
- г) нулевые

Ответ: в

Задание 5. Система линейных алгебраических уравнений называется определенной, если она:

- а) имеет бесчисленное множество решений
- б) не имеет решений
- в) имеет только одно решение (единственное решение)
- г) имеет нулевое и ненулевое решение

Ответ: в

Задание 6. Известно, что матрица системы – квадратная матрица n -го порядка и ее определитель не равен нулю. Выберите верное утверждение.

- а) система не имеет решений
- б) система имеет ровно n решений
- в) система имеет единственное решение
- г) система имеет бесчисленное множество решений

Ответ: в

Задание 7. Найти матрицу $C = A^T - 3B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

Ответ:

Задание 8. Найти определитель матрицы: $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{vmatrix}$.

Ответ:

Задание 9. Расположить матрицы в порядке убывания их рангов: 1) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 6 & 1 \\ 5 & 7 & 9 & 2 \end{pmatrix}$; 2)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$3) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & -2 & -3 & -4 \end{pmatrix}; 4) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ответ:

Задание 10. Укажите базисный минор матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 0 & 4 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, если $Rg \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 0 & 4 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} = 3$.

Ответ:

Задание 11. При каких значениях λ матрица A не имеет обратной: $A = \begin{pmatrix} \lambda & 4 & 1 \\ 2 & 5 & -1 \\ 0 & \lambda & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ:

Задание 12. По формулам Крамера решить систему $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = -1 \\ -3x_1 + x_3 = -2 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$. В ответе указать x_1, x_2, Δ_3 .

Ответ:

Задания для оценки сформированности компетенции ОПК-3:

Задание 1. Указать матрицу, ранг которой равен трем.

а) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

б) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \\ \text{в)} & \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & 5 & 5 & -1 \end{pmatrix} \\ \text{г)} & \end{aligned}$$

Ответ: г

Задание 2. Общее решение системы имеет вид $X = \left(\frac{-9C_1 + 16C_2}{4} \mid \right) (C_1 \mid) \left(\frac{7C_1 + 20C_2}{4} \mid \right)$.

Выберите вариант, являющийся фундаментальной системой решений:

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad \vec{e}_1 &= \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \text{б)} \quad \vec{e}_1 &= \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{e}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \text{в)} \quad \vec{e}_1 &= \begin{pmatrix} -9 \\ 4 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 16 \\ 0 \\ 20 \\ 4 \end{pmatrix} \\ \text{г)} \quad \vec{e}_1 &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Ответ: в

Задание 3. Пусть $\vec{h} = \begin{pmatrix} -2 \\ 11 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ некоторое решение неоднородной системы, а $\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$,

$\vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ фундаментальная система решений соответствующей однородной системы.

Тогда общее решение неоднородной системы X имеет вид:

$$\text{а)} \quad X = \begin{pmatrix} C_1 - 2 \\ C_2 + 11 \\ C_3 \\ C_3 \end{pmatrix}$$

$$\text{б) } X = \begin{pmatrix} c_1 - 2c_3 \\ c_2 + 11c_3 \\ c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$$

$$\text{в) } X = \begin{pmatrix} -2c_1 \\ 11c_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{г) } X = \begin{pmatrix} c_1 + c_2 - 2 \\ c_1 + 11 \\ c_3 \\ c_2 + c_3 \end{pmatrix}$$

Ответ: г

Задание 4. Векторы $\vec{a}(1;3;2)$, $\vec{b}(4;5;6)$, $\vec{c}(1;1;3)$.

- а) коллинеарные;
- б) компланарные;
- в) некомпланарные;
- г) попарно ортогональные

Ответ: в

Задание 5. Разложить определитель $\det A = \begin{vmatrix} a & b & c \\ -1 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ по первой строке.

Ответ:

Задание 6. Указать координаты вектора $X = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ в базисе $E = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ:

Задание 7. Чему равна сумма координат вектора \vec{a} , если вектор \vec{a} со-направлен вектору $\vec{b}(0,-3,5)$ и $|\vec{a}| = \sqrt{136}$?

Ответ:

Задание 8. Найти скалярное произведение $(2\vec{a} - \vec{b}) \cdot (3\vec{a} + 4\vec{b})$, если $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$ и угол между \vec{a} и \vec{b} равен $\frac{\pi}{3}$.

Ответ:

Задания для оценки сформированности компетенции ОПК-4:

Задание 1. Элемент a_{ij}^{-1} обратной матрицы A^{-1} (если она существует) вычисляется по формуле:

- а) $\frac{1}{\det A}(-1)^{i+j} M_{ji}$, где M_{ji} – минор элемента a_{ji} матрицы A
- б) $\frac{1}{\det A} M_{ji}$, где M_{ji} – минор элемента a_{ji} матрицы A
- в) $\frac{1}{\det A}(-1)^{i+j} M_{ij}$, где M_{ij} – минор элемента a_{ij} матрицы A
- г) $\det A \cdot (-1)^{i+j} M_{ji}$, где M_{ji} – минор элемента a_{ji} матрицы A

Ответ: а

Задание 2. Известно, что система линейных алгебраических уравнений имеет невырожденную матрицу. Выберите верное утверждение.

- а) систему нельзя решить методом обратной матрицы
- б) система не имеет решения
- в) систему можно решить методом обратной матрицы, и она имеет бесчисленное множество решений
- г) систему можно решить методом обратной матрицы и это будет единственное решение

Ответ: г

Задание 3. Элементарные преобразования над расширенной матрицей системы выполняются в соответствии с методом:

- а) Гаусса
- б) Крамера
- в) Кронекера
- г) Раусса

Ответ: а

Задание 4. Система векторов линейного пространства называется линейно независимой, если:

- а) один из векторов нулевой
- б) все векторы системы компланарны
- в) их линейная комбинация равна нулю
- г) только тривиальная линейная комбинация этих векторов равна нулевому вектору

Ответ: г

Задание 5. Найти фундаментальную систему решений системы уравнений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 - 2x_5 = 0 \end{cases} \quad (\text{в ответе указать число решений}).$$

Ответ:

Задание 6. Найти $\cos(\vec{a}, \vec{b})$, если $\vec{a}(-2; -3; 2)$, $\vec{b}(2; 2; -3)$.

Ответ:

Задание 7. Найти α , если вектор $\vec{b}(7; 3; \alpha)$ ортогонален вектору $\vec{c}(3; \alpha; -6)$.

Ответ:

Задание 8. Дана функция $y = \sqrt{6x - x^2} + \ln(x - 3)$.

Критерии оценки результатов:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если он отвечает верно на 80-100% вопросов.
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если он отвечает верно на 70-79% вопросов.
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он отвечает верно на 60-69% вопросов.
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не освоил материал темы, дает менее 60% правильных ответов.

МАТРИЦА СООТВЕТСТВИЯ КРИТЕРИЕВ ОЦЕНКИ УРОВНЮ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

| Критерии оценки | Уровень сформированности компетенций |
|--|--------------------------------------|
| Оценка по пятибалльной системе | |
| «Отлично» | «Высокий уровень» |
| «Хорошо» | «Повышенный уровень» |
| «Удовлетворительно» | «Пороговый уровень» |
| «Неудовлетворительно» | «Не достаточный» |
| Оценка по системе «зачет – незачет» | |
| «Зачтено» | «Достаточный» |
| «Не зачтено» | «Не достаточный» |

Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

1. Положение «О балльно-рейтинговой системе аттестации студентов»: СМК ПНД 08-01-2022, введено приказом от 28.09.2011 №371-О (<http://nsau.edu.ru/file/403>: режим доступа свободный);

2. Положение «О проведении текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся в ФГБОУ ВО Новосибирский ГАУ»: СМК ПНД 77-01-2022, введено в действие приказом от 03.08.2015 №268а-О (<http://nsau.edu.ru/file/104821>: режим доступа свободный).