

ФГБОУ ВО Новосибирский ГАУ  
ИНЖЕНЕРНЫЙ ИНСТИТУТ

# **МЕХАНИКА**

## **Ч.1. Теоретическая механика**

### **Задания и методические указания по выполнению контрольной работы**

по направлению подготовки:  
20.03.02 Природообустройство и водопользование

Новосибирск 2022

Кафедра теоретической и прикладной механики

*Составитель: Л.Н. Ишутина*

*Рецензент:*

**Механика. Ч.1 «Теоретическая механика»:** Задания и методические указания по выполнению контрольной работы/ Новосиб. гос. аграр. ун-т; сост. Л.Н. Ишутина. – Новосибирск, 2022. – 31 с.

Содержатся задания, необходимые формулы для расчётов и справочные данные для выполнения контрольной работы. Предназначены для студентов очного отделения Агрономического факультета по направлению подготовки: 20.03.02 Природообустройство и водопользование

Утверждены и рекомендованы к изданию методическим советом Инженерного института (протокол № 11 от 28 июня 2022г. ).

## **ВВЕДЕНИЕ**

**Теоретическая механика** – наука о наиболее общих законах механического движения и равновесия материальных объектов. Теоретическая механика является основой для изучения последующих разделов предмета: сопротивления материалов и деталей машин.

Одновременно с изучением курса механики, с целью закрепления полученных знаний и приобретения практических навыков в решении задач, использовании справочной литературы, стандартов и т.п. студент выполняет контрольную работу. Работа включает три задачи по изучаемым темам.

Исходные данные принимаются в зависимости от номера варианта по списку (или выдаются преподавателем).

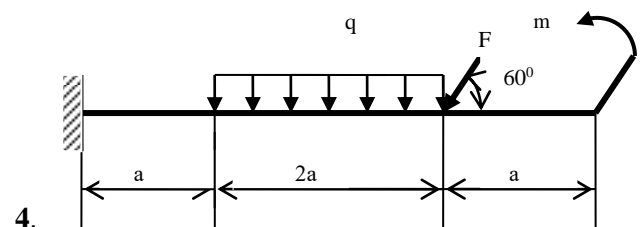
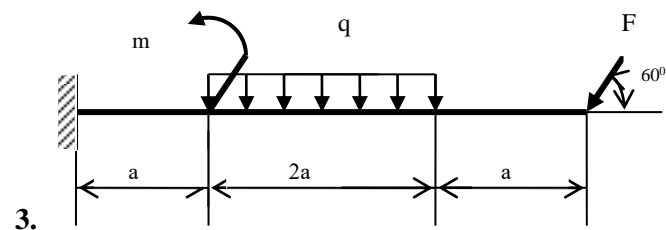
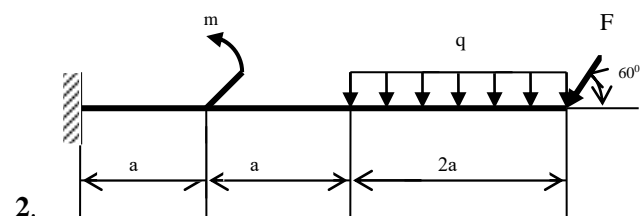
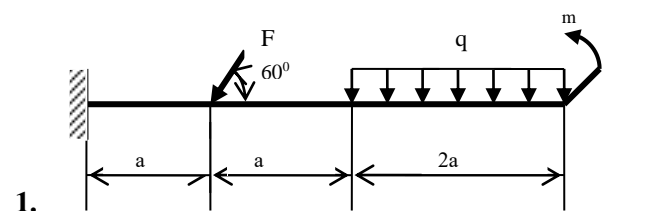
### Задача 1. Тема: «Определение реакций связей»

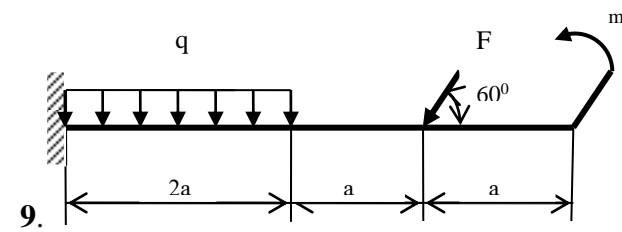
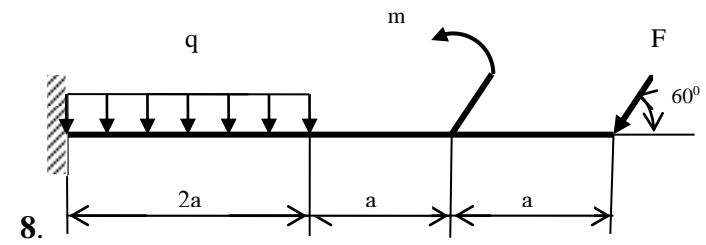
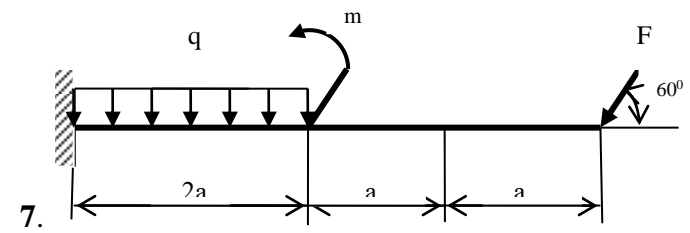
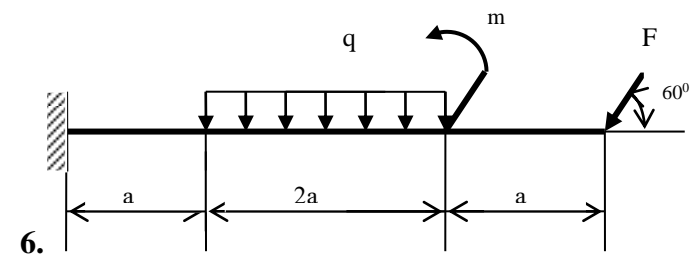
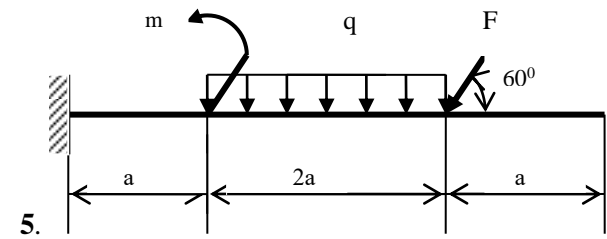
а) Горизонтальный стержень жестко зашпемлен одним концом.

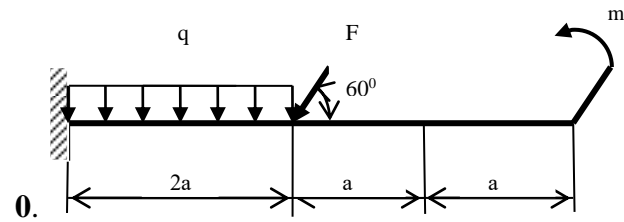
Определить величины реакций в заделке. Провести проверку правильности решения.

Исходные данные:  $F = 10 \text{ кН}$ ,  $q = 10 \text{ кН/м}$ ,  $m = 10 \text{ кН*м}$ ,  $a = 0,2 \text{ м}$ .

Номер схемы соответствует последней цифре зачётной книжки.



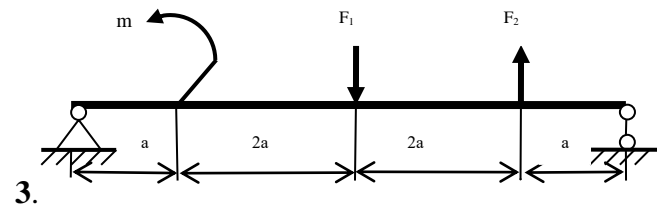
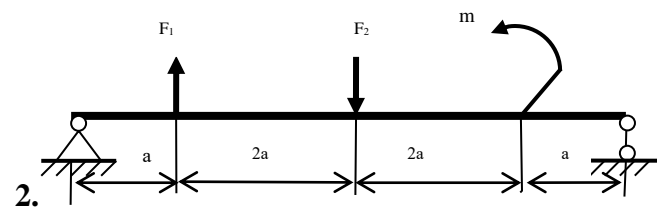
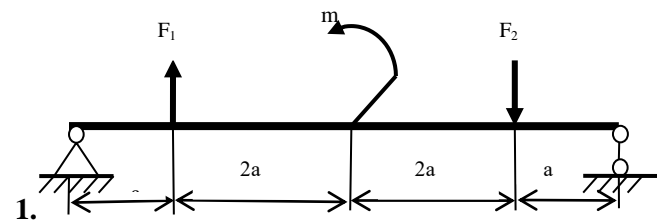


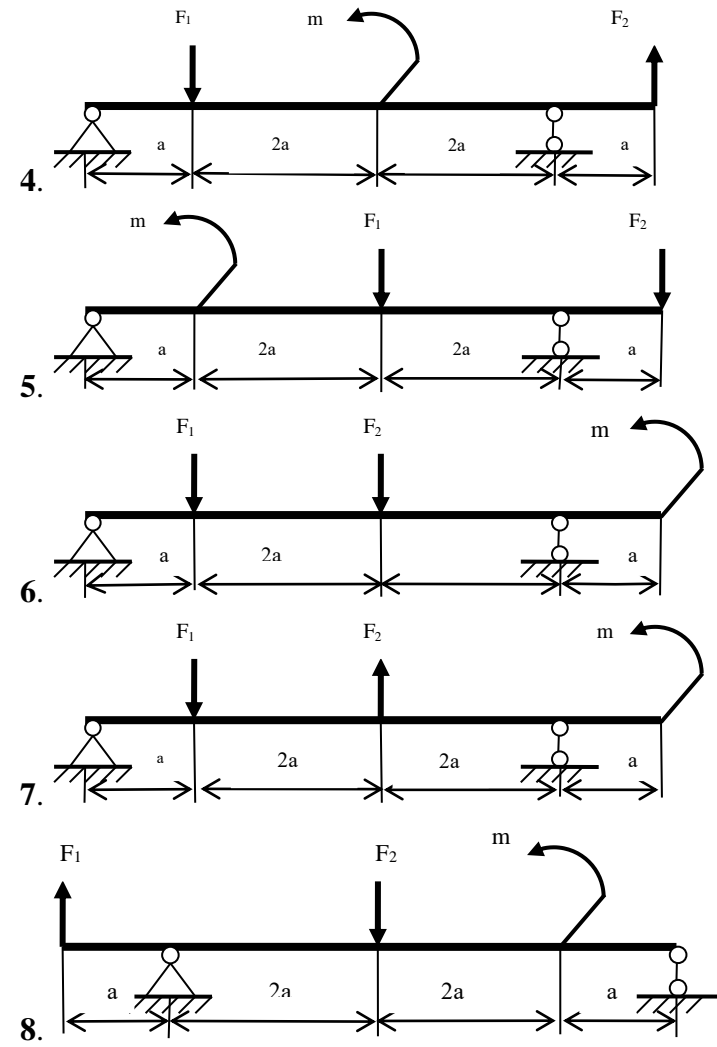


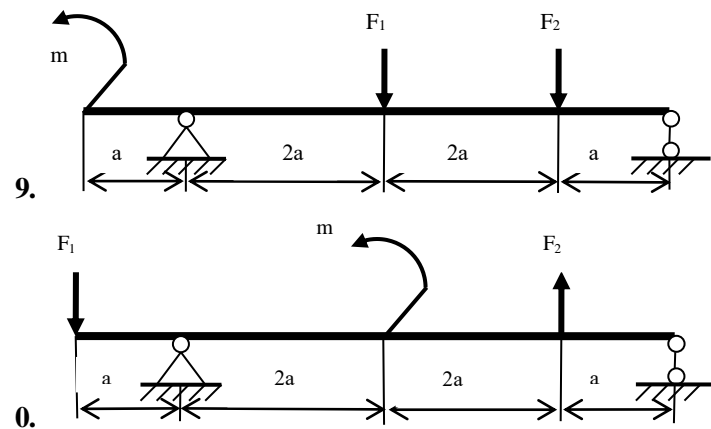
б) Определить реакции опор в балке.

Данные для расчета:  $F_1 = 10 \text{ кН}$ ,  $F_2 = 6 \text{ кН}$ ,  $m = 10 \text{ кН*м}$ ,  $a = 0,2 \text{ м}$ .

Номер схемы соответствует последней цифре зачётной книжки.

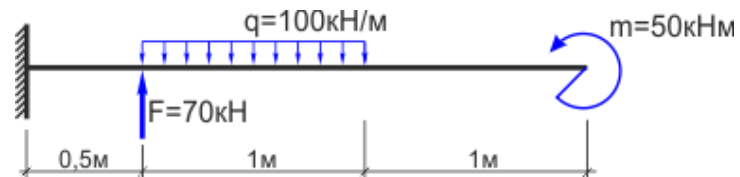






### Пример расчёта определения реакций в заделке балки

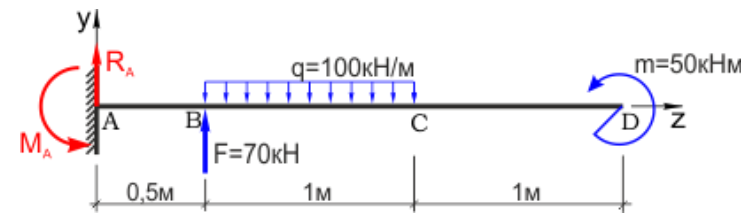
Консольная балка, нагружена сосредоточенными силой  $F$  и моментом  $m$ , а также равномерно распределенной нагрузкой  $q$ . Определить величину и направление опорных реакций в заделке.



В данном случае имеет место случай плоского поперечного изгиба, поэтому реакции, очевидно, также будут располагаться исключительно в плоскости чертежа.

Для удобства обозначим характерные сечения балки точками А, В, С и D и установим систему координат с началом в т. А





Как известно заделка препятствует одновременно перемещению и вращению балки, поэтому в закреплении возникнут сила  $R$  и момент  $M$ .

Не зная истинного направления, направим их произвольно, например: реакцию  $R$  направим вверх, а опорный момент  $M$  против хода часовой стрелки

Для определения неизвестных усилий запишем уравнения равновесия системы (уравнения статики):

$$\sum F(y) = 0 = R_A + F - q \cdot 1$$

$$\sum m(A) = 0 = M_A + F \cdot 0,5 - q \cdot 1 \cdot \left(\frac{1}{2} + 0,5\right) + m$$

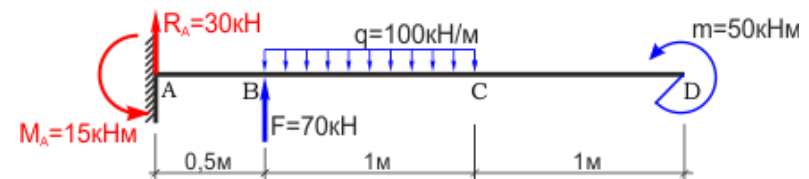
из первого уравнения определяем опорную силу

$$R_A = q \cdot 1 - F = 100 \cdot 1 - 70 = 30 \text{ кН}$$

из второго — момент в заделке

$$M_A = q \cdot 1 \cdot 1 - 0,5F - m = 100 - 0,5 \cdot 70 - 50 = 15 \text{ кНм}$$

Положительный знак найденных реакций показывает, что произвольно выбранное их направление оказалось правильным.



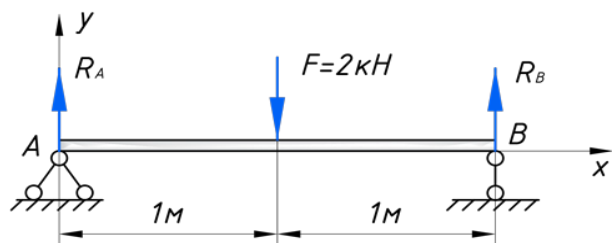
В качестве проверки полученных данных запишем уравнение суммы моментов относительно любой другой точки балки, например точки D:

$$\sum m(D) = M_A - R_A \cdot 2,5 - F \cdot 2 + q \cdot 1 \cdot \left(\frac{1}{2} + 1\right) + m = 15 - 30 \cdot 2,5 - 70 \cdot 2 + 100 \cdot 1,5 + 50 = 0$$

Ноль говорит о том, что опорные реакции определены верно.

### Пример расчёта определения реакций опор балки

Возьмем балку на двух опорах, длиной 2 метра. Загрузим ее, посередине пролета, сосредоточенной силой:



Для этой расчетной схемы, выгодно записать такое условие равновесия:

$$\sum M_A = 0$$

$$\sum M_B = 0$$

$$\sum Y = 0$$

То есть, будем составлять две суммы моментов относительно опорных точек, из которых можно сразу выразить реакции в опорах. В шарнирно-неподвижной опоре горизонтальная реакция будет равна нулю, ввиду того, что горизонтальные силы отсутствуют. Последним уравнением, взяв сумму проекций на вертикальную ось, сможем про-

верить правильность нахождения опорных реакций, это сумма должна быть равна нулю.

Введем систему координат, пусть ось  $x$  вдоль балки, а ось  $y$  вертикально. Обозначим реакции в опорах как  $R_A$  и  $R_B$ :

Запишем уравнение моментов, относительно точки  $A$ . Сила  $F$  поворачивает ПО часовой стрелки, записываем ее со знаком МИНУС и умножаем на плечо. Сила  $R_B$  поворачивает ПРОТИВ часовой стрелки, пишем ее со знаком ПЛЮС и умножаем на плечо. Все это приравняем к нулю:

$$\sum M_A = -F \cdot 1 + R_B \cdot 2 = 0$$

Из полученного уравнения выражаем реакцию  $R_B$ .

$$R_B = \frac{F \cdot 1}{2} = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1 \text{ кН}$$

Первая реакция найдена! Вторая реакция находится аналогично, только теперь уравнение моментов записываем относительно другой точки:

$$\sum M_B = F \cdot 1 - R_A \cdot 2 = 0$$

$$R_A = \frac{F \cdot 1}{2} = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1 \text{ кН}$$

После нахождения реакций, делаем проверку:

$$\sum Y = R_A + R_B - F = 0$$

$$1 + 1 - 2 = 0$$

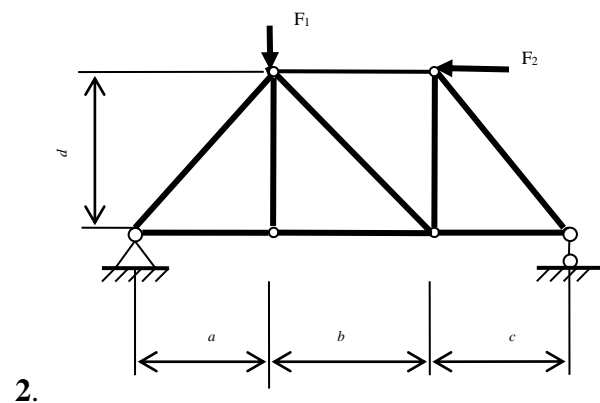
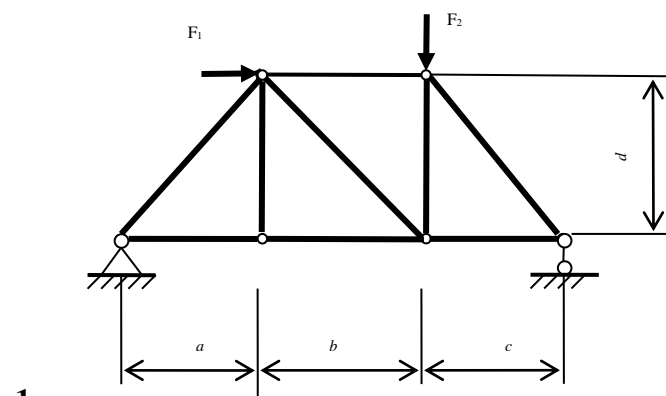
## Задача №2. Тема: «Определение усилий в стержнях фермы»

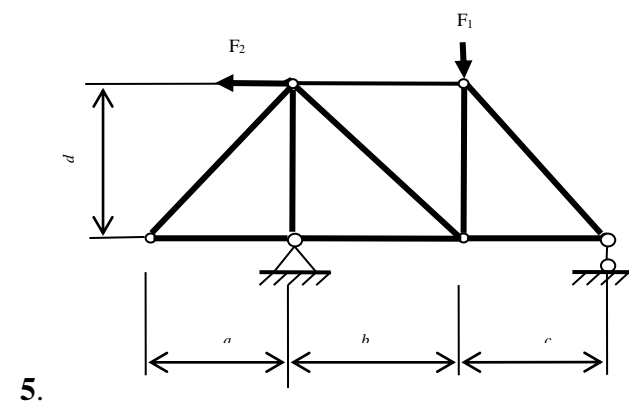
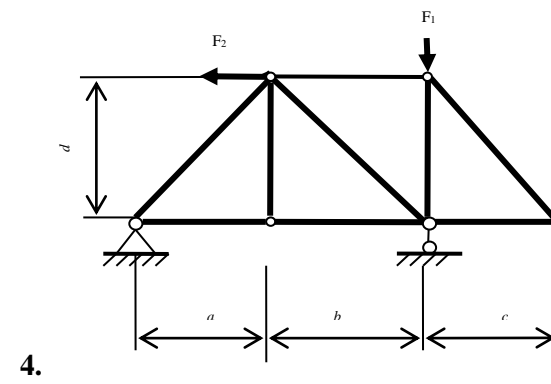
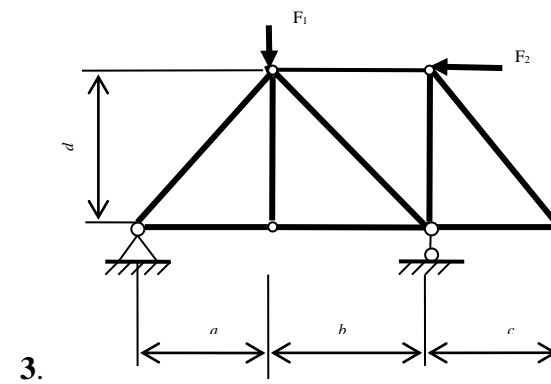
Определить усилия в стержнях фермы.

Исходные данные:

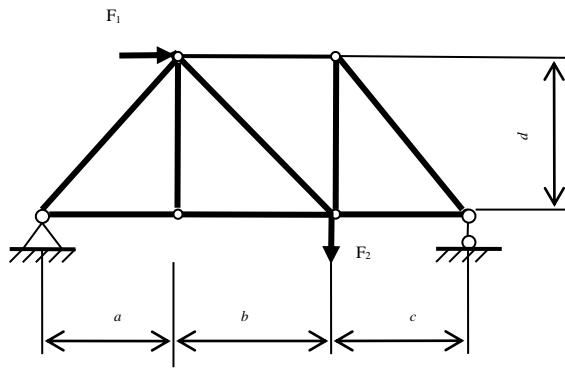
$F_1, H$	$F_2, H$	$a, м$	$b, м$	$c, м$	$d, м$
20	40	1	1	1	1

Номер схемы соответствует последней цифре зачётной книжки.

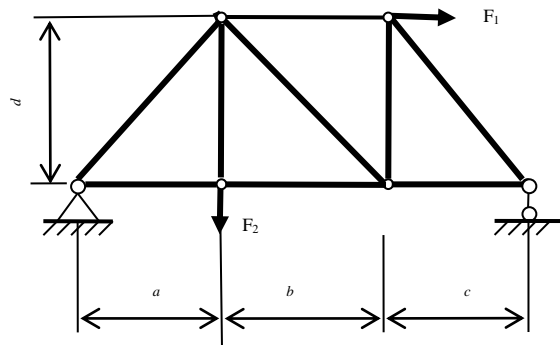




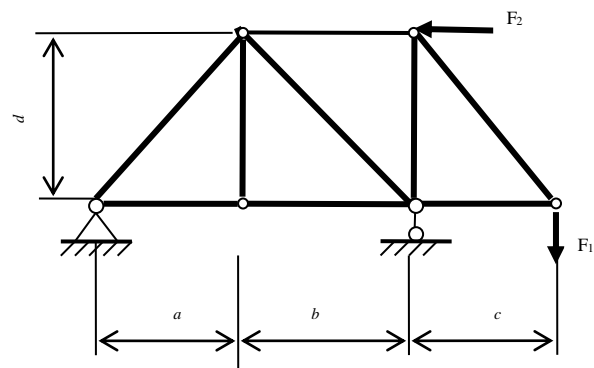
6.

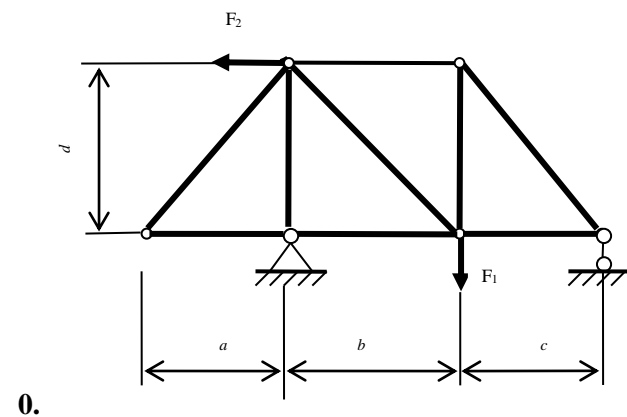
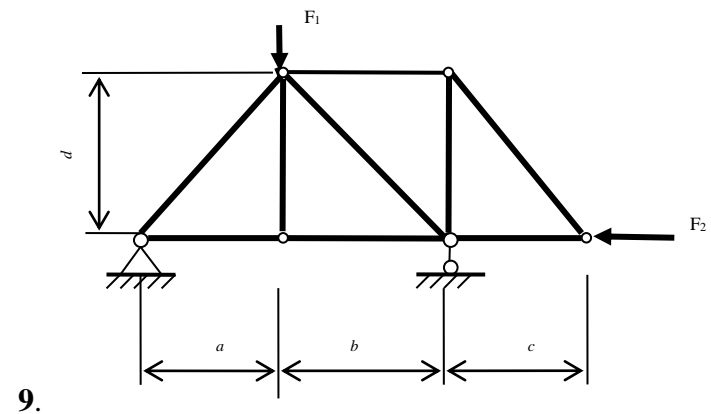


7.



8.





### Понятие о ферме. Расчет плоских ферм.

**Фермой** называется жесткая конструкция из прямолинейных стержней, соединенных на концах шарнирами. Если все стержни фермы лежат в одной плоскости, ферма называется плоской. Места соединения стержней фермы называют узлами.

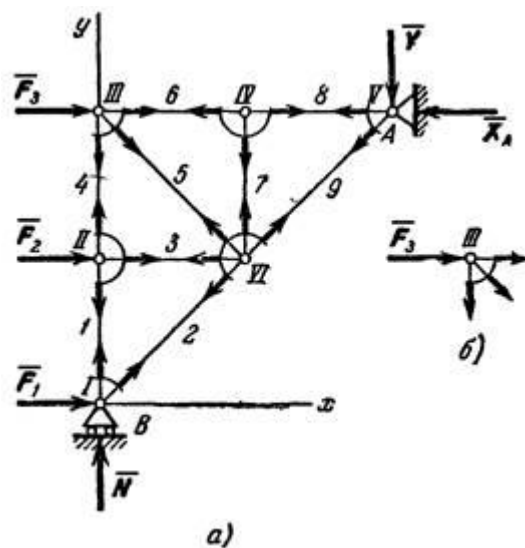
Все внешние нагрузки к ферме прикладываются только в узлах. При расчете фермы трением в узлах и весом стержней (по сравнению с внешними нагрузками) пренебрегают или распределяют веса

стержней по узлам. Тогда на каждый из стержней фермы будут действовать две силы, приложенные к его концам, которые при равновесии могут быть направлены только вдоль стержня. Следовательно, можно считать, что стержни фермы работают только на растяжение или на сжатие.

Расчет фермы сводится к определению опорных реакций и усилий в ее стержнях.

Опорные реакции можно найти обычными методами статики, рассматривая ферму в целом как твердое тело. Перейдем к определению усилий в стержнях.

**Метод вырезания узлов.** Этим методом удобно пользоваться, когда надо найти усилия во всех стержнях фермы. Он сводится к последовательному рассмотрению условий равновесия сил, сходящихся в каждом из узлов фермы. Всегда можно выбрать такую последовательность вырезания узлов, при которой каждый раз нужно будет решать не более двух уравнений с двумя неизвестными. **Начинать нужно с того узла, в котором сходится не более двух стержней с неизвестными усилиями.** Ход расчетов поясним на конкретном примере.





Рассмотрим изображенную на рисунке *a* ферму, образованную из одинаковых равнобедренных прямоугольных треугольников; действующие на ферму силы параллельны оси *x* и равны:

$$F_1 = F_2 = F_3 = F = 2 \text{ Н}$$

Составляя уравнения равновесия для фермы в целом, найдем, что реакции опор направлены, как показано на рисунке, и численно равны;

$$X_A = 3F = 6 \text{ Н.}$$

$$Y_A = N = 3/2 F = 3 \text{ Н.}$$

Переходим к определению усилий в стержнях.

Пронумеруем узлы фермы римскими цифрами, а стержни — арабскими. Искомые усилия будем обозначать  $N_1$  (в стержне 1),  $N_2$  (в стержне 2) и т. д. Отрежем мысленно все узлы вместе со сходящимися в них стержнями от остальной фермы. Действие отброшенных частей стержней заменим силами, которые будут направлены вдоль соответствующих стержней и численно равны искомым усилиям  $N_1, N_2, \dots$  Изображаем сразу все эти силы на рисунке, направляя их от узлов, т. е. считая, все стержни растянутыми (рисунке *a*; изображенную картину надо представлять себе для каждого узла так, как это показано на рисунке *b* для узла III). Если в результате расчета величина усилия в каком-нибудь стержне получится отрицательной, это будет означать, что данный стержень не растянут, а сжат. Силы, действующие вдоль стержня 1, равны численно  $N_1$ , вдоль стержня 2 — равны  $N_2$  и т. д.

Теперь для сил, сходящихся в каждом узле, составляем последовательно уравнения равновесия

$$\sum F_{kx} = 0, \quad \sum F_{ky} = 0.$$

Начинаем с узла 1, где сходятся два стержня, так как из двух уравнений равновесия можно определить только два неизвестных усилия.

Составляя уравнения равновесия для узла 1, получим

$$F_1 + N_2 \cos 45^\circ = 0, \quad N + N_1 + N_2 \sin 45^\circ = 0.$$

Отсюда находим

$$N_2 = -F\sqrt{2} = -2.82 \text{ Н,}$$

$$N_1 = -N - N_2 \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{F}{2} = -1 \text{ Н},$$

Теперь, зная  $N_1$ , переходим к узлу II. Для него уравнения равновесия дают

$$N_3 + F_2 = 0, \quad N_4 - N_1 = 0,$$

откуда

$$N_3 = -F = -2 \text{ Н}, \quad N_4 = N_1 = -1 \text{ Н}.$$

Определив  $N_4$ , составляем аналогичным путем уравнения равновесия сначала для узла III, а затем для узла IV.

Из этих уравнений находим:

$$N_5 = -N_4 \sqrt{2} = 1,41 \text{ Н}$$

$$N_6 = N_8 = -3 \text{ Н}$$

$$N_7 = 0$$

Для вычисления  $N_9$  составляем уравнение равновесия сил, сходящихся в узле V, проектируя их на ось  $Y_V$ .

Получим  $Y_A + N_9 \cos 45^\circ = 0$  откуда

$$N_9 = -3\sqrt{2} = -4,23 \text{ Н}$$

Второе уравнение равновесия для узла V и два уравнения для узла VI можно составить как проверочные. Для нахождения усилий в стержнях эти уравнения не понадобились, так как вместо них были использованы три уравнения равновесия всей фермы в целом при определении  $N$ ,  $X_A$ , и  $Y_A$ .

Окончательные результаты расчета можно свести в таблицу:

№ стержня	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Усилие в Н	-1	-2,82	-2	-1	+1,41	-3	0	-3	-4,23

Как показывают знаки усилий, стержень 5 растянут, остальные стержни сжаты; стержень 7 не нагружен (нулевой, стержень).

Наличие в ферме нулевых стержней, подобных стержню 7, обнаруживается сразу, так как если в узле, не нагруженном внешними силами, сходятся три стержня, из которых два направлены вдоль одной прямой, то усилие в третьем стержне равно нулю. Этот результат получается из уравнения равновесия в проекции на ось, перпендикулярную к упомянутым двум стержням.

При определении усилий в стержнях статически определимых ферм полезно помнить приведенные ниже правила, не требующие доказательств (леммы).

*Лемма 1.* Если в конструкции фермы имеется трехстержневой узел, в котором два стержня лежат на одной прямой, а третий, называемый одиночным, - под углом к ним, и если в узле приложена внешняя сила, направленная вдоль одиночного стержня, то усилия в первых двух стержнях равны между собой, а усилие в одиночном стержне равно внешней силе.

*Лемма 2.* Если в ненагруженном трехстержневом узле фермы имеется одиночный стержень, то усилие в этом стержне равно нулю.

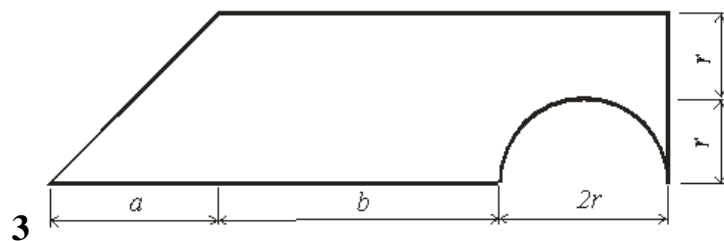
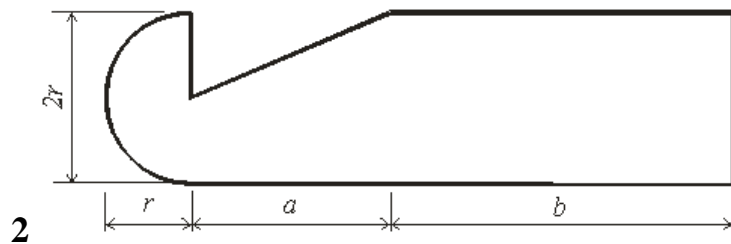
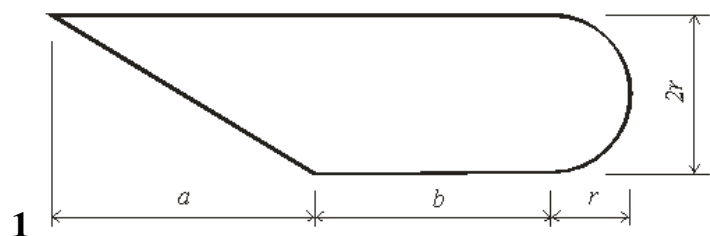
### Задача №3.

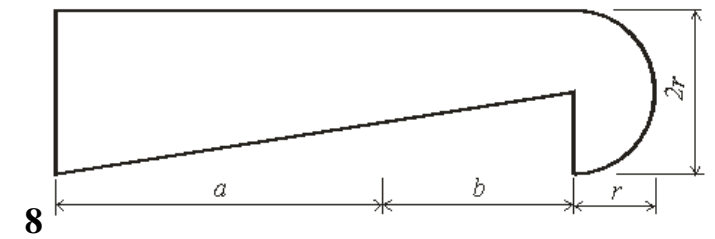
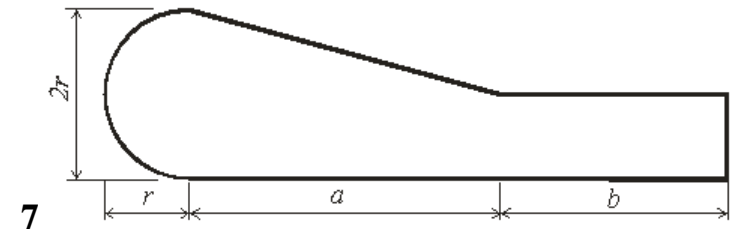
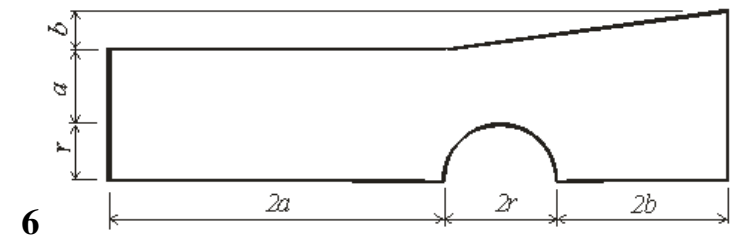
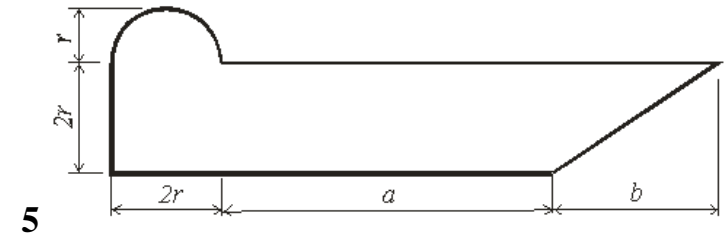
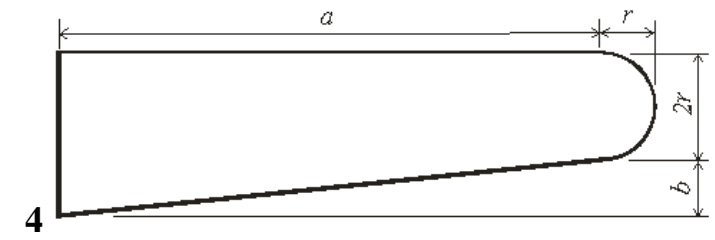
#### Тема: «Определение центра тяжести плоской фигуры»

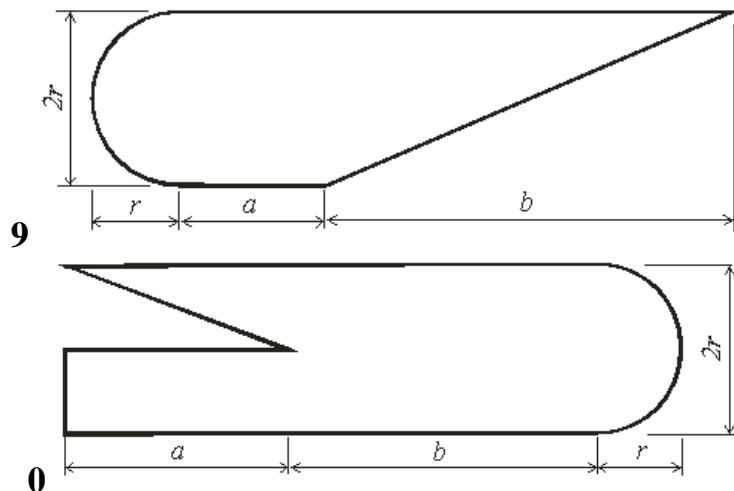
Определить координаты центра тяжести плоской фигуры, изображённой на рисунке. Рисунок начертить в масштабе (желательно на миллиметровой бумаге).

Исходные данные:  $a = 6 \text{ см.}$ ;  $b = 4 \text{ см.}$ ;  $r = 3 \text{ см}$

Номер схемы соответствует последней цифре зачётной книжки.







## «ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ ПЛОСКОЙ ФИГУРЫ»

### Последовательность решения задачи

1. В соответствии с заданием начертить чертеж фигуры сложной формы в масштабе и проставить ее размеры.
2. Разбить чертёж фигуры на простейшие составные части, показать центр тяжести каждой из них.
3. Провести оси координат так, чтобы они охватывали всю фигуру (если фигура не симметричная, желательно располагать плоскую фигуру в первой четверти системы координатных осей).
4. Используя знания по определению центра тяжести простейших плоских фигур (рис. 1), заполнить таблицу 1

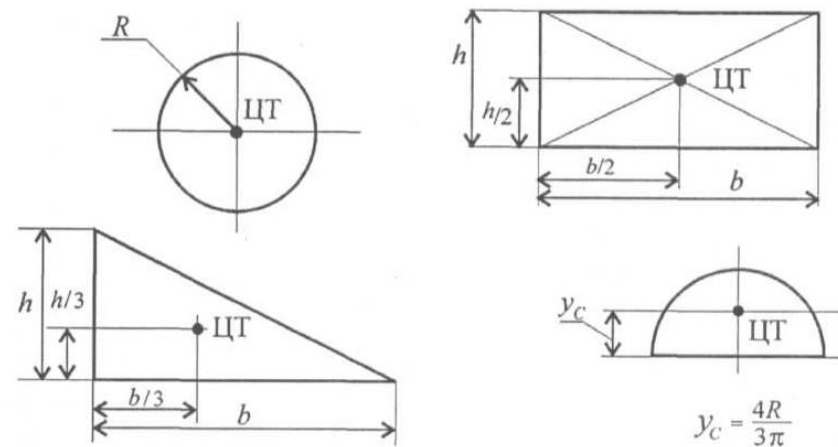


Рис. 1 - Центры тяжести простейших плоских фигур

Таблица 1

№ п/п	Простейшая фигура	Площадь сечения, $A_i$ , см <sup>2</sup>	Расстояние до центра тяжести простой фигуры, см	
			по оси абс- цисс, $X_i$ , см	по оси орди- нат, $Y_i$ , см

**5.** Вычислить координаты центра тяжести всей фигуры аналитическим способом.

Координаты центра тяжести всей фигуры  $X_c$  и  $Y_c$  определяют по формулам:

$$X_c = \frac{X_1 \cdot A_1 + X_2 \cdot A_2 + \dots + X_i \cdot A_i}{A_1 + A_2 + \dots + A_i} = \frac{\sum X_i \cdot A_i}{\sum A_i};$$

$$Y_c = \frac{Y_1 \cdot A_1 + Y_2 \cdot A_2 + \dots + Y_i \cdot A_i}{A_1 + A_2 + \dots + A_i} = \frac{\sum Y_i \cdot A_i}{\sum A_i},$$

где  $X_1, X_2, \dots, X_i$  - расстояние от оси  $Y$  до центра тяжести простой фигуры, см;

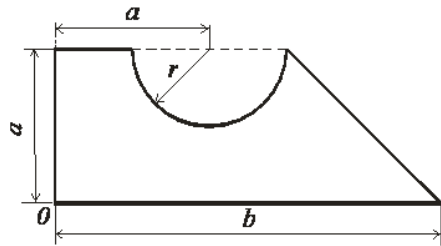
$Y_1, Y_2, \dots, Y_i$  - расстояние от оси  $X$  до центра тяжести простой фигуры, см;

$A_1, A_2, \dots, A_i$  - площадь простой фигуры, см<sup>2</sup>.

Если сложная фигура имеет отверстие в виде геометрических фигур, то эти площади необходимо ввести в формулу со знаком «минус».

### Пример расчёта.

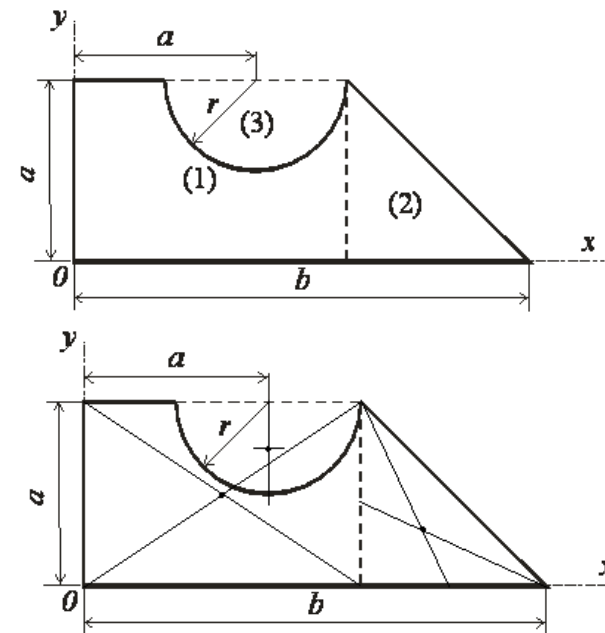
Определить координаты центра тяжести плоской фигуры, изображённой на рисунке 2, если известно  $a = 40$  см,  $b = 100$  см,  $r = 20$  см.



Решение:

1. Разбиваем чертёж фигуры на простейшие составные части: прямоугольник, треугольник, полукруг, обозначаем центр тяжести каждой из них и располагаем чертёж фигуры в первой четверти координатных осей.





- Разбиение на части

2. Заполняем таблицу

№ п/п	Простейшая фигура	Площадь сечения, $A_i, \text{см}^2$	Расстояние до центра тяжести про- стой фигуры, см	
			по оси абсцисс, $X_i, \text{см}$	по оси ординат, $Y_i, \text{см}$
1	Прямоугольник	2400	30	20
2	Треугольник	800	73,3	13,3
3	Полукруг	628	40	31,5

а) Площади сечения простейших фигур

для прямоугольника  $A_1 = 40 \cdot 60 = 2400 \text{ см}^2$

для треугольника  $A_2 = 40 \cdot 40 / 2 = 800 \text{ см}^2$

для полукруга  $A_1 = \pi \cdot 20^2 / 2 = 628 \text{ см}^2$

б) Центры тяжести рассматриваемых частей фигуры имеют следующие координаты:

для прямоугольника  $x_1 = 30 \text{ см}$ ,  $y_1 = 20 \text{ см}$ ;

для треугольника  $x_2 = 60 + 40/3 = 73,3 \text{ см}$ ,  $y_2 = 40/3 = 13,3 \text{ см}$ ;

для полукруга  $x_3 = 40 \text{ см}$ ,  $y_3 = 40 - 4 \cdot 20 / (3 \cdot \pi) = 31,5 \text{ см}$ .

3. Вычисляем координаты центра тяжести фигуры по формулам

$$X_c = (2400 \cdot 30 + 800 \cdot 73,3 - 628 \cdot 40) / (2400 + 800 - 628) = 41 \text{ см}$$

$$Y_c = (2400 \cdot 20 + 800 \cdot 13,3 - 628 \cdot 31,5) / (2400 + 800 - 628) = 15,1 \text{ см}$$

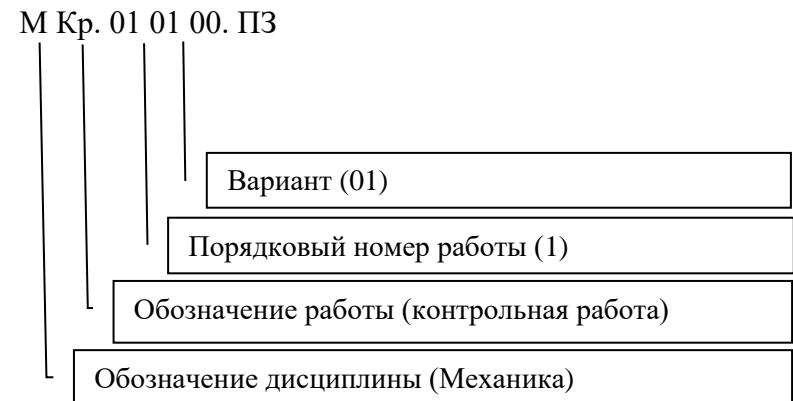
Ответ: С (41;15,1)

## ОФОРМЛЕНИЕ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Контрольную работу оформляют в виде пояснительной записки с соблюдением ГОСТ ЕСКД. Пояснительная записка включает: титульный лист, содержание, задание для расчета, расчетную часть, библиографический список.

Пример оформления титульного листа приведен на рисунок 1.

Пояснительную записку выполняют на листах белой бумаги формата А4 (210 x 297 мм). На первом листе записки помещают основную надпись формы 2 (рисунок 2), на последующих листах – формы 2а (рисунок 3) по ГОСТ 2.104-68. в графе 2 основной надписи указывают обозначение документа, выполненное по следующей схеме:



Расчётную часть работы допускается выполнять в рукописном варианте на миллиметровой бумаге формата А4.

Каждое задание контрольной работы необходимо начинать с новой страницы.

Текст условия задачи переписывается полностью и поясняется схемой. Выписываются исходные данные, рисунки к задачам должны быть выполнены чётко в соответствии с требованиями технической графики. Преобразования формул, уравнений в ходе решения следует производить в общем виде, а уже затем подставлять исходные данные.

Порядок подстановки числовых значений должен соответствовать порядку расположения в формуле буквенных обозначений этих величин..

Все задачи и расчеты обязательно должны быть доведены до окончательного числового результата.

<p>ФГБОУ ВО Новосибирский ГАУ</p> <p>Кафедра теоретической и прикладной механики</p> <p><b>МЕХАНИКА</b></p> <p><b>КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1</b></p> <p>Выполнил:</p> <p>Группа:</p> <p>Проверил:</p> <p>Новосибирск 2022</p>
--

Рисунок 1 - Пример оформления титульного листа

					М Кр. 02 01 00. ПЗ			
Вполн.					Контрольная работа №1		Лист	Листов
Проверил								

Рисунок 2  
Форма 2 основной надписи (для первого листа)

						2

Рисунок 3  
Форма 2а основной надписи (для последующих листов)

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Прикладная механика : учебник для бакалавров / В. В. Джамай, Е. А. Самойлов, А. И. Станкевич, Т. Ю. Чуркина ; под ред. В. В. Джамая. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2013. — 360 с.
2. Аркуша А.И. Руководство к решению задач по теоретической механике. — М.: Высшая школа, 2002.
3. Аркуша А.И. Техническая механика. Теоретическая механика и сопротивление материалов. — М.: Высшая школа, 2002.
4. Бать М.И и др. Теоретическая механика в примерах и задачах. Учеб. пособ. для вузов. В 2-х т./М.И.Бать, Г.Ю.Джанелидзе, А.С. Кельзон.-9-е изд., перераб. - М.: Наука, 2007.-670 с.
5. Бутенин Н.В. и др. Курс теоретической механики: Учеб.пособие для студ-ов вузов по техн. спец.:В 2-х т./Н.В.Бутенин, Я.Л.Лунц, Д.Р.Меркин. СПб.:Лань.-5-е изд., испр. 2008.-729 с.
6. Мещерский И.В. Задачи по теоретической механике: Учеб. пособие для студ. вузов, обуч.по техн. спец./И.В.Мещерский; Под ред.В.А.Пальмова,Д.Д.Меркина.-45-е изд., стер.- СПб. и др.: Лань, 2009.-447 с. 2.
7. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: Учеб. для вузов/С.М.Тарг.-15-е изд., стер. - М.: Высш. шк., 2008.-415 с.

Составитель: Ишутина Лилия Николаевна

## Механика

### Ч.1. Теоретическая механика

#### **Задания и методические указания по выполнению контрольной работы**

Редактор

Компьютерная вёрстка Л.Н. Ишутина

Подписано в печать

Формат 60×84 1/16. Объём 2 уч. – изд. л., усл. печ.л.

Тираж экз. Изд. № Заказ №

---