

ФГБОУ ВО НОВОСИБИРСКИЙ ГАУ

Кафедра математики и физики

Рег. № ТнМФ.03-11318  
«02» 07 2020 г.

**УТВЕРЖДЕН**

на заседании кафедры

Протокол от «11» 06 2020 г. № 12  
Заведующий кафедрой математики и фи-  
зики

  
(подпись)

В.Н. Бабин

**ФОНД  
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**Б1.Б.11 ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТИ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ  
СТАТИСТИКА**

38.03.04 Государственное и муниципальное управление

Код и наименование направления подготовки

профиль:

основной вид деятельности: **организационно-управленческая**

дополнительный вид деятельности:

(профиль и виды деятельности)

Новосибирск 2020

**Паспорт  
фонда оценочных средств**

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1.	Основные понятия и теоремы теории вероятностей. Схема Бернулли.	ОК-7 ОПК-2 ОПК-5	–Вопросы для собеседования –Типовые задачи –Задания для контрольной работы –Тесты
2.	Одномерные случайные величины и их распределения. Числовые характеристики распределений.	ОК-7 ОПК-2 ОПК-5	–Вопросы для собеседования –Типовые задачи –Задания для контрольной работы –Тесты
3.	Двумерные случайные величины и их распределения. Числовые характеристики распределений. Закон больших чисел и центральная предельная теорема.	ОК-7 ОПК-2 ОПК-5	–Вопросы для собеседования –Типовые задачи –Задания для контрольной работы
4.	Основные задачи и понятия математической статистики	ОК-7 ОПК-2 ОПК-5	–Вопросы для собеседования –Типовые задачи –Задания для контрольной работы –Тесты
5.	Оценки параметров распределения	ОК-7 ОПК-2 ОПК-5	–Вопросы для собеседования –Типовые задачи –Задания для контрольной работы –Тесты
6.	Элементы теории корреляционного анализа и проверки гипотез	ОК-7 ОПК-2 ОПК-5	–Вопросы для собеседования –Типовые задачи –Задания для контрольной работы

## ВВЕДЕНИЕ

Разработанный фонд оценочных средств (ФОС) по дисциплине *Теория вероятности и математическая статистика* представляет собой совокупность контрольно-измерительных материалов (КИМ), предназначенных для измерения уровня достижения студентом необходимых знаний, умений, навыков и уровня сформированности компетенций, определенных в ФГОС ВО по направлению подготовки **38.03.04 Государственное и муниципальное управление**.

В ФОС входят оценочные средства текущего контроля успеваемости и оценочные средства промежуточной аттестации студентов, соответствующие требованиям рабочей программы реализуемой учебной дисциплины на каждом этапе обучения.

### 1. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Текущая аттестация студентов по дисциплине «Теория вероятности и математическая статистика» проводится в соответствии с локальными документами НГАУ, является обязательной и осуществляется ведущим преподавателем.

Фонд оценочных средств текущего контроля успеваемости по дисциплине «Теория вероятности и математическая статистика» включает:

- вопросы для собеседования;
- типовые задачи (задания);
- тесты;
- задания для контрольной работы.

#### 1.1. Критерии оценки

##### ***Критерии оценки результатов собеседования:***

– Если студент правильно отвечал на вопросы, обращенные к нему преподавателем, то ему ставится отметка «зачтено» в журнал преподавателя.

– Если студент неправильно отвечал на вопросы, обращенные к нему преподавателем, или не отвечал вовсе, то ему ставится отметка «не зачтено».

##### ***Критерии оценки результатов тестирования:***

– оценка «отлично» выставляется студенту, если процент правильных ответов составляет 80-100%;

– оценка «хорошо» - 60-79%;

– оценка «удовлетворительно» - 40-59%;

– оценка «неудовлетворительно» - менее 40%.

##### ***Критерии оценки решения типовых задач (заданий):***

– если студент без ошибок и в срок выполнял задания, данные преподавателем, то ему ставится отметка «зачтено» в журнал преподавателя напротив соответствующего задания.

– если студент с ошибками выполнил задание или не выполнил его вовсе, то ему ставится отметка «не зачтено».

##### ***Критерии оценки выполнения контрольных работ***

– оценка «отлично» выставляется при правильно выполненной задаче, аккуратно и чисто, в соответствии с требованиями, оформленном решении;

– оценка «хорошо» выставляется при правильно решенной задаче и при наличии в ходе выполнения незначительных помарок;

- оценка «удовлетворительно» выставляется, если после проверки в задаче будут исправлены все ошибки, и она будет оформлена в соответствии с пунктом выше.
- во всех остальных случаях работа не засчитывается и выдается другой вариант.

## **1.2. Описание оценочных средств по разделам (темам) дисциплины**

### **Раздел 1. Основные понятия и теоремы теории вероятностей. Схема Бернулли**

#### **Вопросы для собеседования**

1. Что такое случайный эксперимент?
2. Сформулируйте определение ПЭИ и случайного события.
3. Какие операции над событиями вы знаете?
4. Какие события называются несовместными (попарно несовместными)?
5. Дайте определение полной группы событий.
6. Какое ПЭИ называют дискретным?
5. Как определяется вероятность на дискретном ПЭИ?
7. Перечислите основные свойства вероятности.
8. Сформулируйте и запишите теорему сложения вероятностей для совместных событий.
9. Какие определения вероятности случайного события вы знаете?
10. Дайте классическое определение вероятности случайного события.
11. Сформулируйте основные правила комбинаторики?
12. Какие схемы выбора вы знаете? Сколькими способами можно осуществить выбор в каждой из этих схем?
13. Дайте определение геометрической вероятности.
14. Что такое статистическая устойчивость? Дайте статистическое определение вероятности случайного события.
15. Дайте определение условной вероятности.
16. Сформулируйте теорему умножения вероятностей.
17. Какие события называют независимыми (независимыми в совокупности)?
18. Запишите формулу полной вероятности и формулу Байеса.
19. Дайте определение схемы Бернулли.
20. Запишите формулу Бернулли.
21. Сформулируйте теорему Пуассона.
22. Сформулируйте локальную теорему Муавра-Лапласа.
23. Сформулируйте интегральную теорему Муавра-Лапласа.

#### **Варианты для устного опроса при текущем контроле успеваемости**

##### **Вариант № 1.**

1. Невозможное и достоверное события.
2. Сумма и произведение событий.
3. Формула полной вероятности.
4. Наивероятнейшее число.
5. Формула Пуассона.
6. Геометрическая вероятность.

##### **Вариант № 2.**

1. Пространство элементарных событий.
2. Виды выборок.
3. Полная группа событий.
4. Свойство нормированной функции Лапласа.
5. Повторные независимые испытания (схема Бернулли).

##### **Вариант № 3.**

1. Пространство элементарных исходов.
2. Условная вероятность.
3. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
4. Свойство нормированной функции Гаусса.
5. Виды событий.

#### Вариант № 4.

1. Равновозможные события.
2. Число сочетаний.
3. Локальная теорема Муавра-Лапласа.
4. Формула полной вероятности.
5. Геометрическая вероятность.

#### Вариант № 5.

1. Классическое определение вероятности.
2. Формула Байеса.
3. Наивероятнейшее число.
4. Вероятность хотя бы одного события.
5. Свойства нормированных функций Гаусса и Лапласа.

#### Вариант № 6.

1. Принцип умножения.
2. Противоположные события.
3. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
4. Статистическое определение вероятности.
5. Совместность событий.

#### Типовые задачи

1. Сколько существует способов приобрести кассовый аппарат, если в продаже есть 5 видов различных кассовых аппаратов производства Японии, 4 – производства США, 3 – производства Англии и 2 – производства Украины.
2. В конкурсе на лучший проект экономического развития некоторой отрасли производства принимают участие 7 коллективов. Сколькими способами могут быть распределены между ними первое, второе и третье места?
3. Предприятие выпускает 25 наименований продукции. Сколько существует способов выбрать 3 различных наименования продукции для презентации на выставке?
4. Сколько может быть составлено различных трехзначных кодов из десяти цифр от 0 до 9, если цифры в коде не повторяются? А если цифры в коде могут повторяться?
5. Фирма закупила четыре различные партии товара. Сколькими способами можно распределить эти партии среди 12 фирменных магазинов, так, чтобы ни один магазин не получил более одной партии нового товара?
6. К билетной кассе одновременно подошли 5 человек. Сколько существует способов составить из них очередь?
7. Потребитель может увидеть рекламу определенного товара по телевидению (событие А), на рекламном стенде (событие В) и прочесть в газете (событие С). Что означает событие  $(A + B) \cdot \bar{C}$  ?
8. Если событие А – он не пришёл на встречу, событие В – она не пришла на встречу, тогда что означает событие  $C = A + B$ ?
9. Монету подбрасывают два раза. Описать пространство элементарных исходов и события: А – первый раз выпал герб; В – один раз выпал герб; С – выпал хотя бы один герб. Являются ли совместными события А и В? В и С?

10. Образуют ли полную группу событий следующие события: а) испытание: бросание монеты, события:  $A_1$  – появление герба,  $A_2$  – появление решки. б) испытание: бросание двух монет, события:  $B_1$  – появление двух гербов,  $B_2$  – появление двух решек. в) испытание: два выстрела по мишени, события:  $C_1$  – одно попадание,  $C_2$  – два попадания,  $C_0$  – ни одного попадания. г) испытание: два выстрела по мишени, события:  $D_1$  – хотя бы одно попадание,  $D_2$  – хотя бы один промах.
11. Среди студентов, пришедших на лекцию, наугад выбирают одного. Событие  $A$  – студент юноша,  $B$  – студент не курит,  $C$  – студент живет в общежитии. Описать события  $ABC$ ,  $(A + B)C$ . При каком условии будет иметь место равенство  $ABC=A$ ? Когда будет справедливо соотношение  $C = B$ ?
12. 1 сентября на одном из учебных потоков экономического факультета по расписанию должно быть три занятия по разным предметам. Всего на потоке в этом семестре изучается 10 предметов. Студент, не успевший ознакомиться с расписанием, пытается его угадать. Какова вероятность успеха этого опыта, если считать, что любое расписание из трех предметов равновероятно?
13. Два игрока бросают игральные кости. Какова вероятность того, что сумма выпавших очков равна 10?
14. Какова вероятность того, что 7 случайно выбранных человек родились в разные дни недели?
15. В коробке 10 красных, 6 синих и 8 зеленых карандашей. Наугад вынимают три из них. Какова вероятность, что а) все они разных цветов; б) все они красные; в) среди них два красных; г) среди них два красных и один синий; д) все они желтые?
16. Из 200 кур 50 белых, 100 красных и 50 полосатых, из 25 петухов 6 белых, 14 красных и 5 полосатых. Предполагая, что скрещивание происходит случайно, найти вероятность белой пары.
17. В лифт шестиэтажного дома на первом этаже вошли 4 человека. Каждый из них с равной вероятностью выходит на любом этаже, начиная со второго. Какова вероятность, что трое выйдут на одном этаже? Все они вышли на 4-ом этаже?
18. Каждый из 5 шаров случайным образом кладут в один из 6 ящиков. Какова вероятность, что все шары попадут в разные ящики?
19. В первой части курса из 20 вопросов студент знает 15, во второй части – из 10 знает 5. Какова вероятность того, что студент ответит на произвольные 2 вопроса, один из которых из первой части, а другой из второй?
20. Из колоды в 36 карт выбирают 4 карты. Какова вероятность того, что 3 из них красные?
21. Пусть имеется партия из  $N$  изделий, среди них есть  $M$  бракованных. Для контроля отбирается часть из  $k$  изделий. Какова вероятность того, что среди отобранных изделий будет ровно  $s$  бракованных?
22. Студент пришёл на экзамен, зная лишь 50 из 60 вопросов программы. Экзаменатор задал студенту 3 вопроса. Найти вероятность того, что студент знает все эти вопросы.
23. Определить вероятность того, что при трёхкратном бросании игральной кости ни разу не выпадет одно очко.
24. Два человека больны заболеванием, для которого коэффициент выздоровления составляет 98%. Найти вероятность того, что они оба выздоровеют.
25. Какова вероятность того, что из колоды в 36 игровых карт будут подряд вынуты 2 туза?
26. Всхожесть семян огурцов равна 0,9. Найти вероятность того, что из двух посаженных семян хотя бы одно не взойдёт.
27. Игральная кость бросается два раза. Найти вероятность того, что хотя бы один раз выпадет «шестёрка».
28. Из колоды в 36 карт наудачу вынимается одна. Определить вероятность того, что это будет карта пиковой масти или туз.
29. Посадили по одному саженцу яблони и груши. Вероятность того, что приживётся саженец яблони, равна 0,9, саженец груши – 0,8. Найти вероятность того, что: а) оба саженца

- приживутся; б) приживётся хотя бы один саженец; в) ни один саженец не приживется; г) приживется ровно один саженец.
30. В урне 2 белых, 3 чёрных и 5 красных шаров. Наугад извлекают три шара. Найти вероятность, что они одного цвета.
31. Три стрелка выстрелили по мишени по одному разу. Вероятность попадания для них 0,9; 0,8 и 0,7 соответственно. Найти вероятность, что мишень поражена не более одного раза.
32. Студент подготовил к экзамену 30 из 40 вопросов. На экзамене ему выдают два обязательных вопроса. Если он ответит на них, ему выдают два дополнительных вопроса, из которых для сдачи экзамена необходимо ответить хотя бы на один. Найти вероятность, что студент сдаст экзамен.
33. Из множества семей, имеющих двух детей, выбрана одна семья. Если принять, что вероятности рождения мальчиков и девочек равны, то какова вероятность того, что в этой семье два мальчика, если известно, что в ней есть один мальчик?
34. Из партии изделий товаровед отбирает изделия высшего сорта. Вероятность того, что выбранное изделие окажется высшего сорта, равна 0,8. Найти вероятность того, что из трех проверенных изделий окажется: а) только одно изделие высшего сорта; б) только два изделия высшего сорта; в) все три изделия высшего сорта.
35. Студент выучил 20 вопросов из 30. Для сдачи зачета необходимо ответить хотя бы на два вопроса из трех заданных. Какова вероятность того, что студент сдаст зачет?
36. Станок 30% времени обрабатывает деталь А и 70% – деталь В. При обработке детали А он простаивает 10% времени, а детали В – 15%. Какова вероятность застать станок простаивающим? Найти вероятность, что станок, который застали простаивающим, находился в режиме обработки детали В.
37. В первой урне 4 белых и 6 чёрных шаров, во второй 5 белых и 4 чёрных. Из первой урны во вторую перекладывают, не глядя, один шар, после чего из второй урны извлекают один шар. Найти вероятность, что этот шар белый. Какова вероятность, что из первой во вторую урну был переложён чёрный шар, если извлечённый из второй урны шар оказался белым?
38. Вероятность того, что в течение рабочего дня произойдет сбой в поставке сырья на производство, равна 0,8. Определить вероятности того, что в течение рабочей недели (5 дней): а) три рабочих дня не будет сбоя в поставке сырья; б) сбой в поставках будет в трех рабочих днях; в) сбой будет менее чем в трех рабочих днях; г) сбой будет не более чем в одном рабочем дне; д) сбоя в поставках не будет ни разу; е) сбой будет хотя бы в одном рабочем дне; ж) сбой будет не менее чем в одном и не более чем в трех рабочих днях.
39. Известно, что вероятность выиграть хотя бы по одному лотерейному билету из трех равна 0,271. Какова вероятность выиграть по всем трем билетам?
40. Вероятность того, что сошедшая с конвейера деталь стандартная, равна 0,9. Деталь тут же проверяется ОТК. За смену с конвейера сходит 400 деталей. Найти вероятность того, что объем продукции, принятой ОТК за смену, составит ровно 356 деталей.
41. В условиях, заданных предыдущим примером, определить вероятность того, что число стандартных деталей, изготовленных за смену, будет соответствовать плану выпуска продукции, допускающему процент брака, не превышающий 15% от объема выпущенной продукции.
42. В банк отправлено 4000 пакетов денежных знаков. Вероятность того, что пакет содержит недостаточное или избыточное количество денежных знаков равно 0,0001. Найти вероятность того, что при проверке будет обнаружено: а) три ошибочно укомплектованных пакета, б) не более трех таких пакетов.
43. При обследовании уставных фондов банков установлено, что пятая часть банков имеют уставной фонд свыше 100 млн. грн. Найти вероятность того, что из 1800 банков имеют уставной фонд свыше 100 млн. грн. А) не менее 300; б) от 300 до 400 включительно?

## Задания для контрольной работы

### Вариант 1

1. Студент регистрирует машину в ГИБДД и получает трехзначный номер. Какова вероятность того, что среди трех цифр будет хотя бы одна семерка?
2. В двух урнах по три белых и по семь черных шаров. И первой во вторую наугад перекладывается шар, после чего из второй случайно извлекается шар. Какова вероятность того, что он белый? Из второй урны извлечен белый шар, какова вероятность что из первой был переложен во вторую белый шар?
3. В мешке перемешаны красные и черные нити в отношении 4:6. Какова вероятность, что из 6 извлеченных не менее 5 окажутся красными?
4. Стрелок поражает мишень с вероятностью 0,8. Какова вероятность, что в серии из 100 выстрелов будет не менее 70 попаданий?
5. Из колоды в 36 карт наудачу вынимается одна. Какова вероятность того, что будет вынута пика или туз?

### Вариант 2

1. В питомнике из 10 обезьян 2 имеют отрицательный резус-фактор. Какова вероятность того, что пяти из наудачу выбранных обезьян одна имеет отрицательный резус-фактор?
2. В пачке 50 банкнот, из них две фальшивые. Одна купюра случайно утеряна. Какова вероятность вытащить теперь из оставшихся фальшивую банкноту? Извлеченная банкнота оказалась фальшивой, какова вероятность того, что была утеряна фальшивая купюра?
3. Вероятность выпадения осадков в течение дня для данной местности равна 0,3. Какова вероятность того, что в течение недели будет не менее 5 дней без осадков?
4. Игральная кость брошена 30 раз. Каково наивероятнейшее число выпадений 5 очков? Найти соответствующую вероятность.
5. Один стрелок поражает мишень с вероятностью 90%, другой с вероятностью 75%. Найти вероятность поражения цели, если оба стрелка стреляют в нее одновременно. Цель считается пораженной при попадании в нее хотя бы одной из двух пуль.

### Вариант 3

1. Из 12 крыс 8 получили некоторую дозу облучения. Какова вероятность того, что 2 выбранные наудачу крысы облучены?
2. В первом ящика 12 ламп, из которых 3 бракованы, во втором 10 ламп, бракованных 2, в третьем 14 ламп, бракованных нет. Из наугад взятого ящика наудачу взята лампа. Какова вероятность, что она бракована. Извлеченная лампа бракована, какова вероятность того, что она взята из первого ящика?
3. Считая рождение мальчика и девочки равновероятными, найти вероятность того, что в семье с пятью детьми все дети одного пола.
4. В мешке перемешаны красные и черные нити в отношении 4:6. Какова вероятность, что из 20 извлеченных не менее 10 окажутся красными? Каково наивероятнейшее число красных нитей?
5. Брошена игральная кость. Найти вероятность того, что выпадет четное или кратное трем число очков.

### Вариант 4

1. Студенческая группа пишет контрольную работу по математике. В группе 10 юношей и 15 девушек. Считая сдачу работ случайной, найти вероятность того, что первые три работы сдадут юноши.
2. Третья часть студентов факультета девушки, остальные – юноши. Половина юношей занимается спортом, среди девушек спортсменкой является каждая четвертая. Взятый случайным образом (по шифру зачетной книжки) студент оказался спортсменом. Какова вероятность того, что это девушка?

3. В урне 3 белых и 7 черных шаров. Из урны извлекается шар, его цвет запоминается, и он возвращается обратно. После перемешивания процедура повторяется. Найти вероятность того, что из 5 извлеченных шаров окажется не менее 4 белых.

4. Из колоды карт наугад извлекается карта, запоминается ее масть, и карта возвращается в колоду. Каково наимвероятнейшее число карт червовой масти из 20 извлеченных? Найти соответствующую вероятность.

5. Консультационный пункт университета получает пакеты с контрольными работами из городов  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Вероятность получения пакета из города  $A$  равна 0,6, а из города  $B$  – 0,1. Найти вероятность того, что очередной пакет будет получен из города  $C$ .

#### Вариант 5

1. В лотерее 40 билетов, из которых 8 выигрышных. Участник покупает три билета. Найти вероятность того, что выиграет хотя бы один билет.

2. В первой пачке 30 сторублевых купюр, из них 5 фальшивых; во второй 20 пятидесятирублевых, среди которых фальшивых две, в третьей 10 пятисотрублевых, которые все настоящие. Из наугад взятой пачки наугад извлекается одна купюра. Найти вероятность того, что эта купюра фальшивая. Если извлеченная купюра оказалась фальшивой, то найдите вероятности того, что она имеет достоинство 100 рублей.

3. Кубик бросается 6 раз. Какова вероятность того, что шестерка выпадет не менее 5 раз?

4. Всхожесть семян 85%. Найти вероятность того, что из 200 посеянных семян взойдет не менее 170.

5. Вероятность попадания в цель при стрельбе из трёх орудий такова:

$P_1 = 0,75$ ;  $P_2 = 0,8$ ;  $P_3 = 0,85$ . Какова вероятность хотя бы одного попадания при одном залпе из всех этих орудий?

#### Вариант 6

1. Батарея дает залп из трех орудий. Вероятность попадания для первого орудия 0,6; второго и третьего - по 0,5. Какова вероятность того, что цель будет уничтожена, если для этого достаточно хотя бы одного попадания?

2. Известно, что 5% всех мужчин и 0,25% всех женщин дальтоники. В группе число мужчин и женщин одинаково. Какова вероятность того, что наугад выбранное из этой группы лицо страдает дальтонизмом? По списку дальтоников наугад выбран человек. Какова вероятность, что это мужчина?

3. Вероятность попадания по мишени хотя бы один раз при 5 выстрелах равна 0,757. Найти вероятность поражения мишени при одном выстреле.

4. Монета бросается 400 раз. Какова вероятность того, что "герб" появится ровно 200 раз? Какова вероятность того, что "герб" появится не менее 150 раз?

5. Охотник стреляет два раза по удаляющейся цели. Вероятность поражения первым выстрелом 0,8; вторым - 0,6. Какова вероятность того, что цель будет поражена, если для этого достаточно хотя бы одного попадания?

#### Вариант 7

1. На 100 лотерейных билетов приходится 5 выигрышных. Какова вероятность того, что из приобретенных билетов 2 билета выиграют.

2. В двух урнах по три белых и по семь черных шаров. И первой во вторую наугад перекладывается шар, после чего из второй случайно извлекается шар. Какова вероятность того, что он белый? Из второй урны извлечен белый шар, какова вероятность что из первой был переложен во вторую белый шар?

3. Из колоды 36 карт наугад извлекается карта, ее достоинство запоминается, и она возвращается в колоду. После перемешивания такой опыт повторяется. Какова вероятность того, что при пяти извлеченных таким образом карт будет хотя бы один туз?

4. В мешке перемешаны красные и черные нити в отношении 4:6. Извлечено 120 нитей. Каково наимвероятнейшее число красных нитей среди извлеченных? Найти соответствующую вероятность.

5. Из перемешанного набора домино (28 костей) наудачу извлекается три кости. Какова вероятность того, что это три дубля?

### Вариант 8

1. Кубик брошен 3 раза. Какова вероятность того, что сумма очков на выпавших гранях не превысит 5?

2. Фирма имеет три источника поставки комплектующих – фирмы А, В и С. На долю фирмы А приходится 50% общего объема поставок, В – 30% и С – 20%. Из практики известно, что 10% поставляемых фирмой А деталей бракованные, фирмой В – 5% и фирмой С – 6%. Взятая наугад деталь оказалась бракованной. Какова вероятность, что она получена от фирмы А?

3. Что вероятнее: выиграть у равносильного противника 5 партий из 6 или 4 партии из 5? (Партии, сыгранные вничью игнорируются)

4. Игральная кость брошена 30 раз. Каково наивероятнейшее число выпадений 5 очков? Найти соответствующую вероятность.

5. Студент забыл две последние цифры номера телефона, но знал, что цифры различны, нет шестерки, и первая цифра меньше второй. Какова вероятность дозвониться с первого раза?

### Вариант 9

1. В группе спортсменов 20 человек, из них 12 гимнастов, остальные бегуны. Наугад выбирают 7 человек. Какова вероятность того, что пятеро из выбранных – гимнасты?

2. В ящике лежат 20 яблок, 10 груш и 5 лимонов. Яблоки бывают кислыми с вероятностью 0.5, груши — 0.2, а лимоны — 0.95. Наугад взятый из ящика фрукт оказался кислым. Какова вероятность, что это был лимон?

3. Монета бросается 8 раз. Найти вероятность того, что число выпавших "гербов" меньше 4.

4. Стрелок поражает мишень с вероятностью 0,9. Какова вероятность, что в серии из 120 выстрелов будет не менее 100 попаданий?

5. На карточках написаны цифры: 1; 2; 3; 4; 5; 6. Четыре карточки извлекаются наудачу последовательно одна за другой. Какова вероятность того что извлечены карточки с цифрами 1; 2; 3; 4 именно в таком порядке? Какова вероятность того что извлечены указанные цифры независимо от порядка извлечения?

### Вариант 10

1. В ящике 16 кубиков, из них 4 черных, остальные белые. Наугад извлекается 3 кубика. Какова вероятность того, что все они одного цвета?

2. Известно, что 10% всех юношей и 15% всех девушек имеют избыточный вес. В группе число юношей вдвое больше числа девушек. Какова вероятность того, что наугад выбранное из этой группы лицо имеет избыточный вес? Наугад выбранный человек оказался с избыточным весом. Какова вероятность, что это юноша?

3. Батарея делает 9 залпов по учебной цели. Известно, что одним залпом батарея накрывает цель с вероятностью 0.9. Какова вероятность, того, что будет не менее 8 попаданий?

4. Монета бросается 400 раз. Чему равно наивероятнейшее число выпавших «гербов»? Какова вероятность того, что "герб" появится ровно 200 раз? Какова вероятность того, что "герб" появится не менее 150 раз?

5. Студент регистрирует машину в ГИБДД и получает трехзначный номер. Какова вероятность того, что все три цифры различны?

### Тесты

1. Если события А и В несовместны, то:

а)  $P(A+B) = P(B)$ ;

б)  $P_B(A) = P_A(B)$ ;

в)  $P(A+B) = P(A) + P(B)$ ;

г)  $P(A+B) = P(A)$ .

2. События А и В независимы, если:

- а)  $P(A) \neq P(B)$ ;
- б)  $P_B(A) \neq P(B)$ ;
- в)  $P_B(A) \neq P(A)$ ;
- г)  $P_B(A) = P(A)$ .

3. Если  $P(AB) = P(A)P(B)$ , то события А и В:

- а) образуют полную группу;
- б) совместны;
- в) независимы;
- г) противоположны.

4. Пространство элементарных исходов включает события:

- а) единственно возможные;
- б) независимые;
- в) равновозможные;
- г) условные.

5. Формула  $P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$  — это

- а) формула классической вероятности;
- б) формула Бернулли;
- в) формула Лапласа;
- г) формула полной вероятности.

6. Формула  $P_n(m) = \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi\left(\frac{m-np}{\sqrt{npq}}\right)$  — это

- а) интегральная формула Лапласа;
- б) формула Бернулли;
- в) локальная формула Лапласа;
- г) формула Пуассона.

7. Формула  $P_n(m_1; m_2) = \Phi\left(\frac{m_2-np}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi\left(\frac{m_1-np}{\sqrt{npq}}\right)$  — это

- а) локальная формула Лапласа;
- б) формула Бернулли;
- в) интегральная формула Лапласа;
- г) формула Байеса.

8. Формула  $P_n(m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$  — это

- а) формула полной вероятности;
- б) формула Бернулли;
- в) локальная формула Лапласа;
- г) формула Пуассона.

9. Для схемы повторных независимых испытаний при малом числе испытаний ( $n < 10$ ) вероятность определяют:

- а) по формуле Байеса;
- б) по формуле Бернулли;

- в) по формулам Лапласа;
- г) по формуле полной вероятности.

10. Для схемы повторных независимых испытаний при малом числе испытаний ( $n > 10$ ) вероятность определяют:

- а) по формуле условной вероятности;
- б) по формуле Бернулли;
- в) по формулам Лапласа;
- г) по формуле Пуассона.

11. Для схемы повторных независимых испытаний (для редких испытаний) вероятность определяют:

- а) по классической формуле вероятности;
- б) по формуле Бернулли;
- в) по формулам Лапласа;
- г) по формуле Пуассона.

12. Если события попарно несовместны и единственно возможны, то они:

- а) равновозможны;
- б) независимы;
- в) образуют полную группу;
- г) достоверны.

13. Противоположными событиями являются:

- а) достоверное и невозможное;
- б) выпадение нечетного числа очков и шестерки при бросании кубика;
- в) сумма выпавших очков четна и сумма выпавших очков нечетна при бросании двух кубиков;
- г) на неделе день без осадков среда и день без осадков пятница.

14. Условная вероятность  $P_B(A)$  это:

- а) вероятность одновременного наступления событий А и В;
- б) вероятность события В, вычисленная в предположении, что событие А уже произошло;
- в) вероятность события А, вычисленная в предположении, что событие В уже произошло;
- г) вероятность наступления по крайней мере одного из событий А и В.

15. В денежно – вещевой лотерее на серию в 100 билетов приходится 12 денежных и 8 вещевых выигрышей. Чему равна вероятность того, что из трех купленных билетов хотя бы два окажутся выигрышным?

- а)  $\frac{C_{20}^2 \cdot C_{80}^1}{C_{100}^3}$ ; б)  $\frac{C_{20}^2 \cdot 80 + C_{20}^3}{C_{100}^3}$ ; в)  $1 - \frac{C_{20}^3}{C_{100}^3}$ ; г)  $\frac{C_{20}^2 \cdot C_{80}^1}{C_{100}^3}$ .

16. Вероятность наступления хотя бы одного из двух событий А и В вычисляется по формуле:

- а)  $P(A+B) = P(A) + P(B)$ ;
- б)  $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$ ; в)  $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$ ; г)  $P_B(A+B) = P_B(A) + P(B)$ .

## Раздел 2. Одномерные случайные величины и их распределения. Числовые характеристики распределений.

### Вопросы для собеседования

1. Дайте определение случайной величины. Приведите примеры.
2. Какие случайные величины называются дискретными? Приведите примеры.
3. Что такое закон распределения ДСВ? В каких формах он может быть представлен?
4. Дайте определение функции распределения. Запишите формулу
5. Перечислите основные свойства функции распределения.
6. Дайте определение независимости двух ДСВ.
7. Дайте определение независимости в совокупности ДСВ.
8. Дайте определение математического ожидания СВ. Перечислите его основные свойства.
9. Как вычисляется математическое ожидание ДСВ?
10. Дайте определение дисперсии СВ. Перечислите ее основные свойства.
11. Запишите различные формулы для вычисления дисперсии СВ.
12. Запишите различные формулы для вычисления дисперсии ДСВ.
13. Что такое среднеквадратическое отклонение?
14. Какие стандартные дискретные распределения вы знаете?
15. Чему равно математическое ожидание и дисперсия СВ, распределенной по биномиальному закону?
16. Чему равно математическое ожидание и дисперсия СВ, распределенной по закону Пуассона?
17. Чему равно математическое ожидание и дисперсия СВ, имеющей геометрический закон распределения?
18. Какие случайные величины называются непрерывными? Приведите примеры.
19. Как можно задать закон распределения НСВ?
20. Какими свойствами обладает плотность распределения?
21. Как связаны функция распределения и плотность распределения?
22. Что такое элемент вероятности?
23. Дайте определение независимости двух НСВ.
24. Дайте определение математического ожидания НСВ.
25. Дайте определение дисперсии НСВ.
26. Запишите вычислительную формулу дисперсии НСВ.
27. Дайте определение моды, медианы и квантиля.
28. Сформулируйте определение начального момента  $k$ -го порядка и запишите его для ДСВ.
29. Сформулируйте определение центрального момента  $k$ -го порядка и запишите его для ДСВ.
30. Что характеризует коэффициент асимметрии?
31. Что характеризует эксцесс?
32. Какие стандартные непрерывные распределения вы знаете?
33. Изобразите кривую распределения для равномерного закона.
34. Изобразите кривую Гаусса.
35. Изобразите кривую распределения и график функции распределения для экспоненциального закона.
36. Запишите функцию Лапласа и перечислите ее основные свойства.
37. Чему равно математическое ожидание и дисперсия СВ, распределенной по нормальному закону?
38. Сформулируйте правило «трех сигм».
39. Чему равно математическое ожидание и дисперсия СВ, имеющей равномерный закон распределения?

#### **Типовые задачи**

1. Найти закон распределения, построить ряд распределения и многоугольник распределения, найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $X$ . Построить график функции распределения и найти вероятность события  $X \leq k$ .
2. В случаях а, б и в рассматривается серия из  $n$  независимых испытаний с двумя исходами в каждом – «успех» или «неуспех». Вероятность «успеха» равна  $p$ , «неуспеха»  $q = 1 - p$  в каждом испытании.  $X$  – число «успехов» в  $n$  испытаниях. Требуется: 1) для случая а (малого  $n$ ) найти

закон распределения, функцию распределения  $X$ , построить её график, найти  $M(X)$ ,  $D(X)$  и  $P(X < 2)$ ; 2) для случая б (большого  $n$  и малого  $p$ ) найти  $P(X < 2)$  приближённо с помощью распределения Пуассона; 3) для случая в (большого  $n$ ) найти вероятность  $P(k_1 < X < k_2)$ .

3. Плотность распределения  $f(x)$  случайной величины  $X$  на  $(a, b)$  задана в таблице, а при  $x \notin (a, b)$   $f(x) = 0$ . Требуется: 1) найти параметр  $A$ ; 2) построить графики плотности и функции распределения; 3) найти математическое ожидание  $M(X)$ , дисперсию  $D(X)$  и среднее квадратическое отклонение  $\delta$ , моду и медиану; 4) вычислить вероятность  $P$  того, что отклонение случайной величины от математического ожидания не более заданного  $\varepsilon$ .

4. Дано, что рост людей, проживающих в данной местности, есть случайная величина  $X$ , распределённая по нормальному закону со средним значением  $a$  и средним квадратическим отклонением  $\sigma$ . Найти: а) вероятность того, что наудачу выбранный человек имеет рост от  $x_1$  до  $x_2$  см; б) вероятность того, что абсолютная величина отклонения  $X - a$  окажется меньше  $\delta$ ; в) по правилу трёх сигм найти наибольшую и наименьшую границы предполагаемого роста человека.

### Задания для контрольной работы

#### Вариант 1

1. У стрелка, вероятность попадания которого в мишень равна 0,6 при каждом выстреле, имеется 5 патронов. Стрельба прекращается при первом же попадании.  $X$  – число оставшихся патронов. Найти закон распределения  $X$  и вероятность события  $X > 3$ .

2. Построить функцию распределения и полигон случайной величины  $X$  из предыдущей задачи. Найти математическое ожидание и дисперсию  $X$ .

3. Задана плотность распределения  $f(x)$  нормально распределённой случайной величины  $X$ .

Найти параметр  $A$ ,  $M(X)$ ,  $D(X)$ , вероятность события:  $f(x) = A \cdot e^{-2x^2}$ ,  $P(|X| > 0,5)$ .

4. Случайная величина задана плотностью:

$$f(x) = \begin{cases} Cx^4, & x \in (0,2), \\ 0, & x \notin (0,2). \end{cases}$$

Определить параметр  $C$ , найти функцию распределения и вероятность  $P(1,5 < X < 2)$ .

5. Погрешность измерительного прибора – нормально распределённая случайная величина со средним квадратическим отклонением  $\sigma = 0,5$  мм. Системная погрешность отсутствует. Какова вероятность того, что при двух измерениях абсолютная погрешность обоих измерений не превысит 0,25 мм?

#### Вариант 2

1. В урне 5 белых и три чёрных шара. Наудачу один за другим извлекаем шары из урны до появления белого шара.  $X$  – число извлечённых шаров. Найти закон распределения  $X$  и вероятность события  $X > 2$ .

2. Построить функцию распределения и полигон случайной величины  $X$  из предыдущей задачи. Найти математическое ожидание и дисперсию  $X$ .

3. Задана плотность распределения  $f(x)$  нормально распределённой случайной величины  $X$ .

Найти параметр  $A$ ,  $M(X)$ ,  $D(X)$ , вероятность события:  $f(x) = A \cdot e^{-\frac{(x-1)^2}{2}}$ ,  $P(|X - 1| < 1,5)$ .

4. Случайная величина задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ Cx^2, & x \in (0,2], \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Определить параметр  $C$ , найти плотность распределения, дисперсию и вероятность  $P(1 < X < 2)$ .

5. Погрешность измерительного прибора – нормально распределенная случайная величина со средним квадратическим отклонением  $\sigma = 0,5$  мм. Системная погрешность отсутствует. Какова вероятность того, что при двух измерениях абсолютная погрешность одного из измерений не превысит 0,5 мм?

### Вариант 3

1. На пути автомашины 4 независимых друг от друга светофора, каждый из которых с вероятностью 0,4 запрещает движение.  $X$ – число пройденных до первой остановки светофоров. Найти закон распределения  $X$  и вероятность события  $X > 3$ .

2. Построить функцию распределения и полигон случайной величины  $X$  из предыдущей задачи. Найти математическое ожидание и дисперсию  $X$ .

3. Задана плотность распределения  $f(x)$  нормально распределенной случайной величины  $X$ .

Найти параметр  $A$ ,  $M(X)$ ,  $D(X)$ , вероятность события:  $f(x) = A \cdot e^{-\frac{(x+2)^2}{18}}$ ,  $P(0 < X < 5)$ .

4. Случайная величина задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ Cx, & x \in (0, 2], \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Определить параметр  $C$ , найти плотность распределения, дисперсию и вероятность  $P(1 < X < 2)$ .

5. Погрешность измерительного прибора – нормально распределенная случайная величина со средним квадратическим отклонением  $\sigma = 0,5$  мм. Системная погрешность отсутствует. Какова вероятность того, что при двух измерениях абсолютная погрешность обоих измерений не превысит 0,5 мм?

### Вариант 4

1. Студент забыл последнюю цифру кодового замка. Зная, что это одна из цифр 5, 6, 7, 8, 9, он случайным образом их перебирает.  $X$ – число попыток. Найти закон распределения  $X$  и вероятность события  $X < 3$ .

2. Построить функцию распределения и полигон случайной величины  $X$  из предыдущей задачи. Найти математическое ожидание и дисперсию  $X$ .

3. Задана плотность распределения  $f(x)$  нормально распределенной случайной величины  $X$ .

Найти параметр  $A$ ,  $M(X)$ ,  $D(X)$ , вероятность события:  $f(x) = A \cdot e^{-\frac{x^2}{5}}$ ,  $P(|X| < 2)$ .

4. Случайная величина задана плотностью:

$$f(x) = \begin{cases} Cx^3, & x \in (0, 1), \\ 0, & x \notin (0, 1). \end{cases}$$

Определить параметр  $C$ , найти функцию распределения и вероятность  $P(0,5 < X < 2)$ .

5. Погрешность измерительного прибора – нормально распределенная случайная величина со средним квадратическим отклонением  $\sigma = 0,5$  мм. Системная погрешность отсутствует. Какова вероятность того, что при двух измерениях абсолютная погрешность обоих измерений не превысит 0,25 мм?

### Вариант 5

1. Вероятность попадания в цель из орудия при первом выстреле равна 0,1; при втором 0,3; при третьем 0,5; при четвертом 0,8. Производится 4 выстрела.  $X$ – число попаданий в цель. Найти закон распределения  $X$  и вероятность события  $X > 3$ .

2. Построить функцию распределения и полигон случайной величины  $X$  из предыдущей задачи. Найти математическое ожидание и дисперсию  $X$ .

3. Задана плотность распределения  $f(x)$  нормально распределенной случайной величины  $X$ .

Найти параметр  $A$ ,  $M(X)$ ,  $D(X)$ , вероятность события:  $f(x) = A \cdot e^{-\frac{(x+1)^2}{2}}$ ,  $P(-3 < X < 0)$ .

4. Случайная величина задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ C \cdot \operatorname{tg} x, & x \in (0, \pi/4], \\ 1, & x > \pi/4. \end{cases}$$

Определить параметр  $C$ , найти плотность распределения, дисперсию и вероятность  $P(-\pi/6 < X < \pi/6)$ .

5. Погрешность измерительного прибора – нормально распределенная случайная величина со средним квадратическим отклонением  $\sigma = 0,5$  мм. Системная погрешность отсутствует. Какова вероятность того, что при двух измерениях абсолютная погрешность обоих измерений не превысит 1,0 мм?

#### Вариант 6

1. Бросаются 5 монет одновременно.  $X$  – число выпавших «орлов». Найти закон распределения  $X$  и вероятность события  $X > 3$ .

2. Построить функцию распределения и полигон случайной величины  $X$  из предыдущей задачи. Найти математическое ожидание и дисперсию  $X$ .

3. Задана плотность распределения  $f(x)$  нормально распределенной случайной величины  $X$ .

Найти параметр  $A$ ,  $M(X)$ ,  $D(X)$ , вероятность события:  $f(x) = A \cdot e^{-\frac{(x+5)^2}{18}}$ ,  $P(-10 < X < 3)$ .

4. Случайная величина задана плотностью:

$$f(x) = \begin{cases} C\sqrt{x}, & x \in (0,1), \\ 0, & x \notin (0,1). \end{cases}$$

Определить параметр  $C$ , найти функцию распределения и вероятность  $P(0,5 < X < 1,5)$ .

5. Погрешность измерительного прибора – нормально распределенная случайная величина со средним квадратическим отклонением  $\sigma = 0,5$  мм. Системная погрешность отсутствует. Какова вероятность того, что при двух измерениях абсолютная погрешность обоих измерений превысит 1,0 мм?

#### Вариант 7

1. Производится набрасывание колец на кольцо до первого успеха, при этом число всех колец, имеющих в распоряжении, равно 5.  $X$  – число использованных колец, вероятность набрасывания равна 0,25. Найти закон распределения  $X$  и вероятность события  $X > 3$ .

2. Построить функцию распределения и полигон случайной величины  $X$  из предыдущей задачи. Найти математическое ожидание и дисперсию  $X$ .

3. Задана плотность распределения  $f(x)$  нормально распределенной случайной величины  $X$ .

Найти параметр  $A$ ,  $M(X)$ ,  $D(X)$ , вероятность события:  $f(x) = A \cdot e^{-(x-2)^2}$ ,  $P(1,5 < X < 3)$ .

4. Случайная величина задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ C \cdot (1 - \cos x), & x \in (0, \pi/2], \\ 1, & x > \pi/2. \end{cases}$$

Определить параметр  $C$ , найти плотность распределения, математическое ожидание и вероятность  $P(-\pi/3 < X < \pi/3)$ .

5. Погрешность измерительного прибора – нормально распределенная случайная величина со средним квадратическим отклонением  $\sigma = 0,5$  мм. Системная погрешность отсутствует. Какова вероятность того, что при двух измерениях абсолютная погрешность обоих измерений превысит 0,5 мм?

### Вариант 8

1. По мишени ведётся стрельба до первого попадания, но не более 4 раз. Вероятность попадания при каждом выстреле 0,9.  $X$  – число выстрелов. Найти закон распределения  $X$  и вероятность события  $X > 2$ .

2. Построить функцию распределения и полигон случайной величины  $X$  из предыдущей задачи. Найти математическое ожидание и дисперсию  $X$ .

3. Задана плотность распределения  $f(x)$  нормально распределенной случайной величины  $X$ .

Найти параметр  $A$ ,  $M(X)$ ,  $D(X)$ , вероятность события:  $f(x) = A \cdot e^{-\frac{(x+3)^2}{8}}$ ,  $P(-2 < X < 3)$ .

4. Случайная величина задана плотностью:

$$f(x) = \begin{cases} C\sqrt{x}, & x \in (0,4), \\ 0, & x \notin (0,4). \end{cases}$$

Определить параметр  $C$ , найти функцию распределения и вероятность  $P(0,25 < X < 2,25)$ .

5. Погрешность измерительного прибора – нормально распределенная случайная величина со средним квадратическим отклонением  $\sigma = 0,5$  мм. Системная погрешность отсутствует. Какова вероятность того, что при трех измерениях все будут иметь абсолютную погрешность не более 0,5 мм?

### Вариант 9

1. Кубик бросается 6 раз подряд.  $X$  – число выпавших шестерок. Найти закон распределения  $X$  и вероятность события  $X > 1$ .

2. Построить функцию распределения и полигон случайной величины  $X$  из предыдущей задачи. Найти математическое ожидание и дисперсию  $X$ .

3. Задана плотность распределения  $f(x)$  нормально распределенной случайной величины  $X$ .

Найти параметр  $A$ ,  $M(X)$ ,  $D(X)$ , вероятность события:  $f(x) = A \cdot e^{-3x^2}$ ,  $P(|X| < 0,5)$ .

4. Случайная величина задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ C \cdot \sin x, & x \in (0, \pi/2], \\ 1, & x > \pi/2. \end{cases}$$

Определить параметр  $C$ , найти плотность распределения, математическое ожидание и вероятность  $P(\pi/6 < X < 2\pi/3)$ .

5. Погрешность измерительного прибора – нормально распределенная случайная величина со средним квадратическим отклонением  $\sigma = 0,5$  мм. Системная погрешность отсутствует. Какова вероятность того, что при трех измерениях не менее двух будут иметь абсолютную погрешность не более 0,5 мм?

### Вариант 10

1. Необходимая студенту книга с вероятностью 0,4 имеется в каждой из 4 библиотек города. Студент последовательно обходит библиотеки, и, получив книгу, другие библиотеки не посещает. Найти закон распределения случайной величины  $X$ , числа посещенных студентом библиотек и вероятность события  $X < 3$ .

2. Построить функцию распределения и полигон случайной величины  $X$  из предыдущей задачи. Найти математическое ожидание и дисперсию  $X$ .

3. Задана плотность распределения  $f(x)$  нормально распределенной случайной величины  $X$ .

Найти параметр  $A$ ,  $M(X)$ ,  $D(X)$ , вероятность события:  $f(x) = A \cdot e^{-2(x+4)^2}$ ,  $P(|X + 4| < 0,5)$ .

4. Случайная величина задана плотностью:

$$f(x) = \begin{cases} C \cdot \sqrt[3]{x}, & x \in (0,8), \\ 0, & x \notin (0,8). \end{cases}$$

Определить параметр  $C$ , найти функцию распределения и вероятность  $P(5 < X < 8)$ .

5. Погрешность измерительного прибора – нормально распределенная случайная величина со средним квадратическим отклонением  $\sigma = 0,5$  мм. Системная погрешность отсутствует. Какова вероятность того, что при четырех измерениях не менее двух будут иметь абсолютную погрешность не более 0,5 мм?

### Тесты

1. Математическое ожидание постоянной величины равно:

- а) 0;
- б) 1;
- в) этой величине;
- г) квадрату этой величины.

2. Если все значения случайной величины увеличить на какое-то число, то ее дисперсия:

- а) не изменится;
- б) увеличится на это число;
- в) уменьшится на это число;
- г) увеличится в это число раз.

3. Если все значения случайной величины увеличить на какое-то число, то ее математическое ожидание:

- а) не изменится;
- б) увеличится на это число;
- в) уменьшится на это число;
- г) равно этому числу.

4. Если все значения случайной величины умножить на какое-то число, то ее дисперсия:

- а) не изменится;
- б) увеличится пропорционально квадрату этого числа;
- в) уменьшится в это число раз;
- г) увеличится в это число раз.

5. Дисперсия постоянной величины равно:

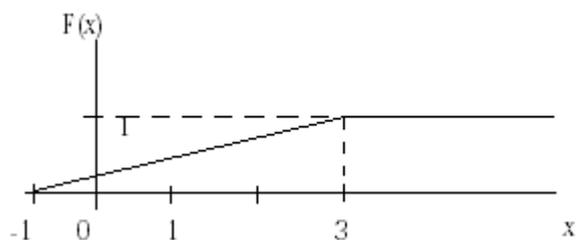
- а) 0;
- б) 1;
- в) этой величине;
- г) квадрату этой величины.

6. Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x+1)^2}{18}}. \text{ Тогда } M(2X - 1) = \dots$$

- а) 1;
- б) - 2;
- в) - 3;
- г) 4.

7. График функции распределения вероятностей непрерывной случайной величины  $X$ , имеет вид:



Тогда математическое ожидание  $X$  равно...

- а) 1;
- б) 4;
- в) 3;
- г) 2.

8. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения вероятностей:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{4}, & \text{при } 0 < x \leq 2 \\ 1, & \text{при } x > 2 \end{cases}$$

Тогда вероятность  $P(0,5 < x < 1)$  равна...

- а) 5/16;
- б) 3/16;
- в) 1/8;
- г) 7/96.

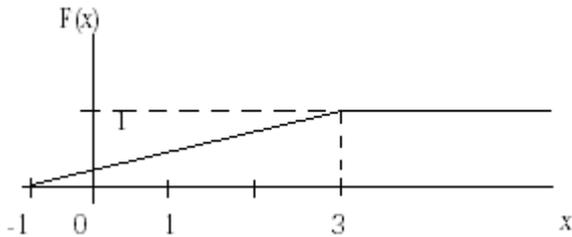
9. Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x+1)^2}{8}}.$$

Тогда дисперсия  $X$  равна:

- а) 1;
- б) - 2;
- в) - 3;
- г) 4.

10. График функции распределения вероятностей непрерывной случайной величины  $X$ , имеет вид:



Тогда случайная величина  $X$  имеет:

- а) биномиальное распределение;
- б) показательное распределение;
- в) равномерное распределение;
- г) нормальное распределение.

11. Формула  $P_n(m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$  задает распределение:

- а) биномиальное;
- б) показательное;
- в) геометрическое;
- г) Пуассона.

12. Формула для вычисления дисперсии случайной величины  $X$  имеет вид:

- а)  $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$ ;
- б)  $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$ ;
- в)  $D(X) = M(X^2) - M(X)$ ;
- г)  $D(X) = M^2(X) - (M(X))^2$ .

### Раздел 3. Двумерные случайные величины и их распределения. Числовые характеристики распределений. Закон больших чисел и центральная предельная теорема

#### Вопросы для собеседования

1. Дайте определение двумерной случайной величины.
2. Дайте определение дискретной двумерной СВ.
3. Запишите функцию распределения двумерной СВ и двумерной ДСВ.
4. Что такое матрица распределения двумерной ДСВ?
5. Дайте определение совместной плотности распределения двумерной СВ.
6. Что такое ковариация и коэффициент корреляции? Что они характеризуют?
7. Чему равно математическое ожидание произведения двух некоррелированных СВ?
8. Чему равна дисперсия суммы попарно некоррелированных (независимых) случайных величин?
9. Дайте определение условного распределения. Какие вы знаете его числовые характеристики?
10. Что такое регрессия? Что такое регрессионная зависимость?
11. Запишите неравенство Чебышева.
12. Дайте определение ЗБЧ в форме Чебышева.
13. Дайте определение ЗБЧ в форме Бернулли.
14. Сформулируйте центральную предельную теорему (теорема Ляпунова).

#### Типовые задачи

1. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины  $(X, Y)$  задан таблицей. Найти: 1) частные законы распределения случайных величин  $X$  и  $Y$ ; 2) математические ожидания  $M(X)$  и

$M(Y)$ ; 3) дисперсии  $D(X)$  и  $D(Y)$ ; 4) корреляционный момент  $S_{XY}$ ; 5) коэффициент корреляции  $r_{XY}$ ;  
6) условный закон распределения случайной величины  $X$  при условии, что случайная величина  $Y$  принимает своё наименьшее значение.

2. Из урны, содержащей 6 белых и 4 черных шара, наудачу извлекают 2 шара. Случайная величина  $X$  – число белых шаров среди выбранных,  $Y$  – число черных шаров среди выбранных. Составить закон распределения случайного вектора  $(X, Y)$ .

### **Задания для контрольной работы**

1. Игральную кость подбрасывают два раза. Рассматривают две случайные величины:  $X$  – число выпадений единицы и  $Y$  – число выпадений шестерки. Составить закон распределения двумерной СВ  $(X, Y)$  и найти коэффициент корреляции.

### **Варианты для устного опроса при текущем контроле успеваемости**

#### **Вариант № 1.**

1. Непрерывная случайная величина (НСВ).
2. Биномиальное распределение (БР).
3. Плотность распределения НСВ.
4. Зависимость составляющих двумерной СВ.
5. Формулы вычисления дисперсии.

#### **Вариант № 2.**

1. Дискретная случайная величина (ДСВ).
2. Математическое ожидание БР.
3. Дисперсия БР.
4. Плотность нормального распределения.
5. Коэффициент корреляции.

#### **Вариант № 3.**

1. Закон распределения ДСВ.
2. Теоретические моменты случайной величины.
3. Функция распределения НСВ.
4. Равномерное распределение (РР).
5. Дисперсия показательного распределения (ПР).

#### **Вариант № 4.**

1. Система двух случайных величин.
2. Геометрическое распределение (ГР).
3. Дисперсия ГР.
4. Соотношение плотности и функции распределения НСВ.
5. Математическое ожидание РР.

#### **Вариант № 5.**

1. Показательное распределение (ПР).
2. Математическое ожидание ГР.
3. Дисперсия НР.
4. Функция распределения и плотность двумерной СВ.
5. Корреляция. Коэффициент корреляции.

#### **Вариант № 6.**

1. Нормальное распределение (НР).
2. Асимметрия.
3. Дисперсия ГР.

4. Математическое ожидание ПР.
5. Распределение Пуассона.

#### Раздел 4. Основные задачи и понятия математической статистики

##### Вопросы для собеседования

1. Что такое статистические данные?
2. Что такое генеральная совокупность (ГС)?
3. В чем суть выборочного метода?
4. Что такое выборочная совокупность или выборка (ВС)? Что такое объем ГС и ВС?
5. Что значит, что ВС репрезентативна?
6. Что такое случайная выборка (СВС)?
7. Что такое статистика?
8. Дайте определение вариационного ряда.
9. Дайте определение статистического ряда.
10. Дайте определение группированного статистического ряда.
11. Какие основные задачи решает математическая статистика?
12. Что называют законом распределения выборки?
13. Дайте определение выборочной (эмпирической) функции распределения.
14. Что такое относительная частота?
15. Что такое полигон относительных частот? Изобразите пример полигона.
16. Как строится гистограмма? О чем она дает представление?
17. Запишите формулу Стерджеса.
18. Какие характеристики называют выборочными?
19. Запишите формулу выборочного среднего.
20. Приведите две формулы для вычисления выборочной дисперсии.
21. Как связаны выборочная и исправленная выборочная дисперсия?
22. Что такое генеральное среднее, генеральная дисперсия и генеральная доля?
23. Какая статистика имеет распределение Пирсона?
24. Дайте определение критической точки распределения Пирсона.
25. Какая статистика имеет распределение Стьюдента?

##### Типовые задачи

1. По заданным выборочным значениям некоторого признака  $\xi$  построить вариационный ряд, статистический ряд, группированный статистический ряд. По негруппированным данным найти выборочное среднее, исправленную выборочную дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Построить кумуляту (график накопленных частот) и гистограмму частостей.
2. Дан статистический ряд. Найти выборочные характеристики (выборочную среднюю, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации, выборочную моду, медиану, асимметрию, эксцесс). Построить эмпирическую функцию распределения и изобразить ее график, построить полигон частот.

##### Задания для контрольной работы

1. Построить полигон относительных частот по таблице наблюдений:

$x_i$	2	4	5	7	10
$w_i$	0,15	0,2	0,1	0,1	0,45

2. Построить гистограмму и график накопленных частот по данному распределению выборки:

Номер интервала $i$	Частичный интервал	Число наблюдений, попавших в интервал, $n_i$
1	10–15	2
2	15–20	4
3	20–25	8
4	25–30	5
5	30–35	3

3. Пассажир, проходящий в случайные моменты времени на автобусную остановку, в течение 5 поездок фиксировал свое время ожидания автобуса: 5,1; 3,7; 1,2; 9,2; 4,8 (мин). Найти эмпирическую функцию распределения и построить ее график.

4. При измерении веса 10 шоколадных батончиков (в граммах) получены значения: 49,1; 50,0; 49,7; 50,5; 48,1; 50,3; 49,7; 51,6; 48,1; 50,1. Найти эмпирическую функцию распределения и построить ее график.

5. При измерении веса 20 шоколадных батончиков (с номинальным весом 50 г) получены следующие значения (в граммах): 49,1; 50,0; 49,7; 50,5; 48,1; 50,3; 49,7; 51,6; 49,8; 50,1; 49,7; 48,8; 51,4; 49,1; 49,6; 50,9; 48,5; 52,0; 50,7; 50,6. Найти выборочное среднее, выборочные дисперсии, средние квадратические отклонения, выборочную медиану, крайние члены вариационного ряда.

6. В таблице приведены сгруппированные данные о коэффициентах соотношения заемных и собственных средств на 100 малых предприятиях региона.

Номер интервала	Интервалы	Середины интервалов $x_i$	Число наблюдений $n_i$
1	5,05–5,15	5,1	5
2	5,15–5,25	5,2	8
3	5,25–5,35	5,3	12
4	5,35–5,45	5,4	20
5	5,45–5,55	5,5	26
6	5,55–5,65	5,6	15
7	5,65–5,75	5,7	10
8	5,75–5,85	5,8	4

Найти выборочное среднее, выборочные дисперсии, средние квадратические отклонения, выборочную моду и медиану.

7. Для определения себестоимости продукции было произведено выборочное обследование 25 предприятий пищевой промышленности и получены следующие результаты (руб.)

15,0; 16,4; 17,8; 18,0; 18,4; 19,2; 19,8; 20,2; 20,6; 20,6; 20,6; 21,3; 21,4; 21,7; 22,0; 22,2; 22,3; 22,7; 23,0; 24,2; 24,2; 25,1; 25,3; 26,0; 26,5; 27,1.

Требуется:

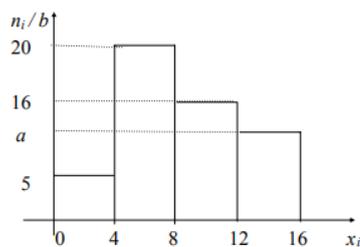
1) по негруппированным данным найти выборочную среднюю, исправленную выборочную дисперсию и среднее квадратическое отклонение;

2) составить интервальное распределение выборки с шагом  $h = 2,5$ , взяв за начало первого интервала  $x_0 = 15$ ;

3) построить гистограмму частот.

## Тесты

По выборке  $n = 200$  построена гистограмма частот



Чему равно значение  $a$ ?

- а) 9;
- б) 10;
- в) 11.

2

Если  $F^*(x)$  – эмпирическая функция распределения для выборки, представленной статистическим рядом

$x_i$	4	7	8
$m_i$	5	2	3

то произведение  $10F^*(5)F^*(9)$  равно

3. Известен доход по 4 фирмам  $x_1 = 4$ ,  $x_2 = 8$ ,  $x_3 = 9$ ,  $x_4 = 6$ . Известна также средняя арифметическая по 5 фирмам, равная  $\bar{x} = 7$ . Доход пятой фирмы равен:

- а) 9;
- б) 4;
- в) 6;
- г) 8.

4. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n=100$ .

$x_i$	1	2	3	4
$n_i$	32	28	6	$n_4$

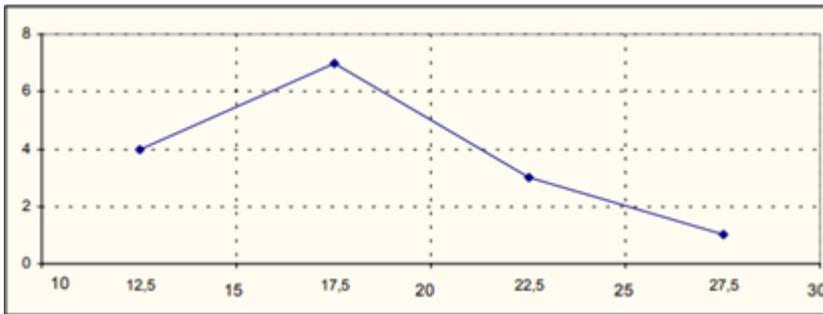
Тогда мода равна:

- а) 32;
- б) 24;
- в) 6;
- г) 34;

5. Чему равна оценка математического ожидания выборочной случайной величины 1,3,1,2,2,4,1:

- а) 3;
- б) 2,3;
- в) 2;
- г) нет правильного ответа.

6. Для какой выборки, представленной в виде группированного статистического ряда, построен полигон частот:



а)

Границы интервалов	10-15	15-20	20-25	25-30
Частоты	4	7	3	1

б)

Границы интервалов	0-12,5	12,5-17,5	17,5-22,5	22,5-27,5
Частоты	20	35	15	5

в) нет правильного ответа.

7.

**Как записывается эмпирическая функция распределения для выборочной случайной величины, заданной в виде статистического ряда?**

Варианта $x_i$	2	3	6
Частота $n_i$	2	5	3

$$a) F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2, \\ 0,2, & 2 < x \leq 3, \\ 0,7, & 3 < x \leq 6, \\ 1, & x > 6. \end{cases}$$

$$b) F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2, \\ 0,2, & 2 < x \leq 3, \\ 0,5, & 3 < x \leq 6, \\ 0,3, & x > 6. \end{cases}$$

$$c) F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 0,2 + 0,5x, & 2 < x \leq 3, \\ 0,5 + 0,3x, & 3 < x \leq 6, \\ 1, & x > 6. \end{cases}$$

### Раздел 5. Оценки параметров распределения Вопросы для собеседования

1. Что называют точечной оценкой параметра распределения?
2. Дайте определение смещенной и несмещенной оценки. Приведите примеры.
3. Дайте определение эффективной оценки. Приведите примеры.
4. Какие оценки называют состоятельными? Приведите примеры состоятельных оценок.
5. Какие методы нахождения точечных оценок вы знаете?

6. В чем суть метода моментов?
7. В чем состоит метод максимального правдоподобия?
8. Дайте определение доверительного интервала. О чем он дает представление?
9. Что такое уровень доверительной вероятности?
10. Что такое точность и надежность оценки?
11. Запишите доверительный интервал для генеральной средней при известной генеральной дисперсии в случае если ГС распределена нормально.
12. Запишите доверительный интервал для генеральной средней при неизвестной генеральной дисперсии в случае если ГС распределена нормально.
13. Запишите доверительный интервал для генеральной дисперсии при неизвестном генеральном среднем в случае если ГС распределена нормально.

### Типовые задачи

1. Для определения себестоимости строительного-монтажных работ было произведено выборочное обследование 25 строительного-монтажных управлений и получены следующие результаты (тыс.руб.):  
1250; 1450; 1550; 1700; 1760; 1820; 1880; 1960; 2100; 2175; 2190; 2200; 2220; 2275; 2280; 2310; 2400; 2550; 2580; 2600; 2670; 2800; 2950; 3000; 3075.  
Требуется:
  - 1) найти выборочную среднюю, исправленную выборочную дисперсию и  $\sigma$  – среднее квадратическое отклонение;
  - 2) найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания признака  $X$  генеральной совокупности (генеральной средней), если признак  $X$  распределён по нормальному закону с найденным  $\sigma$  и известна  $\gamma$  – надёжность;  $\gamma = 0,94$ ;  $\sigma = 446$ .
2. Найти доверительный интервал с надёжностью 0,95 для оценки неизвестного математического ожидания нормально распределенного признака  $X$  генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение  $\sigma = 5$ , выборочное среднее  $\bar{x}^* = 14$  и объем выборки  $n = 25$ .
3. По данным выборки объема  $n = 25$  найдено исправленное выборочное среднеквадратическое отклонение  $\tilde{\sigma}^* = 3$  нормально распределенной случайной величины  $X$ . Найти с надёжностью 0,99 доверительный интервал для оценки генерального среднего квадратического отклонения  $\sigma$  случайной величины  $X$ .
- 4.

Случайная величина  $\xi$  (число появлений события  $A$  в  $m$  независимых испытаниях) подчинена биномиальному закону распределения с неизвестным параметром  $p$ . Ниже приведено эмпирическое распределение числа появлений события в 10 опытах по 5 испытаний в каждом (в первой строке указано число  $x_i$  появлений события  $A$  в одном опыте; во второй строке указана частота  $n_i$  – количество опытов, в которых наблюдалось столько появлений события  $A$ ):

$x_i$	0	1	2	3	4
$n_i$	5	2	1	1	1

Найти методом моментов оценку параметра  $p$  биномиального распределения. Оценить вероятность  $p_0 = P(\xi=0)$ .

5.

Случайная величина  $\xi$  (отклонение размера изделия от номинала) подчинена нормальному закону распределения с неизвестными параметрами  $a$  и  $\sigma$ . Ниже приведена таблица наблюдаемых отклонений от номинала, подвергнутых группировке, для  $n=200$  изделий. В первой строке указаны середины интервалов отклонений  $x_i$  (мм); во второй строке приведена частота  $n_i$  – число наблюдений, попадающих в данный интервал:

$x_i$	0,3	0,5	0,7	0,9	1,1	1,3	1,5	1,7	1,9	2,2	2,3
$n_i$	6	9	26	25	30	26	21	24	20	8	5

Найти методом моментов оценки неизвестных параметров  $a$  и  $\sigma$  нормального распределения. Оценить долю изделий с отклонением менее 1,5 мм в генеральной совокупности, используя нормальное приближение.

6.

Случайная величина  $\xi$  (число поврежденных стеклянных изделий в одном контейнере) распределена по закону Пуассона с неизвестным параметром  $\lambda$ . Ниже приведено эмпирическое распределение числа поврежденных изделий в 500 контейнерах (в первой строке указано количество  $x_i$  поврежденных изделий в одном контейнере, во второй строке приведена частота  $n_i$  – число контейнеров, содержащих  $x_i$  поврежденных изделий):

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7
$n_i$	199	169	87	31	9	3	1	1

Найти методом максимального правдоподобия оценку неизвестного параметра  $\lambda$  распределения Пуассона.

7.

Произведено 300 испытаний, в каждом из которых неизвестная вероятность  $p$  появления события  $A$  постоянна. Событие  $A$  появилось в 250 испытаниях. Найти доверительный интервал, покрывающий неизвестную вероятность  $p$  с надежностью 0,95.

### Задания для контрольной работы

1. Для определения себестоимости продукции было произведено выборочное обследование 25 предприятий пищевой промышленности и получены следующие результаты (руб.) 15,0; 16,4; 17,8; 18,0; 18,4; 19,2; 19,8; 20,2; 20,6; 20,6; 20,6; 21,3; 21,4; 21,7; 22,0; 22,2; 22,3; 22,7; 23,0; 24,2; 24,2; 25,1; 25,3; 26,0; 26,5; 27,1.

Требуется:

- 1) найти выборочную среднюю, исправленную выборочную дисперсию и  $\sigma$  – среднее квадратическое отклонение;
- 2) найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания признака  $X$  генеральной совокупности (генеральной средней), если признак  $X$  распределён по нормальному закону с найденным  $\sigma$  и известна  $\gamma$  – надёжность;  $\gamma = 0,95$ ;  $\sigma = 2,8$ .

2. Оценить параметр  $p$  биномиального распределения по выборке:

$X$	0	1	2	4	5	6	7	9	10	11	12	14
$n$	4	6	13	25	39	45	33	18	9	5	2	1

3. Оценить параметры нормального распределения по выборке:

$X$	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$n$	7	15	31	49	68	70	65	46	29	13	5	1	1

По выборке объема  $n=50$  найдена смещенная оценка  $\hat{\sigma}^2=9,8$  теоретической дисперсии. Найти несмещенную оценку дисперсии генеральной совокупности.

4.

Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,925 точность оценки математического ожидания нормально распределенной случайной величины (по выборочному среднему  $\bar{x}$ ) равна  $\delta=0,2$ , если известно среднее квадратическое отклонение  $\sigma=1,5$ .

5.

Для отрасли составлена случайная выборка из 19 фирм. По выборке оказалось, что исправленное среднее квадратическое отклонение для числа работающих на фирме составляет  $s=25$  (человек). Построить 90%-ный доверительный интервал для среднего квадратического отклонения числа работающих на фирме по всей отрасли.

6.

### Тесты

- Если математическое ожидание оценки при любом объеме выборки равно самому оцениваемому параметру, то точечная оценка называется: а) состоятельной; б) эффективной; в) несмещенной; г) все ответы верны.
- При построении доверительного интервала для генеральной доли или вероятности при малых объемах выборки используют: а) распределение Пирсона; б) нормальный закон распределения; в) формулу Бернулли; г) распределение Стьюдента.
- От чего зависит число степеней свободы в распределении Стьюдента? а) от доверительной вероятности; б) от объема выборки; в) от доверительной вероятности и объема выборки; г) от значения выборочной дисперсии;
- Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 10. Тогда его интервальная оценка может иметь вид: а) (10; 10,9); б) (8,4; 10); в) (8,5; 11,5); г) (8,6; 9,6).

**Какова несмещенная оценка дисперсии, если рассчитанная по выборке объемом 15 наблюдений выборочная дисперсия равна 28?**

а) 25;

б) 29;

в) 30.

5.

Выборочное среднее  $\bar{x}$  и выборочная дисперсия  $s^2$  являются несмещенными оценками математического ожидания  $m_x$  и дисперсии  $\sigma_x^2$  генеральной совокупности соответственно, если они вычислены по формулам:

$$A) \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2;$$

$$B) \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})$$

$$C) \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2;$$

$$D) \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

6.

## Раздел 6. Элементы теории корреляционного анализа и проверки гипотез

### Вопросы для собеседования

- Дайте определение функциональной зависимости. Приведите пример.
- Дайте определение статистической зависимости.
- Дайте определение регрессионной зависимости.
- Какая регрессия называется парной?
- Что такое линейная регрессия?
- Какова главная задача корреляционного анализа и как она решается?
- Шкала Чеддока.
- Что называют корреляционной таблицей? О чем она дает представление?
- Запишите формулу для выборочного коэффициента корреляции. Что он показывает?

10. Запишите выборочное уравнение парной линейной регрессии  $Y$  на  $X$ .
11. Запишите формулу для выборочного коэффициента регрессии  $Y$  на  $X$ . Что он показывает?
12. Дайте определение статистической гипотезы.
13. Какую гипотезу называют основной, а какую альтернативной?
14. В чем состоит ошибка I рода?
15. В чем состоит ошибка II рода?
16. Что называют статистическим критерием? Что лежит в его основе?
17. Дайте определение критической области и области принятия решения.
18. Что такое уровень значимости?
19. Что называют мощностью критерия?
20. Какие критерии называют критериями согласия?
21. Какая статистика характеризует степень расхождения в критерии согласия Пирсона?

### Типовые задачи

1. Суточный надой молока  $X$ (л) от одной коровы задается статистическим рядом:

$X$	20	21	22	23	24	25	26
$n_i$	5	5	10	15	5	5	5

Используя критерий Пирсона, при уровне значимости  $\alpha = 0,025$  проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности с данным эмпирическим распределением выборки.

2. По заданной корреляционной таблице требуется: 1) в прямоугольной системе координат построить эмпирические линии регрессии  $Y$  на  $X$  и  $X$  на  $Y$ , сделать предположение о виде корреляционной связи; 2) оценить тесноту линейной корреляционной связи; 3) проверить гипотезу о значимости выборочного коэффициента корреляции, при уровне значимости  $\alpha = 0.05$ ; 4) составить линейные уравнения регрессии  $Y$  на  $X$  и  $X$  на  $Y$ , построить их графики в одной системе координат; 5) используя полученное уравнение регрессии, оценить ожидаемое среднее значение признака  $Y$  при  $x = x_0$ . Дать экономическую интерпретацию результатов.

### Задания для контрольной работы

- 1.

В следующей таблице представлены данные о месячных доходах жителей региона (в тыс. руб.) для 1000 жителей:

$x_i$	<5	5–10	10–15	15–20	20–25	>25
$n_i$	58	96	239	328	147	132

На уровне значимости  $\alpha=0,05$  проверить гипотезу, что доходы жителей региона можно описать нормальным распределением.

представлены средние цены на растительное масло и сахар-песок (в руб.) в 12 городах Центрального района России на июнь 1996 года

Город	Цена на масло	Цена на сахар
Брянск	7726	3410
Владимир	7880	3183
Иваново	6182	3209
Калуга	8237	3400
Кострома	8750	3600
Москва	11024	4418
Орел	8456	3634
Рязань	9172	4033
Смоленск	8320	3909
Тверь	7083	3416
Тула	8259	3486
Ярославль	7991	3938

Вычислить выборочный коэффициент корреляции между ценами на растительное масло и сахар. Проверить нулевую гипотезу на уровне значимости  $\alpha=0,1$ .

- 2.
3. В корреляционной таблице дано распределение 80 снабженческо-сбытовых организаций по площади складских помещений  $X$  тыс.м<sup>2</sup> и объему реализации  $Y$  млн.руб. Найти условные средние. Оценить тесноту линейной корреляционной связи. Составить уравнения прямых регрессии  $Y$  на  $X$  и  $X$  на  $Y$ , дать экономическую интерпретацию результатов. Изобразить на чертеже условные средние и прямые регрессии.

$Y$ $X$	30-70	70-110	110-150	150-190	190-230	$n_i$
8-16	2	3	1			6
16-24	3	4	5			12
24-32		8	16	12	1	37
32-40		1	8	3	4	16
40-48			1	2	6	9
$n_j$	5	16	31	17	11	$n = 80$

4. Дано распределение 10 студентов, проживающих в общежитии университета, по среднему баллу по результату предыдущей сессии  $X$  и числу часов в неделю, затраченных студентом на самостоятельную подготовку  $Y$ .

$X$	4,6	4,3	3,8	3,8	4,2	4,3	3,8	4,0	3,1	3,9
$Y$	25	22	9	15	15	30	20	30	10	17

Составить уравнение регрессии  $Y$  на  $X$ . Если студент занимается самостоятельно по 12 ч в неделю, то каков прогноз его успеваемости?

### Варианты для устного опроса при текущем контроле успеваемости

#### Вариант № 1.

1. Генеральная совокупность и выборка.
2. Метод моментов.

3. Доверительный интервал для генеральной средней.
4. Эмпирические и теоретические частоты.
5. Репрезентативность выборки.

#### **Вариант № 2.**

1. Интервальные оценки параметров распределения.
2. Критическая область.
3. Метод максимального правдоподобия.
4. Эмпирическая функция распределения.
5. Выборочное среднее.

#### **Вариант № 3.**

1. Точечные оценки параметров распределения.
2. Состоятельные оценки.
3. Уровень доверительной вероятности.
4. Выборочная дисперсия.
5. Квантиль порядка  $p$ .

#### **Вариант № 4.**

1. Определение вида распределения генеральной совокупности.
2. Эффективные оценки.
3. Точность и надежность оценки.
4. Эмпирические моменты высших порядков.
5. Вариационный ряд.

#### **Вариант № 5.**

1. Гистограмма и полигон.
2. Смещенные и несмещенные оценки.
3. Классическая формула доверительного интервала.
4. Мода. Медиана.
5. Полигон и гистограмма относительных частот.

#### **Вариант № 6.**

1. Теоретическая и эмпирическая функция распределения.
2. Уровень доверительной вероятности.
3. Оценка функции распределения.
4. Среднее арифметическое.
5. Статистическое распределение.

#### **Вариант № 7.**

1. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости.
2. Односторонняя и двусторонняя критические области.
3. Уравнение линейной регрессии.
4. Критерий Колмогорова.
5. Корреляционная таблица.

#### **Вариант № 8.**

1. Парная корреляция.
2. Основная и альтернативная гипотезы.
3. Нелинейные тренды.
4. Критерий Пирсона Хи-квадрат.
5. Условные средние.

#### **Вариант № 9.**

1. Диаграмма распределения.
2. Ошибки первого и второго рода.
3. Теснота корреляционной связи.
4. Проверка гипотезы о нормальном распределении.
5. Распределение Стьюдента.

#### **Вариант № 10.**

1. Корреляционная таблица.
2. Методы построения критериев.
3. Шкала Чаддока.
4. Проверка гипотезы о равномерном распределении.
5. Нелинейная регрессия полиномиального вида.

#### **Вариант № 11.**

1. Коэффициент линейной корреляции.
2. Линеаризация.
3. Метод наименьших квадратов Гаусса.
4. Множественная линейная регрессия.
5. Функциональная, статистическая, регрессионная и корреляционная зависимости

## **2. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ**

Промежуточная аттестация студентов по дисциплине «Теория вероятности и математическая статистика» проводится в форме зачета в 3 семестре и в форме экзамена в 4 семестре для очной формы обучения, в форме зачета в 4 семестре и в форме экзамена для заочной формы обучения в соответствии с графиком учебного процесса. Зачет и экзамен принимает лектор.

Зачет проводится в устной форме по билетам. Преподавателю предоставляется право помимо теоретических вопросов, давать студентам задачи и примеры, связанные с курсом. Экзамен проводится в письменно-устной форме по билетам. Экзаменационный билет, как правило, включает один теоретический вопрос и два практических задания.

Таким образом, фонд оценочных средств промежуточной аттестации включает:

- вопросы к зачету.
- экзаменационные билеты.

### **2.1. Критерии оценки**

#### ***Критерии оценки знаний студентов на зачёте:***

Оценка «зачтено» предполагает:

- Хорошее знание основных терминов и понятий курса;
- Хорошее знание и владение методами и средствами решения задач;
- Последовательное изложение материала курса;
- Умение формулировать некоторые обобщения по теме вопросов;
- Достаточно полные ответы на вопросы.

Оценка «не зачтено» предполагает:

- Неудовлетворительное знание основных терминов и понятий курса;
- Неумение решать задачи;
- Отсутствие логики и последовательности в изложении материала курса;
- Неумение формулировать отдельные выводы и обобщения по теме вопросов;

#### ***Критерии оценки знаний студентов на экзамене:***

Оценка «**отлично**» выставляется студенту, глубоко и прочно усвоившему теоретический программный материал, исчерпывающее, последовательно, грамотно и логически стройно его излагающему. При этом студент не затрудняется с ответом при видоизменении задания. Используя теоретические знания, студент свободно справляется с задачами и другими видами контроля знаний, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических заданий

Оценка «**хорошо**» выставляется студенту, твердо знающему теоретический программный материал, грамотно и по существу излагающему его. Студент не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические знания при решении практических вопросов и заданий, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

Оценка «**удовлетворительно**» выставляется студенту, который имеет недостаточно систематизированные теоретические знания программного материала, допускает неточности, нарушение последовательности при его изложении, и испытывает затруднения в выполнении практических заданий.

Оценка «**неудовлетворительно**» выставляется студенту, который не знает значительной части теоретического программного материала, допускает существенные ошибки при его изложении, не справляется с выполнением практических заданий.

## 2.2 Вопросы к зачету

1. Виды событий.
2. Вероятностное пространство.
3. Невозможное и достоверное события.
4. Пространство элементарных исходов.
5. Классическое определение вероятности.
6. Принцип умножения.
7. Виды выборок. Комбинаторика.
8. Число перестановок (факториал).
9. Число сочетаний.
10. Число размещений.
11. Геометрическая вероятность.
12. Статистическое определение вероятности.
13. Сумма и произведение событий.
14. Условная вероятность. Зависимость событий.
15. Противоположные события. Совместность событий.
16. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
17. Полная группа событий.
18. Гипотезы. Формула полной вероятности.
19. Формула Байеса.
20. Повторные независимые испытания (схема Бернулли).
21. Формула Бернулли.
22. Формула Пуассона.
23. Теоремы Муавра-Лапласа.
24. Свойства нормированных функций Гаусса и Лапласа.
25. Наивероятнейшее число.
26. Дискретная случайная величина (ДСВ).
27. Закон распределения ДСВ.
28. Математическое ожидание и дисперсия ДСВ.
29. Биномиальное распределение (БР – схема «число успехов»). Математическое ожидание и дисперсия БР.
30. Геометрическое распределение (ГР – схема «до первого успеха»). Математическое ожидание и дисперсия ГР.
31. Непрерывная случайная величина (НСВ).
32. Плотность и функция распределения НСВ.
33. Математическое ожидание и дисперсия НСВ.

34. Нормальное распределение (НР). Математическое ожидание и дисперсия НР.
35. Равномерное распределение (РР). Математическое ожидание и дисперсия РР.
36. Показательное распределение (ПР). Математическое ожидание и дисперсия ПР.
37. Система двух случайных величин.
38. Функция распределения и плотность двумерной случайной величины.
39. Ковариация. Зависимость составляющих.
40. Корреляция. Коэффициент корреляции.

### 2.3 Вопросы к экзамену

1. Основные задачи статистики.
2. Генеральная совокупность и выборка.
3. Генеральная совокупность и выборка.
4. Репрезентативность выборки.
5. Варианта. Вариационный ряд.
6. Интервальное распределение.
7. Статистическое распределение.
8. Методы группировки данных. Гистограмма и полигон.
9. Теоретическая и эмпирическая функция распределения.
10. Мода. Медиана. Квантиль порядка  $p$ .
11. Среднее арифметическое.
12. Среднее геометрическое.
13. Среднее квадратическое. Выборочное среднее.
14. Выборочная дисперсия.
15. Точечные оценки параметров распределения.
16. Смещенные и несмещенные оценки.
17. Эффективные оценки.
18. Состоятельные оценки.
19. Критическая область.
20. Метод моментов.
21. Метод максимального правдоподобия.
22. Интервальные оценки параметров распределения.
23. Уровень доверительной вероятности.
24. Точность и надежность оценки.
25. Доверительный интервал для генеральной средней. Классическая формула.
26. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости.
27. Парная корреляция.
28. Диаграмма распределения.
29. Корреляционная таблица.
30. Коэффициент линейной корреляции.
31. Теснота корреляционной связи.
32. Шкала Чаддока.
33. Уравнение линейной регрессии.
34. Основная и альтернативная гипотезы.
35. Понятие критерия согласия.
36. Критерий согласия Пирсона.
37. Проверка гипотезы о нормальном распределении

**ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ  
КОМПЕТЕНЦИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТИ И  
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»**

**Формируемые компетенции:**

1. Способностью к самоорганизации и самообразованию (ОК-7)

1. Если события попарно несовместны и единственно возможны, то они:

- а) равновозможны;
- б) независимы;
- в) образуют полную группу;
- г) достоверны.

2. Противоположными событиями являются:

- а) достоверное и невозможное;
- б) выпадение нечетного числа очков и шестерки при бросании кубика;
- в) сумма выпавших очков четна и сумма выпавших очков нечетна при бросании двух кубиков;
- г) на неделе день без осадков среда и день без осадков пятница.

3. Пространство элементарных исходов включает события:

- а) единственно возможные;
- б) независимые;
- в) равновозможные;
- г) условные.

4. В денежно – вещевой лотерее на серию в 100 билетов приходится 12 денежных и 8 вещевых выигрышей. Чему равна вероятность того, что из трех купленных билетов хотя бы два окажутся выигрышным?

а)  $\frac{C_{20}^2 \cdot C_{80}^1}{C_{100}^3}$ ; б)  $\frac{C_{20}^2 \cdot 80 + C_{20}^3}{C_{100}^3}$ ; в)  $1 - \frac{C_{20}^3}{C_{100}^3}$ ; г)  $\frac{C_{20}^2 \cdot C_{80}^1}{C_{100}^3}$ .

5. Вероятность наступления хотя бы одного из двух событий  $A$  и  $B$  вычисляется по формуле:

- а)  $P(A+B) = P(A) + P(B)$ ;
- б)  $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$ ; в)  $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$ ; г)  $P_B(A+B) = P_B(A) + P(B)$

6. Условная вероятность  $P_B(A)$  это:

- а) вероятность одновременного наступления событий  $A$  и  $B$ ;
- б) вероятность события  $B$ , вычисленная в предположении, что событие  $A$  уже произошло;
- в) вероятность события  $A$ , вычисленная в предположении, что событие  $B$  уже произошло;
- г) вероятность наступления по крайней мере одного из событий  $A$  и  $B$ .

7. Если  $P(AB) = P(A)P(B)$ , то события  $A$  и  $B$ :

- а) образуют полную группу;
- б) совместны;
- в) независимы;
- г) противоположны.

8. Формула  $P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$  – это

- а) формула классической вероятности;

- б) формула Бернулли;
- в) формула Лапласа;
- г) формула полной вероятности.

9. Формула  $P_n(m) = \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi\left(\frac{m-np}{\sqrt{npq}}\right)$  – это

- а) интегральная формула Лапласа;
- б) формула Бернулли;
- в) локальная формула Лапласа;
- г) формула Пуассона.

10. Формула  $P_n(m_1; m_2) = \Phi\left(\frac{m_2-np}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi\left(\frac{m_1-np}{\sqrt{npq}}\right)$  – это

- а) локальная формула Лапласа;
- б) формула Бернулли;
- в) интегральная формула Лапласа;
- г) формула Байеса.

11. Формула  $P_n(m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$  – это

- а) формула полной вероятности;
- б) формула Бернулли;
- в) локальная формула Лапласа;
- г) формула Пуассона.

12. Формула  $P_n(m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$  задает распределение:

- а) биномиальное;
- б) показательное;
- в) геометрическое;
- г) Пуассона.

13. При проверке гипотезы о равенстве генеральных средних двух нормальных совокупностей с известными генеральными дисперсиями используется: а) распределение Пирсона; б) F – распределение Фишера – Снедекора; в) распределение Стьюдента; г) нормальный закон распределения.

14. Число степеней свободы критерия хи-квадрат: а) равно числу вариантов; б) объему выборки; в) равно числу вариантов, увеличенному на 2; г) равно числу вариантов, уменьшенному на 3.

**По ОК-7 получены результаты: \_\_\_\_\_**

2. Способностью находить организационно-управленческие решения, оценивать результаты и последствия принятого управленческого решения и готовность нести за них ответственность с позиций социальной значимости принимаемых решений (ОПК-2)

1. Для схемы повторных независимых испытаний при малом числе испытаний ( $n < 10$ ) вероятность определяют:

- а) по формуле Байеса;
- б) по формуле Бернулли;
- в) по формулам Лапласа;

г) по формуле полной вероятности.

2. Для схемы повторных независимых испытаний при малом числе испытаний ( $n > 10$ ) вероятность определяют:

- а) по формуле условной вероятности;
- б) по формуле Бернулли;
- в) по формулам Лапласа;
- г) по формуле Пуассона.

3. Для схемы повторных независимых испытаний (для редких испытаний) вероятность определяют:

- а) по классической формуле вероятности;
- б) по формуле Бернулли;
- в) по формулам Лапласа;
- г) по формуле Пуассона.

4. Если все значения случайной величины увеличить на какое-то число, то ее дисперсия:

- а) не изменится;
- б) увеличится на это число;
- в) уменьшится на это число;
- г) увеличится в это число раз.

5. Если все значения случайной величины увеличить на какое-то число, то ее математическое ожидание:

- а) не изменится;
- б) увеличится на это число;
- в) уменьшится на это число;
- г) равно этому числу.

6. Если все значения случайной величины умножить на какое-то число, то ее дисперсия:

- а) не изменится;
- б) увеличится пропорционально квадрату этого числа;
- в) уменьшится в это число раз;
- г) увеличится в это число раз.

7. Формула для вычисления дисперсии случайной величины  $X$  имеет вид:

- а)  $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$ ;
- б)  $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$ ;
- в)  $D(X) = M(X^2) - M(X)$ ;
- г)  $D(X) = M^2(X) - (M(X))^2$ .

8. Какова несмещенная оценка дисперсии, если рассчитанная по выборке объемом 15 наблюдений выборочная дисперсия равна 28:

- а) 25;
- б) 29;
- в) 30;
- г) нет правильного ответа.

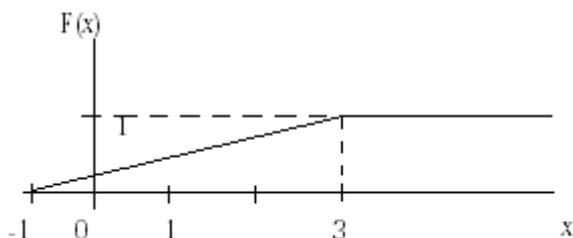
По ОПК-2 получены результаты: \_\_\_\_\_

3. Владением навыками составления бюджетной и финансовой отчетности, распределения ресурсов с учетом последствий влияния различных методов и способов на результаты деятельности организации (ОПК-5)

1. Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x+1)^2}{18}}. \text{ Тогда } M(2X - 1) \text{ равно: а) } 1; \text{ б) } -2; \text{ в) } -3; \text{ г) } 4.$$

2. График функции распределения вероятностей непрерывной случайной величины  $X$ , имеет вид:



Тогда математическое ожидание  $X$  равно:

- а) 1;
- б) 4;
- в) 3;
- г) 2.

3. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения вероятностей:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{4}, & \text{при } 0 < x \leq 2 \\ 1, & \text{при } x > 2 \end{cases}$$

Тогда вероятность  $P(0,5 < x < 1)$  равна:

- а) 5/16;
- б) 3/16;
- в) 1/8;
- г) 7/96.

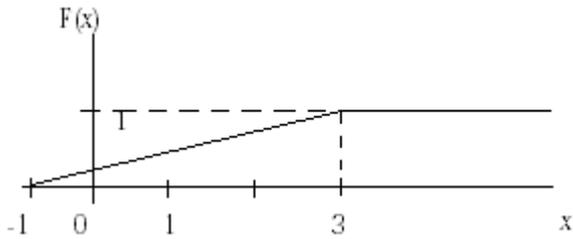
4. Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x+1)^2}{8}}.$$

Тогда дисперсия  $X$  равна:

- а) 1;
- б) -2;
- в) -3;
- г) 4.

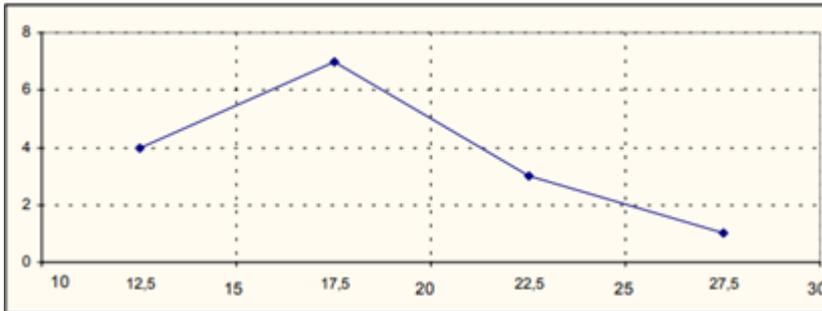
5. График функции распределения вероятностей непрерывной случайной величины  $X$ , имеет вид:



Тогда случайная величина  $X$  имеет:

- а) биномиальное распределение;
- б) показательное распределение;
- в) равномерное распределение;
- г) нормальное распределение.

6. Для какой выборки, представленной в виде группированного статистического ряда, построен полигон частот:



а)

Границы интервалов	10-15	15-20	20-25	25-30
Частоты	4	7	3	1

б)

Границы интервалов	0-12,5	12,5-17,5	17,5-22,5	22,5-27,5
Частоты	20	35	15	5

в) нет правильного ответа.

7. Известен доход по 4 фирмам  $x_1 = 4$ ,  $x_2 = 8$ ,  $x_3 = 9$ ,  $x_4 = 6$ . Известна также средняя арифметическая по 5 фирмам, равная  $\bar{x} = 7$ . Доход пятой фирмы равен:

- а) 9;
- б) 4;
- в) 6;
- г) 8.

8. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n=100$ .

$x_i$	1	2	3	4
$n_i$	32	28	6	$n_4$

Тогда мода равна: а) 32; б) 24; в) 6; г) 34.

**По ОПК-5 получены результаты:** \_\_\_\_\_

**Критерии оценки результатов тестирования:**

- оценка «отлично» выставляется студенту, если он отвечает верно на 80-100 % вопросов.
- оценка «хорошо», выставляется студенту, если он отвечает верно на 70-79 % вопросов.
- оценка «удовлетворительно», выставляется студенту, если он отвечает верно на 60-69 % вопросов.
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не освоил материал темы, дает менее 60% правильных ответов.

**Итого по дисциплине количество баллов** \_\_\_\_\_

Составитель

\_\_\_\_\_ (подпись)

Гарсис Е.Ю.

## МАТРИЦА СООТВЕТСТВИЯ КРИТЕРИЕВ ОЦЕНКИ УРОВНЮ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

Критерии оценки	Уровень сформированности компетенций
<b>Оценка по пятибалльной системе</b>	
«Отлично»	«Высокий уровень»
«Хорошо»	«Повышенный уровень»
«Удовлетворительно»	«Пороговый уровень»
«Неудовлетворительно»	«Не достаточный»
<b>Оценка по системе «зачет – незачет»</b>	
«Зачтено»	«Достаточный»
«Не зачтено»	«Не достаточный»

**Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

1. Положение «О балльно-рейтинговой системе аттестации студентов»: СМК ПНД 08-01-2015, введено приказом от 28.09.2011 №371-О, утверждено ректором 12.10.2015 г. (<http://nsau.edu.ru/file/403>: режим доступа свободный);

2. Положение «О проведении текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся в ФГБОУ ВО Новосибирский ГАУ»: СМК ПНД 77-01-2015, введено в действие приказом от 03.08.2015 №268а-О (<http://nsau.edu.ru/file/104821>: режим доступа свободный).

Составитель \_\_\_\_\_

  
подпись

Е.Ю. Тарсис

«11» 06 2010 г.