

ФГБОУ ВО НОВОСИБИРСКИЙ ГАУ

МАТЕМАТИКА

Методические указания по самостоятельному изучению и
выполнению контрольных работ

для студентов направления подготовки

19.03.04 *Технология продукции и организация
общественного питания*

27.03.01 *Стандартизация и метрология*

Новосибирск 2017

Математика: Методические указания по самостоятельному изучению и выполнению контрольных работ / Новосиб. гос. аграр. ун-т; Сост. С.Н. Шумарева – Новосибирск, 2017. – 37 с.

Методические указания предназначены для студентов очной и заочной формы обучения 19.03.04, 27.03.01 для формирования у них навыков самостоятельной работы.

Методические указания включают цели и задачи дисциплины, ее место в структуре основной образовательной программы (ООП), требования к результатам освоения дисциплины, ее объем и содержание, виды учебной работы, задания для контрольной работы, порядок и методику ее выполнения, а также защиты, вопросы к экзамену, список рекомендуемой литературы.

Рецензенты:

© Новосибирский государственный аграрный университет, 2017

РАЗДЕЛ 1. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Цели и задачи учебной дисциплины

Дисциплина *математика* предназначена для подготовки студентов по направлению *Технология продукции и организация общественного питания*.

Целью дисциплины является:

- освоение методологии математического мышления;
- формирование логического мышления;
- формирование навыков математического исследования прикладных вопросов;
- формирование навыков самостоятельной постановки математических задач и анализа разработанных моделей и поиска оптимальных решений актуальных практических задач;
- формирование навыков самостоятельного изучения литературы по математике.

Исходя из цели, в процессе изучения дисциплины решаются следующие задачи:

- дать обучаемому арсенал типовых приемов для решения различных задач;
- дать обучаемому основные формулы, алгоритмы, приемы решения математических задач, возникающих при исследовании прикладных проблем.

1.2. Место дисциплины в структуре основной общеобразовательной программы (ООП)

Математика является базовой частью цикла Математические и естественнонаучные дисциплины. Программа определяет общий объем знаний по математике в соответствии с государственными требованиями к содержанию цикла математических и естественнонаучных дисциплин основной профессиональной образовательной программы, разработанной в соответствии с ФГОС третьего поколения по направлению подготовки 27.03.01.,19.03.04 *Технология продукции и организация общественного питания*.

Базирующиеся дисциплины: биофизика, физико-математические методы исследований.

1.3. Требования к уровню освоения учебной дисциплины

Вузовские профессиональные и профессиональные компетенции (ВПК, ПК):

- способностью применять знание основных законов естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности (ВПК-1)
- способностью принимать участие в моделировании процессов и средств измерений, испытаний и контроля с использованием стандартных пакетов и средств автоматизированного проектирования (ПК-19)

Способен измерять и составлять описание проводимых экспериментов, подготавливать данные для оставления обзоров, отчетов и научных публикаций;

владеет статистическими методами и средствами обработки экспериментальных данных

В результате изучения дисциплины студент должен **знать:** основные положения, методы и законы

естественнонаучных дисциплин математики, физики, химии, биологии и других смежных дисциплин), используемые в профессиональной деятельности

метрологические принципы инструментальных измерений

уметь: использовать методы математического анализа и

моделирования, теоретического и экспериментального исследования проводить измерения, наблюдения, составлять описания проводимых исследований;

владеть: навыками проведения теоретических и экспериментальных и практических исследований в области производства продукции питания с использованием современных программных средств, инновационных и информационных технологий

1.4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы (144 часа). Форма самостоятельной работы – контрольная работа. Вид промежуточной аттестации – экзамен.

РАЗДЕЛ 2. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНЫХ МОДУЛЕЙ ДИСЦИПЛИНЫ И

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИХ ИЗУЧЕНИЮ

2.1. Модуль 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия.

Тема 1. Аналитическая геометрия

Прямоугольная система координат. Прямая на плоскости. Кривые 2-го порядка. Неравенства. Системы неравенств. Применение методов аналитической геометрии к задачам оптимизации с/х. производства

Тема 2. Линейная алгебра

Матрицы. Элементарные преобразования матриц. Определители. Решения систем линейных уравнений.

2.1.2. Методические указания по изучению модуля

При самостоятельном изучении модуля вначале нужно ознакомиться с содержанием тем дисциплины. Затем необходимо приступить к последовательному и глубокому усвоению материала, изложенного в рекомендуемой литературе. При этом следует составить краткий конспект по основным положениям. Ответить на вопросы для самоконтроля и решить тестовые задания

2.1.3. Вопросы для самоконтроля

1. Определители. Вычисление определителей 3-го порядка.
2. Матрицы.
3. Решение систем линейных уравнений по правилу Крамера и методом Гаусса.
4. Уравнение прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых.
5. Применение методов аналитической геометрии к задачам оптимизации с/х. производства.

2.2. Модуль 2 . Введение в математический анализ

Тема 1. Предел функции.

Предел функции. Бесконечно большие и бесконечно малые величины. Основные теоремы о пределах. Непрерывность функции. Односторонние пределы. Точки разрыва функции. Замечательные пределы. Эквивалентные бесконечно малые. Раскрытие неопределенностей.

Тема 2. Дифференциальное исчисление.

Правила дифференцирования. Таблица производных. Производная сложной функции.

Дифференциал функции. Применение к приближенным вычислениям. Производные высших порядков.

2.2.2. Методические указания по изучению модуля

При самостоятельном изучении модуля вначале нужно ознакомиться с содержанием тем дисциплины. Затем необходимо приступить к последовательному и глубокому усвоению материала, изложенного в рекомендуемой литературе. При этом следует составить краткий конспект по основным положениям. Ответить на вопросы для самоконтроля и решить тестовые задания

2.2.3. Вопросы для самоконтроля

1. Функция, предел функции.
2. Замечательные пределы.
3. Производная функции, основные правила дифференцирования.
4. Дифференциал функции.
5. Первообразная функция. Неопределенный интеграл.
6. Определенный интеграл.
7. Приложения определенного интеграла в биологии и геометрии.

2.3. Модуль3. Интегральное исчисление функций одной переменной

Тема 1. Первообразная функция.

Первообразная функция. Неопределенный интеграл, его свойства. Таблица неопределенных интегралов. Определенный интеграл. Применение определенного интеграла в геометрии и биологии.

2.3.2. Методические указания по изучению модуля

При самостоятельном изучении модуля вначале нужно ознакомиться с содержанием тем дисциплины. Затем необходимо приступить к последовательному и глубокому усвоению материала, изложенного в рекомендуемой литературе. При этом следует составить краткий конспект по основным положениям. Ответить на вопросы для самоконтроля и решить тестовые задания

2.3.3. Вопросы для самоконтроля

1. Первообразная функция. Неопределенный интеграл.
2. Определенный интеграл .
3. Приложения определенного интеграла в биологии и геометрии.

2.4. Модуль 4. Дифференциальные уравнения.

Тема 1. Дифференциальные уравнения.

Задачи, приводящие к дифференцируемому уравнению. Основные понятия и определения.

Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
Применение дифференциальных уравнений в физике, биологии.

2.4.2. Методические указания по изучению модуля

При самостоятельном изучении модуля вначале нужно ознакомиться с содержанием тем дисциплины. Затем необходимо приступить к последовательному и глубокому усвоению материала, изложенного в рекомендуемой литературе. При этом следует составить краткий конспект по основным положениям. Ответить на вопросы для самоконтроля и решить тестовые задания

2.4.3. Вопросы для самоконтроля

1. Определение дифференциального уравнения.
2. Решения дифференциального уравнения.
3. Задача Коши.

2.5. Модуль 5 Ряды.

Тема 1. Определения ряда. Виды рядов. Сходимость ряда.

2.5.2. Методические указания по изучению модуля

При самостоятельном изучении модуля вначале нужно ознакомиться с содержанием тем дисциплины. Затем необходимо приступить к последовательному и глубокому усвоению материала, изложенного в рекомендуемой литературе. При этом следует составить краткий конспект по основным положениям. Ответить на вопросы для самоконтроля и решить тестовые задания

2.5.3. Вопросы для самоконтроля

1. Определение числового ряда.
2. Сходимость ряда.
3. Признаки сходимости рядов.

2.6. Модуль6. Теория вероятностей

Тема 1. Вероятности случайных событий

Основные формулы комбинаторики: размещения, перестановки, сочетания.

Понятие случайного события, классическая, геометрическая, статистическая вероятности. Вычисление вероятности событий с использованием формул комбинаторики

Теоремы умножения и сложения вероятностей. Условная вероятность. Формула полной вероятности и формула Байеса.

Тема 2. Дискретная случайная величины

Закон распределения дискретной случайной величины. величины. Числовые характеристики дискретной случайной величины. Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины. Их свойства.

Распределения дискретной случайной величины: биномиальное, Пуассона, геометрическое, гипергеометрическое.

Тема 3. Непрерывная случайная величина

Функция и плотность распределения непрерывной случайной величины. Числовые характеристики непрерывной случайной величины : математическое ожидание, мода, медиана, дисперсия и среднее квадратическое отклонение.

2.6.2. Методические указания по изучению модуля

При самостоятельном изучении модуля вначале нужно ознакомиться с содержанием тем дисциплины. Затем необходимо приступить к последовательному и глубокому усвоению материала, изложенного в рекомендуемой литературе. При этом следует составить краткий конспект по основным положениям. Ответить на вопросы для самоконтроля и решить тестовые задания

2.6.3. Вопросы для самоконтроля

1. События. Вероятность события
2. Теорема сложения и умножения вероятностей..
3. Полная вероятность.
4. Формулы: Бернулли, Пуассона, Муавра-Лапласа.
5. Дискретные, случайные величины, их числовые характеристики.
6. Непрерывные случайные величины. Интегральные и дифференциальные функции распределения.
7. Нормальное распределение. Правило 3-х сигм.
8. Теорема Ляпунова.

2.7. Модуль 7. Математическая статистика

Тема 1. Выборочный метод математической статистики.

Метод наименьших квадратов.

Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма.

Определение вероятности и частоты. Расчет сводных характеристик выборки. Точечные и интервальные оценки параметров распределения.

Тема 2. Основные понятия теории статистических гипотез

Основные сведения. Проверка гипотез о равенстве дисперсий и средних двух независимых выборок. Проверка гипотезы о законе распределения на основе согласия Пирсона.

Тема 3. Корреляционно-регрессионный анализ

Линейная корреляция. Коэффициент корреляции. Регрессия.

2.7.2. Методические указания по изучению модуля

При самостоятельном изучении модуля вначале нужно ознакомиться с содержанием тем дисциплины. Затем необходимо приступить к последовательному и глубокому усвоению материала, изложенного в рекомендуемой литературе. При этом следует составить краткий конспект по основным положениям. Ответить на вопросы для самоконтроля и решить тестовые задания

2.7.3. Вопросы для самоконтроля

1. Генеральная совокупность. Выборка.
2. Выборочный метод. Статистическое распределение. Графики.
3. Числовые характеристики.

4. Доверительный интервал. Числовые оценки параметров.
5. Статистические гипотезы.
6. Коэффициент корреляции, детерминации.
7. Уравнение регрессии.
8. Изложить суть корреляционно - регрессионного анализа.

РАЗДЕЛ 3. ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИХ ВЫПОЛНЕНИЮ

3.1. Общие методические указания по выполнению контрольной работы

При выполнении контрольных работ студент должен руководствоваться следующими указаниями:

1. Каждая работа должна выполняться в отдельной тетради (в клетку), на внешней обложке которой должны быть ясно написаны фамилия студента, его инициалы, полный шифр, специальность, номер контрольной работы.
2. Контрольные задачи следует располагать в порядке номеров, указанных в заданиях. Перед решением каждой задачи надо полностью переписать ее условие. Решение задач следует излагать подробно.
3. На каждой странице тетради необходимо оставлять поля шириной 3 см. для замечаний преподавателя.
4. Контрольные работы должны выполняться самостоятельно. Если преподаватель установит несамостоятельное выполнение работы, то она не будет зачтена.
5. Получив прорецензированную работу (как зачтенную, так и незачтенную), студент должен исправить все отмеченные рецензентом ошибки и недочеты. В случае незачета по работе студент обязан в кратчайший срок выполнить все требования преподавателя, и представить работу на повторное рецензирование, приложив при этом первоначально выполненную работу.
6. Варианты для первой контрольной выбираются из первой таблицы, для второй из второй таблицы.

- контрольные работы студентам не возвращаются и хранятся в фонде кафедры (установленный срок).

Таблица 1

№ варианта	Номера задач для контрольной работы №1											
	предпоследняя цифра 1, 3, 5, 7, 9						предпоследняя цифра 0, 2, 4, 6, 8					
1	1	21	41	61	81	101	11	31	51	71	91	111
2	2	22	42	62	82	102	12	32	52	72	92	112
3	3	23	43	63	83	103	13	33	53	73	93	113
4	4	24	44	64	84	104	14	34	54	74	94	114
5	5	25	45	65	85	105	15	35	55	75	95	115
6	6	26	46	66	86	106	16	36	56	76	96	116
7	7	27	47	67	87	107	17	37	57	77	97	117
8	8	28	48	68	88	108	18	38	58	78	98	118
9	9	29	49	69	89	109	19	39	59	79	99	119
0	10	30	50	70	90	110	20	40	60	80	100	120

Таблица 2

№ варианта	Номера задач для контрольной работы №2							
	предпоследняя цифра 1, 3, 5, 7, 9				предпоследняя цифра 0, 2, 4, 6, 8			
1	1	21	41	61	11	31	51	71
2	2	22	42	62	12	32	52	72
3	3	23	43	63	13	33	53	73
4	4	24	44	64	14	34	54	74
5	5	25	45	65	15	35	55	75
6	6	26	46	66	16	36	56	76
7	7	27	47	67	17	37	57	77
8	8	28	48	68	18	38	58	78
9	9	29	49	69	19	39	59	79
0	10	30	50	70	20	40	60	80

3.2. Методические указания по выполнению контрольной работы № 1

Решение:

Задача 1: Даны координаты вершин треугольника ABC: A(4,3); B(16,-6); C(20,16). Найти: 1) длину стороны AB; 2) уравнения сторон AB и BC и их угловые коэффициенты; 3) угол B в радианах с точностью до двух знаков; 4) уравнение CD и ее длину; 5) уравнение медианы AE; 6) уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно стороне AB.

Решение: 1) Применяя (1), находим длину стороны AB:

$$|AB| = \sqrt{(16-4)^2 + (-6-3)^2} = \sqrt{144+81} = \sqrt{225} = 15$$

2) Подставляя в (3,в) координаты точек A и B, получим уравнение стороны AB:

$$\frac{y-3}{-6-3} = \frac{x-4}{16-4} \quad \frac{y-3}{-9} = \frac{x-4}{12} \quad \frac{y-3}{-3} = \frac{x-4}{4}$$

$$4y-12=-3x+12; \quad 3x+4y-24=0 \text{ (AB)}$$

Решая последнее уравнение относительно y, получим уравнение стороны AB как уравнение прямой с угловым коэффициентом: $y=-3/4x+6$

Подставив в (3,в) координаты точек B и C, получим уравнение прямой BC:

$$\frac{y+6}{16-20} = \frac{x-16}{20-16} \quad \frac{y+6}{-4} = \frac{x-16}{4} \quad \frac{y+6}{-1} = \frac{x-16}{1} \quad \frac{y+6}{-1} = \frac{x-16}{1}$$

3) Искомый угол B образован прямыми AB и BC, угловые коэффициенты которых найдены: $k_{AB}=-3/4$; $k_{BC}=11/2$.

$$\tan B = \frac{k_{AB} - k_{BC}}{1 + k_{AB} \cdot k_{BC}} = \frac{-\frac{3}{4} - \frac{11}{2}}{1 + \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \frac{11}{2}} = \frac{-\frac{25}{4}}{\frac{25}{8}} = 2$$

Применяя (4), получим $B=63^{\circ}26$ или $B=1,11$ рад.

4) Высота CD перпендикулярна стороне AB . Чтобы найти угловой коэффициент высоты CD , воспользуемся условием перпендикулярности прямых. Так как $k_{AB}=-3/4$, то $k_{CD}=-1/k_{AB}=4/3$. Подставив в (3,б) координаты точки C и найденный угловой коэффициент $4/3$ высоты, получим

$(y-16)=(4/3)(x-20)$; $3y-48=4x-80$; $4x-3y-32=0$ (CD). Чтобы найти длину высоты CD , определим координаты точки D — точки пересечения прямых AB и CD . Решая систему

$$\begin{cases} 3x+4y-24=0 \\ 4x-3y-32=0 \end{cases}$$

находим $x=8$, $y=0$, т.е. $D(8,0)$.

По формуле (1) находим длину CD :

$$CD = \sqrt{(20-8)^2 + (16-0)^2} = 20$$

5) Чтобы найти уравнение медианы AE , определим координаты точки E , которая является серединой отрезка BC . Воспользуемся формулами деления отрезка пополам (2). Следовательно:

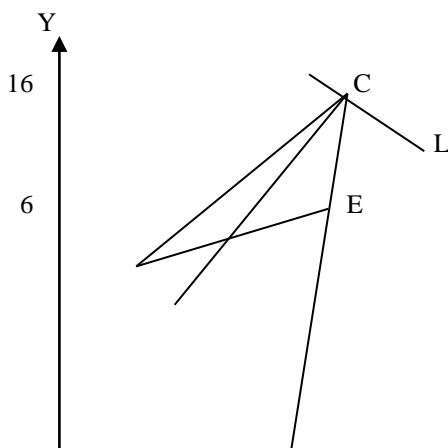
$$x_E = \frac{16+20}{2} = 18 \quad y_E = \frac{-6+16}{2} = 5 \quad E(18,5)$$

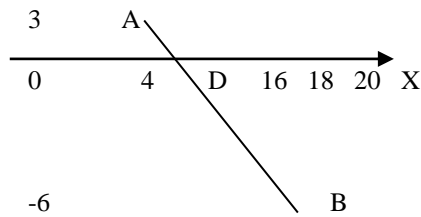
Подставив (3,в) координаты точек A и E , находим уравнение медианы:

$$\frac{y-3}{5-3} = \frac{x-4}{18-4} \quad \frac{y-3}{2} = \frac{x-4}{14} \quad x-7y+17=0(AE)$$

6) Так как искомая прямая параллельна стороне AB , то её угловой коэффициент равен угловому коэффициенту прямой AB . Подставив в (3,б) координаты точки C и угловой коэффициент $k=-3/4$, получим

$$y-16=(-3/4)(x-20), 4y-64=-3x+60, 3x+4y-124=0 (CL)$$





Задача 2. Решить систему методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x+2y+z=5 \\ z+y+z=0 \\ 4x-y+5z=0 \end{cases}$$

Для упрощения вычислений поменяем местами 1 и 2 уравнения

$$\begin{cases} x+y-z=0 \\ 3x+2y+z=5 \\ 4x-y+5z=3 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \xrightarrow{*(-3)} \\ \xrightarrow{*(-4)} \end{array}$$

Исключим неизвестное x из всех уравнений системы, кроме 1. Для этого умножим первое уравнение на минус 3 и сложим со вторым; далее, умножим первое уравнение на минус 4 и прибавим к третьему.

$$\begin{cases} x+y-z=0 \\ -y+4z=5 \\ 5y+9z=3 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \\ *(-1) \end{array}$$

Изменим знаки во второй строке

$$\begin{cases} x+y-z=0 \\ y-4z=5 \\ -5y+9z=3 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \\ *5 \end{array} \quad +$$

Исключим y из 3 уравнения. Для этого умножим второе уравнение на 5 и сложим с третьим.

$$\begin{cases} x+y-z=0 \\ y-4z=5 \end{cases}$$

$$-11z=22 \quad :(-11)$$

Система приведена к треугольному виду

$$\begin{cases} x+y-z=0 \\ y-4z=5 \\ z=2 \end{cases}$$

Из третьего уравнения $z=2$, подставим во второе

$$y=-5+4z=-5+4\cdot 2=-5+8=3$$

Из первого уравнения найдем $x=-y+z=-3+2=-1$

Ответ: $x=-1$, $y=3$, $z=2$

Практически удобно приводить к ступенчатому виду не саму систему, а матрицу (таблицу чисел), составленную из коэффициентов при неизвестных и свободных членов.

Задача 3.. Решить предел:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 8x + 4}{2 - 3x - 4x^2}$$

Разделив числитель и знаменатель дроби на наивысшую степень x , т.е. x^2 и используя основные теоремы о пределах, получим:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 8x + 4}{2 - 3x - 4x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - \frac{8}{x} + \frac{4}{x^2}}{\frac{2}{x^2} - \frac{3}{x} - 4} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} 5 - 8 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} + 4 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2}}{2 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} - 3 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} - \lim_{x \rightarrow \infty} 4} = \frac{5}{-4}$$

Задача 4.

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}. \text{ Вычислить производную.}$$

Решение:

По формулам

$$\left(\frac{u}{v} \right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$$(cu)' = uc'$$

$$\cdot (x^n)' = nx^{n-1}$$

получим:

$$f'(x) = \frac{(\sqrt{x})'(1+\sqrt{x}) - (1+\sqrt{x})'\sqrt{x}}{(1+\sqrt{x})^2} = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(1+\sqrt{x}) - \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}}{(1+\sqrt{x})^2} = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}}{(1+\sqrt{x})^2};$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2};$$

Задача 5.

Найти интеграл:

$$\int \left(6x^3 - \sqrt{x} + \frac{5}{\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{2x} \right) dx = 6 \cdot \int x^3 dx - \int x^{\frac{1}{2}} dx + 5 \int x^{\frac{-2}{3}} dx + \frac{1}{2} \cdot \int \frac{1}{x} dx =$$

воспользуемся табличными интегралами 1 и 2

$$(x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1} \quad (\sqrt{x})' = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}} \quad \left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{-1}{x^2}$$

$$6 \frac{x^{3+1}}{3+1} - \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + 5 \frac{x^{\frac{-2}{3}+1}}{\frac{-2}{3}+1} + \frac{1}{2} \ln |x| + c = \frac{3}{2}x^4 - \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + 15\sqrt[3]{x} + \frac{1}{2} \ln |x| + c$$

Задача 6. Вычислить определенный интеграл

$$\int_2^3 3x^2 dx.$$

Решение:

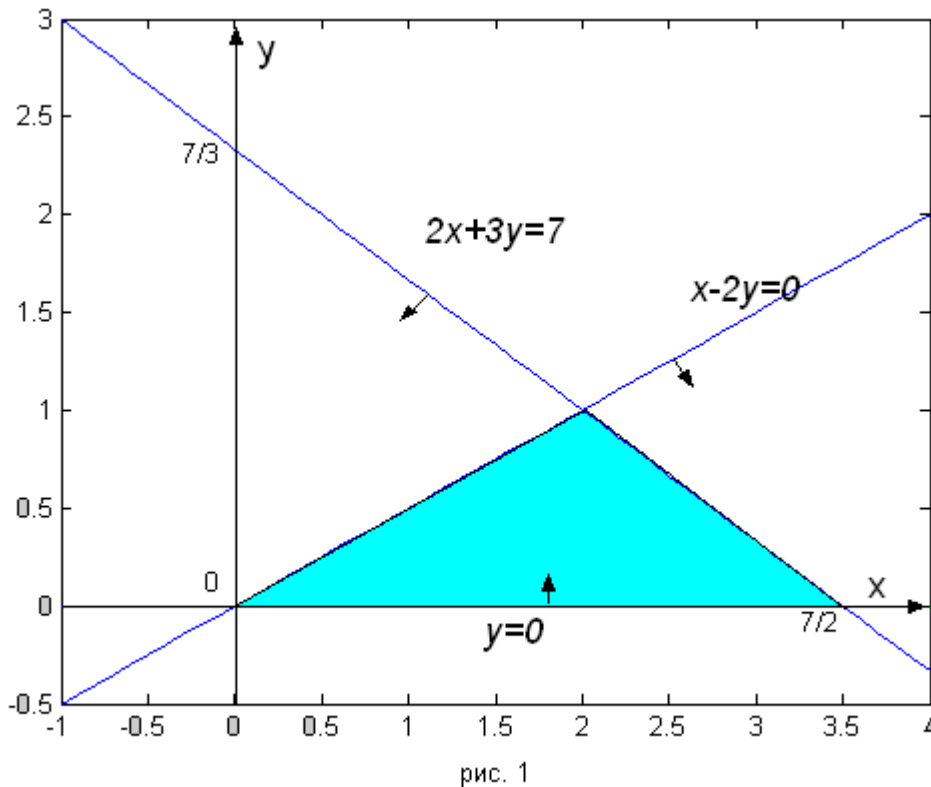
Применяя формулу Ньютона-Лейбница и свойства определенного интеграла, получим $\int_2^3 3x^2 dx = 3 \int_2^3 x^2 dx = x^3 \Big|_2^3 = 3^3 - 2^3 = 19.$

Задача 7.

Решить систему:

$$\begin{cases} 2x + 3y \leq 7 \\ y \geq 0 \\ x - 2y \geq 0 \end{cases}$$

Решение:



Обратимся к знаниям, полученным еще в школьные годы. Известно, что уравнение $\alpha \cdot X + \beta \cdot Y = \gamma$ на плоскости (X, Y) изображает прямую линию ($2x + 3y = 7$, $y = 0$ или $x - 2y = 0$) и для ее построения достаточно взять пару

подходящих точек. Неравенства же $\alpha \cdot X + \beta \cdot Y \leq \gamma$ или $\alpha \cdot X + \beta \cdot Y \geq \gamma$ определяют полуплоскости, ограниченные прямой $\alpha \cdot X + \beta \cdot Y = \gamma$.

Так, если ограничения задачи описываются условиями $2x + 3y \leq 7$, $y \geq 0$, $x - 2y \geq 0$, первоначально строим соответствующие прямые линии (прямую $2x + 3y = 7$ по точкам пересечения с координатными осями; прямая $y = 0$ совпадает с осью Ox ; прямая $x - 2y = 0$ проходит через начало координат и, например, точку с координатами $x = 2$, $y = 1$). Выполнив столь «сложные» построения, выясняем, какая же полуплоскость приемлема для соответствующего неравенства, для чего достаточно взять любую точку плоскости, не лежащую на прямой линии, и проверить выполнение ограничения. Например, для проверки первого ограничения (соответствующая прямая не проходит через начало координат) можно взять точку ($x = 0$, $y = 0$) и убедиться, что $2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 < 7$. Следовательно, эта точка со всеми ее «соседями» до прямой линии (полуплоскость, её содержащая) соответствует неравенству $2x + 3y \leq 7$. На [рис. 1](#) приемлемые полуплоскости выделены стрелками и общая их часть (множество точек, удовлетворяющих всем трем условиям; множество планов) представлена выделенным здесь треугольником.

Задания для контрольной работы №1

Задача 1.

Даны координаты вершин треугольника ABC . Найти:

- 1) длину стороны AB ;
- 2) уравнение сторон AB и BC и их угловые коэффициенты;
- 3) уравнение высоты CD ;
- 4) уравнение медианы AE .

1. $A(-8, -3), \quad B(4, -12), \quad C(8, 10).$
2. $A(-5, 7), \quad B(7, -2), \quad C(11, 20).$
3. $A(-12, -1), \quad B(0, 10); \quad C(4, 12).$
4. $A(-10, 9), \quad B(2, 0), \quad C(6, 22).$
5. $A(0, 2), \quad B(12, -7); \quad C(16, 15).$
6. $A(-9, 6); \quad B(3, -3), \quad C(7, 19).$
7. $A(1, 0), \quad B(13, -9), \quad C(17, 13).$
8. $A(-4, 10), \quad B(8, 1); \quad C(12, 23).$
9. $A(2, 5), \quad B(14, -4), \quad C(18, 18).$
10. $A(-1, 4), \quad B(11, -5), \quad C(15, 17).$
11. $A(-2, 7), \quad B(10, -2), \quad C(8, 12).$
12. $A(-6, 8), \quad B(6, -1), \quad C(4, 13).$
13. $A(3, 6), \quad B(15, -3), \quad C(13, 11).$
14. $A(-10, 5); \quad B(2, -4), \quad C(0, 10).$
15. $A(-4, 12), \quad B(8, 3) \quad C(6, 17).$
16. $A(-3, 10), \quad B(9, 1), \quad C(7, 15).$
17. $A(4, 1), \quad B(16, -8); \quad C(14, 6).$
18. $A(-7, 4), \quad B(5, -5), \quad C(3, 9).$
19. $A(0, 3); \quad B(12, -6), \quad C(10, 8).$
20. $A(-5, 9), \quad B(5, 0), \quad C(5, 14).$

Задача 2.

Решите систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса.

21.
$$\begin{cases} 3x - 5y + z = 7, \\ x - y + 2z = 5, \\ 2x + y - 3z = -7. \end{cases}$$
22.
$$\begin{cases} x + y - z = -3, \\ 2x - 3y + z = 5, \\ 5x + 2y - z = -4. \end{cases}$$
23.
$$\begin{cases} 2x + y - z = -3, \\ x - 5y + 2z = 9, \\ 3x - y + z = 3. \end{cases}$$
24.
$$\begin{cases} x + y + z = 1, \\ 3x - y + 2z = 1, \\ 5x - 3y + z = -3. \end{cases}$$
25.
$$\begin{cases} 3x + 7y + z = -1, \\ 2x + 3y - z = -4, \\ x - 5y - z = -3. \end{cases}$$
26.
$$\begin{cases} 2x + 5y + z = 0, \\ x - 5y + z = 1, \\ 3x + y - 2z = -7. \end{cases}$$
27.
$$\begin{cases} 3x - y + 2z = -4, \\ x + 3y - z = 7, \\ 2x + 4y + 2z = 6. \end{cases}$$
28.
$$\begin{cases} 5x - y + 2z = -4, \\ 3x + 2y - z = 5, \\ x - y + 5z = -7. \end{cases}$$
29.
$$\begin{cases} 2x + y - 3z = 5, \\ x + 2y + 5z = -1, \\ 7x - 4y - 3z = 0. \end{cases}$$

$$\begin{array}{lll}
30. \begin{cases} 3x + y - 3z = -1, \\ 2x + 3y - 7z = 4, \\ x + y - 5z = 1. \end{cases} & 31. \begin{cases} x + 2y - 3z = 3, \\ 5x + y + 6z = -3, \\ 4x + 3y - z = 2. \end{cases} & 32. \begin{cases} 3x + 2y - 5z = 1, \\ x - y + 3z = -3, \\ 2x + y - 5z = 0. \end{cases} \\
33. \begin{cases} x + 5y + 2z = 0, \\ 3x - 4y + 7z = -1, \\ 2x - 3y + z = 3. \end{cases} & 34. \begin{cases} 3x - 4y + z = 5, \\ x + 7y - z = 3, \\ 2x - y + 3z = 1. \end{cases} & 35. \begin{cases} x + y + z = 1, \\ 5x - 3y + z = 9, \\ 3x - 7y + 6z = 0. \end{cases} \\
36. \begin{cases} x - 3y + 5z = 5, \\ 3x + 4y - 3z = 2, \\ 2x + 3y - 7z = 1. \end{cases} & 37. \begin{cases} 3x - 2y + 5z = 8, \\ 2x + 3y - z = 1, \\ x + 3y - 7z = -1. \end{cases} & 38. \begin{cases} 2x + 3y - 5z = 1, \\ x - y - z = 3, \\ 5x + 3y - 4z = 7. \end{cases} \\
39. \begin{cases} 5x + 2y - 7z = 0, \\ 3x - 2y + z = 2, \\ x - 3y + 5z = 3. \end{cases} & 40. \begin{cases} x + y + z = 3, \\ 5x - 2y + 4z = 7, \\ 8x + 2y - 7z = 3. \end{cases} &
\end{array}$$

Задача 3.

Найти производные указанных функций.

$$\begin{array}{ll}
41. \quad \text{a)} \ y = \frac{3}{5}x^2 - \frac{1}{3x^6} - \frac{1}{3x^3} + \frac{2}{\sqrt{x}} + 3, & \text{б)} \ y = (e^x + \operatorname{tg} x) \cdot (\ln x - \operatorname{ctg} x), \\
42. \quad \text{a)} \ y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{2}{3x^6} - \frac{3}{\sqrt[3]{x}} + 2, & \text{б)} \ y = \frac{\cos x - \operatorname{tg} x}{3^x - \ln x}, \\
43. \quad \text{a)} \ y = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{3x^9} + \frac{5}{\sqrt[5]{x^2}} + 1, & \text{б)} \ y = (\operatorname{arctg} x + 5^x) \cdot (\cos x - \sqrt{x}), \\
44. \quad \text{a)} \ y = \frac{1}{7}x^7 - \frac{1}{5x^5} + \frac{3}{5\sqrt{x}} + 1, & \text{б)} \ y = \frac{5 - \ln x}{\cos x - 2}, \\
45. \quad \text{a)} \ y = \frac{1}{4}x^8 - \frac{2}{x^4} + \frac{8}{\sqrt[8]{x}} + 3, & \text{б)} \ y = \frac{e^x - \sin x}{\cos x + \sqrt{x}}, \\
46. \quad \text{a)} \ y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{2x^2} - 3\sqrt[3]{x} - 4, & \text{б)} \ y = (2^x + \cos x) \cdot (\ln x - \sin x), \\
47. \quad \text{a)} \ y = \frac{7}{8}x^8 - 5\sqrt[5]{x^2} - \frac{1}{3x^3} - 1, & \text{б)} \ y = \frac{\cos x - 2^x}{\operatorname{tg} x - \sqrt{x}},
\end{array}$$

$$48. \quad \text{a) } y = \frac{3}{5}x^5 - \frac{2}{2x^3} - \frac{3}{3\sqrt[4]{x^3}} + 3,$$

$$\text{б) } y = (\arcsin x - e^x) \cdot (\ln x + 2^x),$$

$$49. \quad \text{a) } y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3x^3} - \frac{3}{7\sqrt[7]{x^3}} - 1,$$

$$\text{б) } y = \frac{5^x + \cos x}{\sqrt{x} - \operatorname{tg} x},$$

$$50. \quad \text{a) } y = 4x^3 - \frac{2}{x^2} - \frac{3}{\sqrt[5]{x}} + 1,$$

$$\text{б) } y = (\sqrt{x} + 5e^x) \cdot (\ln x + \sin x),$$

$$51. \quad \text{a) } y = 3x^4 - \frac{5}{3x^3} - 9\sqrt[3]{x^2} - 1,$$

$$\text{б) } y = \frac{\operatorname{arctg} x - \sqrt{x}}{1 + x^2},$$

$$52. \quad \text{a) } y = 2x^5 - \frac{1}{3x^3} + \frac{4}{\sqrt[4]{x}} + 3,$$

$$\text{б) } y = (x^2 - 2) \cdot (\sin x + 2^x),$$

$$53. \quad \text{a) } y = 4x^2 - \frac{5}{6x^5} + \frac{10}{\sqrt[5]{x^4}} + 3,$$

$$\text{б) } y = (1 - x^2) \cdot (\operatorname{ctg} x + 3^x),$$

$$54. \quad \text{a) } y = 3x^5 - \frac{2}{3x^3} + \frac{6}{\sqrt[3]{x^2}} + 3,$$

$$\text{б) } y = \frac{5x + \sqrt{x}}{\operatorname{ctg} x - 2},$$

$$55. \quad \text{a) } y = 3x^5 - \frac{5}{4x^4} - \frac{3}{\sqrt[3]{x^2}} + 1,$$

$$\text{б) } y = \frac{\cos x - 3^x}{\operatorname{tg} x - 5},$$

$$56. \quad \text{a) } y = 7x^4 - \frac{5}{2x^6} + \sqrt[5]{x^3} - 4,$$

$$\text{б) } y = (\sin x - \sqrt[3]{x}) \cdot (\ln x + e^x),$$

$$57. \quad \text{a) } y = 3x^2 - \frac{4}{3x^3} - \frac{3}{\sqrt[3]{x}} + 1,$$

$$\text{б) } y = \frac{\sin 8x + 2\cos 2x}{x + \ln x},$$

$$58. \quad \text{a) } y = \frac{2}{3}x^3 - \frac{2}{3x^3} - \frac{8}{\sqrt{x}} + 3,$$

$$\text{б) } y = (\cos x + \sqrt{x}) \cdot (\operatorname{tg} x + e^x),$$

$$59. \quad \text{a) } y = \frac{5}{4}x^4 - \frac{1}{6x^6} - \frac{7}{\sqrt[7]{x^2}} + 2,$$

$$\text{б) } y = \frac{\sin 3x + 2}{1 + \ln 6x},$$

$$60. \quad \text{a) } y = \frac{1}{5}x^3 - 6\sqrt[7]{x} + 5,$$

$$\text{б) } y = \frac{\sin x - \cos x}{5^x + \ln x},$$

Задача 4.

Найти интегралы.

61. a) $\int (2x - \frac{5}{x^6} - \frac{1}{\sqrt{x}} + 2)dx,$ 6) $\int \frac{1}{\cos^2(7x+1)}dx,$ B) $\int \frac{x+3}{x^2+4x-6}dx.$
62. a) $\int (2x^3 - \frac{8}{x^8} - \frac{1}{\sqrt{x}} - x)dx,$ 6) $\int e^{7x+1}dx,$ B) $\int \frac{x+2}{x^2-6x-1}dx.$
63. a) $\int (6x - \frac{5}{x^6} - \frac{4}{\sqrt[4]{x}} + \cos x)dx,$ 6) $\int x\sqrt{3x^2-7}dx,$ B) $\int \frac{x+4}{x^2+x-6}dx.$
64. a) $\int (x - \frac{5}{x^6} - 5\sqrt[5]{x} + 3)dx,$ 6) $\int e^{x^2+1}xdx,$ B) $\int \frac{x-2}{x^2+8x-3}dx.$
65. a) $\int (x^3 - \frac{2}{x^2} + \frac{1}{\sqrt{x}} + 1)dx,$ 6) $\int \cos^3 x \sin x dx,$ B) $\int \frac{x+1}{x^2-2x-6}dx.$
66. a) $\int (2x^4 - \frac{5}{x} - \sqrt{x} + x)dx,$ 6) $\int \sqrt{3x-1}dx,$ B) $\int \frac{x-3}{x^2-10x-1}dx.$
67. a) $\int (2x - \frac{1}{x^6} - \frac{1}{\sqrt{x}} + 2\ln x)dx,$ 6) $\int \sqrt[3]{\sin x} \cos x dx,$ B) $\int \frac{x+7}{x^2-6x-6}dx.$
68. a) $\int (x - \frac{2}{x^2} - \sqrt[3]{x^4} - 2)dx,$ 6) $\int \frac{1+\operatorname{tg} x}{\cos^2 x}dx,$ B) $\int \frac{x+1}{x^2+4x+2}dx.$
69. a) $\int (3x^3 - \frac{1}{x} - \frac{4}{\sqrt[4]{x}} + 7)dx,$ 6) $\int \frac{1}{x \ln x}dx,$ B) $\int \frac{x-8}{x^2+4x+2}dx.$
70. a) $\int (2x^5 - \frac{5}{x^5} - \sqrt[6]{x^2} + x)dx,$ 6) $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x}dx,$ B) $\int \frac{x-1}{x^2+6x-16}dx.$
71. a) $\int (x - \frac{3}{x^6} + x^4 - 1)dx,$ 6) $\int \frac{1}{6x+1}dx,$ B) $\int \frac{x-7}{x^2+2x-1}dx.$
72. a) $\int (2\sqrt{x} - \frac{2}{x^6} - \frac{1}{\sqrt{x}} + x)dx,$ 6) $\int \sin(8x-1)dx,$ B) $\int \frac{x+3}{x^2+2x-6}dx.$
73. a) $\int (2 - \frac{6}{x^2} - \frac{4}{\sqrt{x}} + \operatorname{tg} x)dx,$ 6) $\int \cos(4x+2)dx,$ B) $\int \frac{x}{x^2+4x+1}dx.$
74. a) $\int (4x^4 - \frac{5}{x} - \sqrt[8]{x^6} + 2)dx,$ 6) $\int \cos x \sqrt{\sin x} dx,$ B) $\int \frac{x+5}{x^2-8x-6}dx.$
75. a) $\int (2x + \frac{5}{x^6} - \frac{1}{\sqrt{x}} + e^x)dx,$ 6) $\int \frac{(1+\ln x)^2}{6x}dx,$ B) $\int \frac{x+1}{x^2-2x-16}dx.$
76. a) $\int (x - \frac{3}{x^6} + \sqrt[5]{x} + 4)dx,$ 6) $\int \frac{1}{\sin^2(5x+1)}dx,$ B) $\int \frac{x-7}{x^2+8x+1}dx.$

$$77. \text{ а) } \int \left(x - \frac{7}{x^2} - \frac{8}{\sqrt{x}} + 3 \right) dx,$$

$$6) \int \frac{1}{x(\ln x + 1)^2} dx,$$

$$в) \int \frac{2x+1}{x^2+8x-6} dx.$$

$$78. \text{ а) } \int \left(2x + x^6 - \frac{1}{\sqrt{x}} + 2 \right) dx,$$

$$6) \int \frac{1}{(6x+2)^3} dx,$$

$$в) \int \frac{2x+3}{x^2-6x-6} dx.$$

$$79. \text{ а) } \int \left(x - \frac{3}{x^6} - \frac{1}{\sqrt[4]{x}} - 4^x \right) dx,$$

$$6) \int \frac{x}{\sqrt{1-x^4}} dx,$$

$$в) \int \frac{x+3}{x^2+12x-6} dx.$$

$$80. \text{ а) } \int \left(2x^2 - 2^x - \frac{1}{\sqrt{x}} + 2 \right) dx,$$

$$6) \int x\sqrt{2x^2-1} dx,$$

$$в) \int \frac{2x+3}{x^2-8x-2} dx.$$

Задача №5

Построить множество решений систем линейных неравенств и найти координаты их угловых точек .

$$81. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 8 \geq 0, \\ x_1 - 2x_2 \leq 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 32 \leq 0, \\ x_1 \leq 7. \end{cases}$$

$$82. \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 6, \\ 2x_1 - x_2 \leq 4, \\ x_1 \leq 3, \\ x_2 \leq 4, \\ x_1 + 2x_2 \geq 4. \end{cases}$$

$$83. \begin{cases} x_1 + x_2 - 6 \leq 0, \\ x_1 + x_2 - 2 \geq 0, \\ x_1 - 2x_2 \geq 0, \\ x_1 \leq 5, \\ 0 \leq x_2 \leq 3. \end{cases}$$

$$84. \begin{cases} 3x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ 4x_1 - x_2 \leq 0, \\ x_1 - 6x_2 \leq -6, \\ x_1 \leq 3. \end{cases}$$

$$85. \begin{cases} 4x_1 - x_2 + 8 \geq 0, \\ x_1 + x_2 - 4 \geq 0, \\ x_1 + 3x_2 - 6 \geq 0, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$86. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2 \geq 0, \\ 3x_1 - 4x_2 + 12 \geq 0, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$87. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 16, \\ x_1 + 2x_2 \geq 8, \\ x_1 \geq 2, \\ x_2 \geq 1. \end{cases}$$

$$88. \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 6, \\ 2x_1 - x_2 \leq 4, \\ x_1 \leq 3, \\ x_2 \leq 4, \\ x_1 + 2x_2 \leq 4. \end{cases}$$

$$89. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4 \geq 0, \\ x_1 + x_2 - 3 \geq 0, \\ x_1 + x_2 - 7 \geq 0, \\ x_1 \leq 6, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$90. \begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + 15 \geq 0, \\ x_1 + x_2 - 2 \leq 0, \\ x_1 \geq -7, \\ 0 \leq x_2 \leq 8. \end{cases}$$

$$91. \begin{cases} 5x_1 - 2x_2 - 10 \leq 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 10 \geq 0, \\ x_1 + 2x_2 - 6 \geq 0, \\ x_1 \geq 0. \end{cases}$$

$$92. \begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 1, \\ x_1 + x_2 \geq 1, \\ x_1 - x_2 \leq 2, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$93. \begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 12, \\ 2x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 \geq 2, \\ x_2 \leq 2. \end{cases}$$

$$94. \begin{cases} x_1 + x_2 - 2 \geq 0, \\ x_1 - 2x_2 \geq 0, \\ x_1 \leq 4, \\ x_2 \geq 1. \end{cases}$$

$$95. \begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 0, \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ x_1 \geq -3, \\ x_2 \leq 8. \end{cases}$$

$$96. \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 7, \\ 2x_1 - x_2 + 4 \geq 0, \\ x_1 \leq 5, \\ x_2 \leq 4. \end{cases}$$

$$97. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 10, \\ 5x_1 - 2x_2 - 8 \geq 0, \\ 0 \leq x_1 \leq 3. \end{cases}$$

$$98. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 6 \geq 0, \\ x_1 + x_2 \leq 7, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \leq 8. \end{cases}$$

$$99. \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 \geq 1, \\ x_1 - x_2 \leq 3, \\ x_2 \leq 4. \end{cases}$$

$$100. \begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 5, \\ x_1 + x_2 \leq 3, \\ x_1 \geq -4. \end{cases}$$

Задача №6

Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями.

$$101. \quad 3x^2 - 4y = 0, \quad 2x - 4y + 1 = 0.$$

$$102. \quad 2x^2 + 4y = 0, \quad 2x - 4y - 1 = 0.$$

$$103. \quad 2x + 3y^2 = 0, \quad 2x + 2y + 1 = 0.$$

$$104. \quad 3x^2 - 4y = 0, \quad 2x + 4y - 1 = 0.$$

$$105. \quad 3x^2 + 4y = 0, \quad 2x + 4y + 1 = 0.$$

$$106. \quad 2x - 3x^2 = 0, \quad 2x + 2y - 1 = 0.$$

$$107. \quad 3x^2 - 2y = 0, \quad 2x - 2y - 1 = 0.$$

$$108. \quad 4x + 3y^2 = 0, \quad 4x + 2y + 1 = 0.$$

$$109. \quad 3x^2 - 2y = 0, \quad 2x + 2y - 1 = 0.$$

$$110. \quad 4x - 3y^2 = 0, \quad 4x + 2y - 1 = 0.$$

$$111. \quad y = x^3 + 3, \quad x = 0, \quad y = x - 1, \quad x = 2.$$

$$112. \quad y = x^3 + 2, \quad x = 0, \quad y = x - 2, \quad x = 2.$$

$$113. \quad y = x^3 + 1, \quad x = 0, \quad y = x - 3, \quad x = 2.$$

$$114. \quad y = x^3 - 1, \quad x = 0, \quad y = x - 5, \quad x = 2.$$

$$115. \quad y = x^3 - 2, \quad x = 0, \quad y = x - 6, \quad x = 2.$$

$$116. \quad y = x^3 + 3, \quad x = 0, \quad y = x + 7, \quad x = -2.$$

$$117. \quad y = x^3 + 2, \quad x = 0, \quad y = x + 6, \quad x = -2.$$

$$118. \quad y = x^3 + 1, \quad x = 0, \quad y = x + 5, \quad x = -2.$$

$$119. \quad y = x^3 - 1, \quad x = 0, \quad y = x + 3, \quad x = -2.$$

$$120. \quad y = x^3 - 2, \quad x = 0, \quad y = x + 2, \quad x = -2.$$

3.2. Методические указания по выполнению контрольной работы № 2

Задача 7.

Вероятность заморозков в мае в некоторой местности 0,3. Найти вероятность, что три дня подряд будут заморозки.

Решение.

Обозначим через В событие, состоящее в появлении трех дней с заморозками.

Событие $A = \{\text{день с заморозками}\}$ $P(A) = 0,3$, $B = A \cdot A \cdot A$, тогда $P(B) = P(A) \cdot P(A) \cdot P(A) = 0,3 \cdot 0,3 \cdot 0,3 = 0,027$.

Задания для контрольной работы №2

Задача 1. Найти решение задачи Коши.

Уравнение $y' = ky$ описывает прирост дрожжевого фермента, где k – коэффициент пропорциональности, $y = y(t)$ – количество фермента в момент времени t . Найти закон прироста дрожжевого фермента с течением времени и количество фермента в момент времени T .

$$1. \quad y_0 = 12, \quad T = 2, \quad k(t) = \frac{3}{4 + 6t}.$$

$$2. \quad y_0 = 18, \quad T = 8, \quad k(t) = \frac{2}{9 + 4t}.$$

$$3. \quad y_0 = 90, \quad T = 8, \quad k(t) = \frac{1}{9 + 2t}.$$

$$4. \quad y_0 = 12, \quad T = 2, \quad k(t) = \frac{1}{1 + 21t}.$$

$$5. \quad y_0 = 14, \quad T = 3, \quad k(t) = \frac{3}{2 + t}.$$

$$6. \quad y_0 = 10, \quad T = 2, \quad k(t) = \frac{4}{3 + 2t}.$$

$$7. \quad y_0 = 100, \quad T = 12, \quad k(t) = \frac{1}{25 + 2t}.$$

$$8. \quad y_0 = 50, \quad T = 4, \quad k(t) = \frac{2}{1 + 6t}.$$

$$9. \quad y_0 = 18, \quad T = 2, \quad k(t) = \frac{3}{1 + 2t}.$$

$$10. \quad y_0 = 80, \quad T = 2, \quad k(t) = \frac{6}{1 + 3t}.$$

$$11. \quad y_0 = 200, \quad T = 3, \quad k(t) = (2t - 4)^3.$$

$$12. \quad y_0 = 40, \quad T = 4, \quad k(t) = (5t - 1)^4.$$

$$13. \quad y_0 = 2, \quad T = 10, \quad k(t) = \frac{2}{t - 5}.$$

$$14. \quad y_0 = 20, \quad T = 2, \quad k(t) = (2t - 2)^3.$$

15. $y_0 = 30$, $T = 3$, $k(t) = (3t - 4)^2$. 16. $y_0 = 10$, $T = 5$, $k(t) = (2t - 8)^4$.
 17. $y_0 = 10$, $T = 2$, $k(t) = (2t - 4)^3$. 18. $y_0 = 5$, $T = 10$, $k(t) = (2t - 4)^2$.
 19. $y_0 = 50$, $T = 3$, $k(t) = (5t - 4)^3$. 20. $y_0 = 20$, $T = 5$, $k(t) = (2t - 9)^3$.

Задача 2.

21–25. У каракульских овец серый цвет (ширази) шерстного покрова (С) доминирует над черными (с), гомозиготные по гену С гибнут. В отаре частота серых овец (Сс) равна a , черных овец (сс) – b . Найти вероятность появления серого ягненка у случайно выбранной овцы при скрещивании с серым бараном.

21. $a = 0,7$, $b = 0,3$.
 22. $a = 0,8$, $b = 0,2$.
 23. $a = 0,75$, $b = 0,25$.
 24. $a = 0,6$, $b = 0,4$.
 25. $a = 0,65$, $b = 0,35$.

26–30. В стаде частота красных коров (КК) равна a , частота чалых коров (Кк) равна b , ещё в стаде есть белые коровы (кк). Найти вероятность появления у случайно выбранной коровы красного теленка при скрещивании с красным быком.

26. $a = 0,2$, $b = 0,6$.
 27. $a = 0,3$, $b = 0,6$.
 28. $a = 0,5$, $b = 0,2$.
 29. $a = 0,2$, $b = 0,4$.
 30. $a = 0,2$, $b = 0,3$.

31–35. У андалузских кур ген черного оперения (В) и белого оперения (в) в гетерозиготном состоянии дают голубую окраску. На ферме есть черные, белые и голубые петухи. Частота черных петухов равна a , голубых – b . Найти вероятность появления белого цыпленка из яйца голубой курицы.

31. $a = 0,2$, $b = 0,6$.
 32. $a = 0,3$, $b = 0,6$.
 33. $a = 0,35$, $b = 0,25$.
 34. $a = 0,2$, $b = 0,4$.
 35. $a = 0,2$, $b = 0,3$.

36–40. На ферме частота темных норок (ТТ) равна a , частота кохинуровых норок (Тт) равна b . Найти вероятность появления у случайно выбранной норки белого щенка при скрещивании с кохинуровым самцом.

36. $a = 0,7$, $b = 0,3$.

37. $a = 0,8$, $b = 0,2$.

38. $a = 0,75$, $b = 0,25$.

39. $a = 0,6$, $b = 0,4$.

40. $a = 0,65$, $b = 0,35$.

Задача 3.

В задачах **41 – 60** найти закон распределения, математическое ожидание и дисперсию случайной величины X . Построить график функции распределения.

41. Среди 10 агрегатов 6 нуждаются в дополнительной отладке. X – число агрегатов, нуждающихся в дополнительной отладке, среди пяти наудачу отобранных из общего числа.

42. Вероятность поражения вирусным заболеванием куста смородины равна 0,3. X – число кустов смородины, заражённых вирусом, из четырёх посаженных кустов.

43. Радист вызывает корреспондента, причём каждый последующий вызов производится лишь в том случае, если предыдущий вызов не принят, но не более 5. Вероятность того, что корреспондент примет вызов, равна 0,7. X – число произведенных вызовов.

44. Среди 10 изготовленных приборов 3 неточных. X – число неточных приборов среди взятых наудачу четырёх приборов.

45. Имеется 8 изделий, из которых 3 дефектных. Для контроля взято наудачу 3 изделия. X – число дефектных изделий в выборке.

46. Вероятность досрочно сдать экзамен на «5» для каждого из четырех сдающих студентов равна 0,6. X – число студентов (из этих четырех), сдавших этот экзамен на «5».

47. В программе экзамена 45 вопросов, из которых студент знает 30. В билете 3 вопроса. X – число вопросов билета, которые знает студент.

48. Бросают две игральные кости. X – модуль разности числа выпавших очков.

49. Производятся независимые испытания трех приборов. Вероятности отказа для них 0,2, 0,3, 0,1 соответственно. X – число отказавших приборов.

50. Вероятность, что покупателю потребуется обувь 42 размера, равна 0,3. В магазине 3 покупателя. X – число покупателей, находящихся в магазине, которым требуется обувь 42 размера.

51. У стрелка, вероятность попадания которого в мишень равна 0,65 при каждом выстреле, имеется 5 патронов. Стрельба прекращается при первом же попадании. X – число оставшихся патронов.

52. По мишени одновременно стреляют 3 стрелка, вероятности попаданий которых равны соответственно 0,65; 0,7 и 0,8. X – число попаданий.

53. Производится выстрел из трёх орудий одновременно по цели с вероятностями попадания 0,5; 0,6 и 0,7 для каждого орудия. X – число попаданий.

54. Вероятность попадания в цель из орудия при первом выстреле равна 0,3; при втором – 0,4; при третьем – 0,5; при четвёртом – 0,9. Стрельба ведётся до первого попадания, но не свыше 4 выстрелов. X – число попыток.

55. Вероятность попадания в цель из орудия при первом выстреле равна 0,1; при втором 0,3; при третьем 0,5; при четвёртом 0,8. Производятся 4 выстрела. X – число попаданий в цель.

56. Одновременно бросаются 4 монеты. X – число выпавших «орлов».

57. В урне 5 чёрных, 3 белых и 2 красных шара. Наугад вынимают 3 шара. X – число различных цветов среди вынутых шаров.

58. Производятся последовательные независимые испытания пяти приборов на надёжность. Следующий проверяется только в том случае, если предыдущий прибор оказался ненадёжным. Каждый прибор надёжен с вероятностью 0,7. X – число проверенных приборов.

59. В приборе имеются три элемента, вероятности отказа которых за определённое время равны соответственно 0,2; 0,3; 0,4. Отказы элементов независимы. X – число отказавших элементов.

60. По мишени одновременно стреляют 4 стрелка с вероятностью попадания 0,6 для каждого. X – число попаданий.

Задача 4

В задачах **61–65** приводятся данные об измерении диаметра сосны в см (X) и её высоты в м (Y). Вычислить коэффициент корреляции и найти уравнение прямой регрессии Y на X . Описать коэффициенты корреляции, регрессии, детерминации. Построить график регрессии и поле корреляции на одном графике.

61	X	20	22	25	27	28	29	30	32	42	45
	Y	18	19	20	21	22	22	23	24	25	26
62	X	18	20	21	24	26	28	29	31	33	40
	Y	16	17	18	19	20	20	21	22	23	24

63	<i>X</i>	19	20	21	23	24	29	30	31	38	41
	<i>Y</i>	17	19	18	19	20	21	22	25	27	28
64	<i>X</i>	19	21	23	24	25	27	28	30	31	35
	<i>Y</i>	17	18	19	21	21	23	24	25	25	27
65	<i>X</i>	21	23	24	25	27	29	30	32	33	38
	<i>Y</i>	18	19	21	22	23	24	25	25	26	27

В задачах **66–70** приводятся данные о весе зерна в мг (*X*) и процентном содержании жира в нём (*Y*). Вычислить коэффициент корреляции и найти уравнение прямой регрессии *Y* на *X*. Описать коэффициенты корреляции, регрессии, детерминации. Построить график регрессии и поле корреляции на одном графике.

66	<i>X</i>	35	40	45	48	49	47	45	40	36	35
	<i>Y</i>	4	5	6	7	7	6	8	8	4	5
67	<i>X</i>	38	41	44	45	50	51	49	40	39	33
	<i>Y</i>	3	9	8	5	5	7	6	9	4	4
68	<i>X</i>	37	39	42	44	49	48	48	39	40	34
	<i>Y</i>	3	3	5	8	8	7	6	4	4	2
69	<i>X</i>	36	38	35	39	40	42	43	38	39	41
	<i>Y</i>	3	4	2	5	6	7	7	5	6	7
70	<i>X</i>	36	37	38	35	36	40	41	43	35	38
	<i>Y</i>	4	5	5	6	4	7	7	6	5	6

В задачах **71–75** приводятся данные о суточном привесе овец при двух типах рационов. Первая группа (*X*) получала обычный рацион, вторая (*Y*) – рацион с минеральными добавками. Проверить гипотезу о равенстве средних привесов при $\alpha = 0,05$.

71	<i>X</i>	0,14	0,15	0,17	0,19	0,21	0,23	0,24	0,17	0,21	0,15
	<i>Y</i>	0,25	0,2	0,27	0,23	0,30	0,28				
72	<i>X</i>	0,12	0,13	0,16	0,14	0,2	0,25	0,2	0,18	0,2	0,21
	<i>Y</i>	0,24	0,26	0,2	0,3	0,27	0,23	0,25			
73	<i>X</i>	0,13	0,15	0,13	0,16	0,17	0,2	0,18	0,16	0,23	0,21
	<i>Y</i>	0,25	0,21	0,19	0,24	0,27	0,29				
74	<i>X</i>	0,19	0,13	0,16	0,15	0,19	0,13	0,12	0,18	0,21	0,12
	<i>Y</i>	0,21	0,23	0,26	0,31	0,24	0,25				
75	<i>X</i>	0,12	0,17	0,13	0,2	0,18	0,14	0,15			
	<i>Y</i>	0,2	0,25	0,21	0,22	0,19	0,23	0,21	0,25	0,26	

В задачах **76–80** приводятся данные о замерах высоты растений подсолнечника в двух группах растений с разными способами возделывания. Первая группа (X) – весенний посев при нормальной глубине заделки, вторая (Y) – посев под зиму с глубокой заделкой семян. Проверить гипотезу о равенстве средней высоты при $\alpha = 0,05$.

76	X	14,5	16	15	14	15,5	15	16			
	Y	21	14	16,5	19,5	19	18	19,5			
77	X	13	14	14,5	12,5	14	13,5	15			
	Y	20	19	18,5	19,5	21	20,5	20	21,5		
78	X	13,5	12	14,5	15	14	14,5				
	Y	18,5	19	20	20,5	19,5	18	17			
79	X	13,5	14	13	15	14,5	16,5	15			
	Y	21	20,5	19	18	16	19,5	19,5	19		
80	X	14	14,5	16	15,5	19	15	15,5	14,5	13	
	Y	22	22,5	19,5	18,5	17	24				

РАЗДЕЛ 4. ПЕРЕЧЕНЬ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ВОПРОСОВ К ЭКЗАМЕНУ

1. Определители. Вычисление определителей 3-го порядка
2. Матрицы.
3. Решение систем линейных уравнений по правилу Крамера и методом Гаусса
4. Уравнение прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых..
5. Применение методов аналитической геометрии к задачам оптимизации с/х. производства.
6. Функция, предел функции
7. Замечательные пределы
8. Производная функции, основные правила дифференцирования
9. Дифференциал функции
10. Первообразная функция. Неопределенный интеграл
11. Определенный интеграл
12. Приложения определенного интеграла в биологии и геометрии
13. Дифференциальные уравнения
14. Ряды.
15. События. Вероятность события
16. Теорема сложения и умножения вероятностей
17. Формулы: Бернулли, Пуассона, Муавра-Лапласа
18. Дискретные, случайные величины, их числовые характеристики
19. Непрерывные случайные величины. Интегральные и дифференциальные функции распределения
20. Нормальное распределение. Правило 3-х сигм
21. Теорема Ляпунова.
22. Основные понятия и определения математической статистики
23. Функциональная статистическая связь. Корреляционная связь.
24. Задачи и назначение корреляционно-регрессионного анализа.
25. Линейная регрессия и корреляция: смысл и оценка параметров.
26. Проверка гипотез.

РАЗДЕЛ 5. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

- 1 Шипачев В.С. Высшая математика: Учебник / В.С. Шипачев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 479 с.

Дополнительная литература:

1. Гильдерман Ю.И. Лекции по высшей математике для биологов. 1974.
2. Зайцев И.А. Высшая математика 1991.

Содержание

РАЗДЕЛ 1. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ	3
1.1. Цели и задачи курса	3
1.2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы (ООП)	3
1.3. Требования к результатам освоения дисциплины	3
1.4. Объем дисциплины и виды учебной работы	5
РАЗДЕЛ 2. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНЫХ МОДУЛЕЙ ДИСЦИПЛИНЫ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИХ ИЗУЧЕНИЮ	5
2.1. Модуль1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия	5
2.2. Модуль 2 . Введение в математический анализ	5
2.3. Модуль3. Интегральное исчисление функций одной переменной	6
2.4. Модуль 4. Дифференциальные уравнения.	7
2.5. Модуль 5 Ряды	7
2.6. Модуль6. Теория вероятностей	8
2.7. Модуль 7. Математическая статистика	9
РАЗДЕЛ 3. ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИХ ВЫПОЛНЕНИЮ	10
3.1. Общие указания по выполнению контрольных работ	10
3.2. Методические указания по выполнению контрольной работы	11
РАЗДЕЛ 4. ПЕРЕЧЕНЬ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ВОПРОСОВ К ЭКЗАМЕНУ	25
РАЗДЕЛ 5. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА	25
Приложения	27

Приложение 1

Таблица значений F-критерия Фишера при уровне значимости $\alpha=0,05$

K ₂ – степени свободы для меньшей (внутригрупповой дисперсии)	K ₁ – степени свободы для большей (межгрупповой) дисперсии								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9

2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	13,97	19,38
4	7,71	6,94	6,94	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00
6	5,99	5,14	4,76	3,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18
10	4,96	4,10	3,71	3,84	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02
12	4,75	3,88	3,40	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,77	2,70	2,65
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,59	2,51	2,46
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,52	2,45	2,40
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,61	2,42	2,36	2,20
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,41	2,34	2,28
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,30	2,25
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,43	2,27	2,21
40	4,08	3,23	2,48	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	3,13	2,07
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04
80	3,96	3,11	2,72	2,48	2,33	2,21	2,12	2,05	1,99
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,10	2,03	1,97
200	3,04	3,04	2,65	2,41	2,26	2,14	2,05	1,98	1,92

Приложение 2

Критические значения t-критерия Стьюдента при уровне значимости 0,10; 0,05; 0,01 (двухсторонней).

Число степеней свободы ν	Уровень значимости α (двусторонняя критическая область)			ν	α		
	0,10	0,05	0,01		0,10	0,05	0,01
1	6,3138	12,706	63,657	18	1,7341	2,1009	2,8784
2	2,9200	4,3027	9,9248	19	1,7291	2,0930	2,8609
3	2,3534	3,1825	5,8409	20	1,7247	2,0860	2,8453
4	2,1318	2,7764	4,6041	21	1,7207	2,0796	2,8314
5	2,0150	2,5706	4,0321	22	1,7171	2,0739	2,8188
6	1,9432	2,4469	3,7074	23	1,7139	2,0687	2,8073
7	1,8946	2,3646	3,4995	24	1,7109	2,0639	2,7969
8	1,8595	2,3060	3,3554	25	1,7081	2,0595	2,7874
9	1,8331	2,2622	3,2498	26	1,7056	2,0555	2,7787
10	1,8125	2,2281	3,1693	27	1,7033	2,0518	2,7707
11	1,7959	2,2010	3,1058	28	1,7011	2,0484	2,7633
12	1,7823	2,1788	3,0545	29	1,6991	2,0452	2,7564
13	1,7709	2,1604	3,0123	30	1,6973	2,0423	2,7500
14	1,7613	2,1448	2,9768	40	1,6839	2,0211	2,7045
15	1,7530	2,1315	2,9467	60	1,6707	2,0003	2,6603
16	1,7459	2,1199	2,9208	120	1,6577	1,9799	2,6603
17	1,7396	2,1098	2,8982	∞	1,6449	1,9600	2,5758

Таблица значений функции $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-z^2/2} dz$

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,00	0,0000	0,52	0,1985	1,04	0,3508	1,56	0,4406	2,16	0,4846
0,01	0,0040	0,53	0,2019	1,05	0,3531	1,57	0,4418	2,18	0,4854
0,02	0,0080	0,54	0,2054	1,06	0,3554	1,58	0,4429	2,20	0,4861
0,03	0,0120	0,55	0,2088	1,07	0,3577	1,59	0,4441	2,22	0,4868
0,04	0,0160	0,56	0,2123	1,08	0,3599	1,60	0,4452	2,24	0,4875
0,05	0,0199	0,57	0,2157	1,09	0,3621	1,61	0,4463	2,26	0,4881
0,06	0,0239	0,58	0,2190	1,10	0,3643	1,62	0,4474	2,28	0,4887
0,07	0,0279	0,59	0,2224	1,11	0,3665	1,63	0,4484	2,30	0,4893
0,08	0,0319	0,60	0,2257	1,12	0,3686	1,64	0,4495	2,32	0,4898
0,09	0,0359	0,61	0,2291	1,13	0,3708	1,65	0,4505	2,34	0,4904
0,10	0,0398	0,62	0,2324	1,14	0,3729	1,66	0,4515	2,36	0,4909
0,11	0,0438	0,63	0,2357	1,15	0,3749	1,67	0,4525	2,38	0,4913
0,12	0,0478	0,64	0,2389	1,16	0,3770	1,68	0,4535	2,40	0,4918
0,13	0,0517	0,65	0,2422	1,17	0,3790	1,69	0,4545	2,42	0,4922
0,14	0,0557	0,66	0,2454	1,18	0,3810	1,70	0,4554	2,44	0,4927
0,15	0,0596	0,67	0,2486	1,19	0,3830	1,71	0,4564	2,46	0,4931
0,16	0,0636	0,68	0,2517	1,20	0,3849	1,72	0,4573	2,48	0,4934
0,17	0,0675	0,69	0,2549	1,21	0,3869	1,73	0,4582	2,50	0,4938
0,18	0,0714	0,70	0,2580	1,22	0,3888	1,74	0,4591	2,52	0,4941
0,19	0,0753	0,71	0,2611	1,23	0,3907	1,75	0,4599	2,54	0,4945
0,20	0,0793	0,72	0,2642	1,24	0,3925	1,76	0,4608	2,56	0,4948
0,21	0,0832	0,73	0,2673	1,25	0,3944	1,77	0,4616	2,58	0,4951
0,22	0,0871	0,74	0,2703	1,26	0,3962	1,78	0,4626	2,60	0,4953
0,23	0,0910	0,75	0,2734	1,27	0,3980	1,79	0,4633	2,62	0,4956
0,24	0,0948	0,76	0,2764	1,28	0,3997	1,80	0,4641	2,64	0,4959
0,25	0,0987	0,77	0,2794	1,29	0,4015	1,81	0,4649	2,66	0,4961
0,26	0,1026	0,78	0,2823	1,30	0,4032	1,82	0,4656	2,68	0,4963
0,27	0,1064	0,79	0,2852	1,31	0,4049	1,83	0,4664	2,70	0,4965
0,28	0,1103	0,80	0,2881	1,32	0,4066	1,84	0,4671	2,72	0,4967
0,29	0,1141	0,81	0,2910	1,33	0,4082	1,85	0,4678	2,74	0,4969

0,30	0,1179	0,82	0,2939	1,34	0,4099	1,86	0,4686	2,76	0,4971
0,31	0,1217	0,83	0,2967	1,35	0,4115	1,87	0,4693	2,78	0,4973
0,32	0,1255	0,84	0,2995	1,36	0,4131	1,88	0,4699	2,80	0,4974
0,33	0,1293	0,85	0,3023	1,37	0,4147	1,89	0,4706	2,82	0,4976
0,34	0,1331	0,86	0,3051	1,38	0,4162	1,90	0,4713	2,84	0,4977
0,35	0,1368	0,87	0,3078	1,39	0,4177	1,91	0,4719	2,86	0,4979
0,36	0,1406	0,88	0,3106	1,40	0,4192	1,92	0,4726	2,88	0,4980
0,37	0,1443	0,89	0,3133	1,41	0,4207	1,93	0,4732	2,90	0,4981
0,38	0,1480	0,90	0,3159	1,42	0,4222	1,94	0,4738	2,92	0,4982
0,39	0,1517	0,91	0,3186	1,43	0,4236	1,95	0,4744	2,94	0,4984
0,40	0,1554	0,92	0,3212	1,44	0,4251	1,96	0,4750	2,96	0,4985
0,41	0,1591	0,93	0,3238	1,45	0,4265	1,97	0,4756	2,98	0,4986
0,42	0,1628	0,94	0,3264	1,46	0,4279	1,98	0,4761	3,00	0,49865
0,43	0,1664	0,95	0,3289	1,47	0,4292	1,99	0,4767	3,20	0,49931
0,44	0,1700	0,96	0,3315	1,48	0,4306	2,00	0,4772	3,40	0,49966
0,45	0,1736	0,97	0,3340	1,49	0,4319	2,02	0,4783	3,60	0,499841
0,46	0,1772	0,98	0,3365	1,50	0,4332	2,04	0,4793	3,80	0,499928
0,47	0,1808	0,99	0,3389	1,51	0,4345	2,06	0,4803	4,00	0,499968
0,48	0,1844	1,00	0,3413	1,52	0,4357	2,08	0,4812	4,50	0,499997
0,49	0,1879	1,01	0,3438	1,53	0,4370	2,10	0,4821	5,00	0,499997
0,50	0,1915	1,02	0,3461	1,54	0,4382	2,12	0,4830		
0,51	0,1950	1,03	0,3485	1,55	0,4394	2,14	0,4838		

Приложение 4

Таблица значений функции $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3985	3961	3956	3951	3945	3939	3932	2925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3652	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144

0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	1878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0335	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

